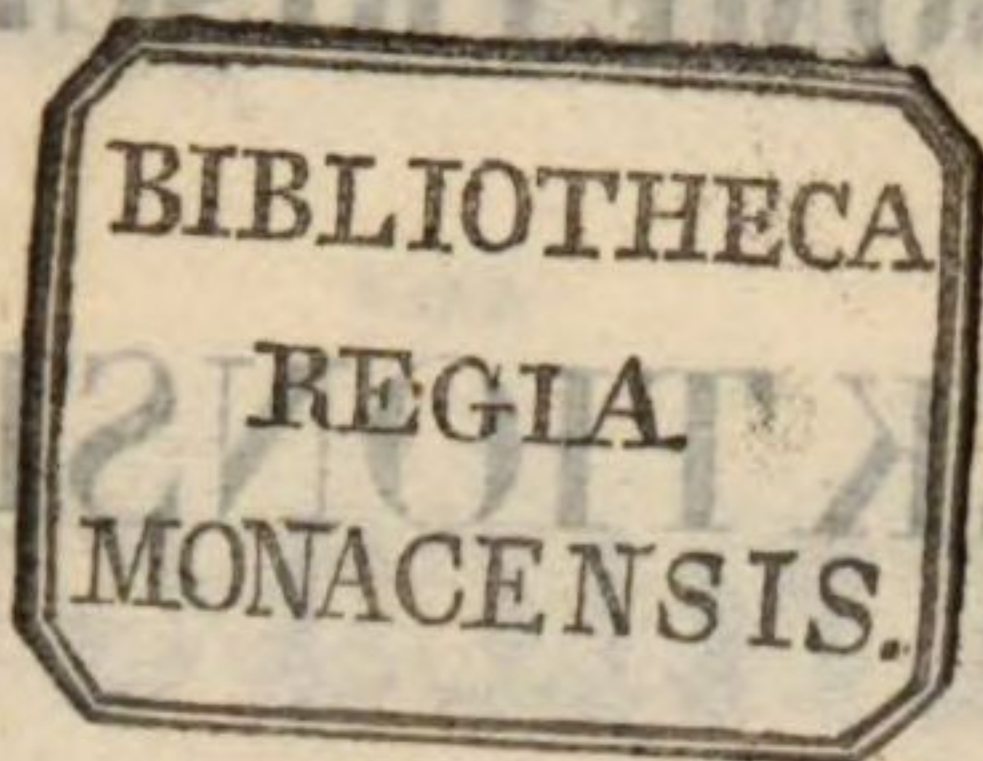


Math. P. 2^{no}

Adhemar

(Atlas 0^R in 2^e)



(Prospective.)

Wissenschaftlich begründet und in ihrer Anwendung auf das

zum Gebrauche an Schulen, so wie zum Selbstunterrichte

bearbeitet von

O. MÖLLER.

Professor der Mathematik

Angewandter Theil.

Abhandlung: Lehre von Steinschnitten.

A. C. v. J.

SOLOTHURN.

VERLAG VON J. E. C. G. G. G. G. G.

1851.

ISOMETRISCHE
PROJEKTIONSLEHRE.
(Perspective.)

Wissenschaftlich begründet und in ihrer Anwendung auf das

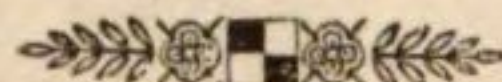
TECHNISCHE ZEICHNEN

zum Gebrauche an Schulen, so wie zum Selbstunterrichte

bearbeitet von

O. MÖLLINGER,

Professor der Mathematik.



Angewandter Theil,

enthaltend :

Adhémar, Lehre vom Steinschnitte.

SOLOTHURN.

VERLAG VON JENT UND GASSMANN.

1842.

Math P. 2^{no}

DIE LEHRE

VOM

STEINSCHNITTE,

zum Gebrauche

Civilingenieure und die Studirenden an Bauschulen, höheren
Gewerbschulen und polytechnischen Lehranstalten,

VON

J. ADHÉMAR,

Professor der Mathematik.

Aus dem Französischen frei bearbeitet und durch Zusätze bereichert

von

O. Möllinger,

Professor der Mathematik.

Mit einem Atlas von 74 Tafeln.

SOLOTHURN,

VERLAG VON JENT UND GASSMANN.

1842.

162 - Jg.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

J. ADIEMER

Professor der Mathematik

Aus dem Französischen frei bearbeitet und durch Zusätze bereichert

von

O. Möllner

Professor der Mathematik

Erster Theil

Mit einem Atlas von 74 Tafeln

Lehrbuch der Mathematik

VERLAG VON FRIEDRICH VON GASSMANN

1813

INHALT.

	Seite
Vorrede	v
Einleitung	ix

ERSTER ABSCHNITT.

Von den durch Ebenen begrenzten Steinsystemen.

<i>Erstes Kapitel.</i> Von den Mauern	1
Die gerade Mauer	3
Die Böschungsmauer	4
Die schiefe Mauer	6
Die schiefe Mauer mit Böschung	7
Rampen	8
Eckmauern	8
<i>Zweites Kapitel.</i> Konstruktion eines flachen Sturzes	9
Flache Gewölbe	14

ZWEITER ABSCHNITT.

Von den durch Zylinderflächen begrenzten Steinsystemen.

<i>Erstes Kapitel.</i> Runde Mauern	16
Zylindergewölbe und gerade zylindrisch überwölbte Thüren	18
<i>Zweites Kapitel.</i> Thüren durch schiefe und durch Böschungsmauern	34
Thüre durch eine schiefe Mauer	35
Thüre durch eine Böschungsmauer	43
Thüre durch eine schiefe Böschungsmauer	44
Thüre mit flachem Sturze durch eine runde Mauer	45
Zylindrisch überwölbte Thüre durch eine runde Mauer	47
Konstruktion eines schiefen Zylindergewölbes durch eine Frontmauer	48
<i>Drittes Kapitel.</i> Von den Gewölbgraten	53
Kreuzgewölbe	55
Zurüstung des Grates	58
Kreuzgewölbe mit Falzen oder Zwiebögen	65

	Seite
Kreuzgewölbe mit einem zweifachen Grate	66
Klostergewölbe	69
<i>Viertes Kapitel.</i> Gewölbbau	72
Schiefes Gewölbbau	79
<i>Fünftes Kapitel.</i> Steigende Zylindergewölbe (Rampengewölbe)	81
Schiefes steigendes Gewölbe	83
Verbindung eines steigenden Gewölbes mit einem runden	
Thurme	94
Verbindung eines steigenden Gewölbes mit einer geraden	
Mauer	96
Verbindung eines schiefen steigenden und eines horizon-	
talen Zylindergewölbes	109
Thüre durch ein steigendes Zylindergewölbe	117
<i>Sechstes Kapitel.</i> Vermischte Aufgaben	119
Schiefes Zylindergewölbe mit elliptischen Leibungskanten	119
<i>Siebentes Kapitel.</i> Ueberhängende Zylindergewölbe	122
Verbindung eines überhängenden Gewölbes mit einer run-	
den Mauer	127
<i>Achtes Kapitel.</i> Allgemeine Betrachtungen	130
Projektionsebenen	130
Drehungen	132
Entwickelungen	132
Wahl der Zurüstung	134
Durchdringungen	137
Steinschnitt	138

DRITTER ABSCHNITT.

Von den durch Kegelflächen begrenzten Steinsystemen.

<i>Erstes Kapitel.</i> Konische Mauern und Gewölbe	141
Schiefe Kegelmauer	142
Konische Gewölbe	144
<i>Zweites Kapitel.</i> Thüre durch eine konische Mauer	148
Thüre durch eine schiefe konische Mauer	151
Flacher Sturz durch eine runde Böschungsmauer	152
<i>Drittes Kapitel.</i> Konisch gewölbte Thüren	152
Konische Thüre durch eine gerade Mauer	152
Schiessscharte	154
Konische Thüre durch eine Böschungsmauer	156

	Seite
Konische Thüre durch eine runde Mauer	157
Konisches Gewölbaue in einem horizontalen Zylinder- gewölbe	159
Schiefes konisches Gewölbaue	163
<i>Viertes Kapitel.</i> Ueberhängende Kegelgewölbe	168
Schiefes überhängendes Kegelgewölbe in einer Böschungs- mauer	176
Ueberhängendes Kegelgewölbe, welches ein Thürmchen trägt	181
Anwendung der überhängenden Gewölbe	183
Konische Thüreinwölbungen	193. 198. 200

VIERTER ABSCHNITT.

*Kugelflächen.**Erstes Kapitel.* Kugelgewölbe.

Zurüstung mit horizontalen Lagerflächen	202
Zurüstung nach Art eines Backofengewölbes	209
Gabelförmige Zurüstung	210

Zweites Kapitel. Kugelgewölbe über quadratförmigen Räumen

Ueberhängendes Kugelgewölbe mit senkrecht einmünden- den Zylindergewölben	221
--	-----

Drittes Kapitel. Kugelgewölbe in Verbindung mit Zylinder-
und Kegelgewölben.

Verbindung eines Kugelgewölbes mit einem schiefen Zy- lindergewölbe	223
Verbindung eines steigenden Zylindergewölbes mit einem Kugelgewölbe	228
Konisches Gewölbaue in einem Kugelgewölbe	231
Kugelförmige Nische	233

FÜNFTER ABSCHNITT.

*Umwälzungsflächen.**Erstes Kapitel.* Gewölbe, deren innere Leibung eine Um-
wälzungsfläche ist

234

Zweites Kapitel. Verbindung eines steigenden Zylindergewölbes
mit einem Ringgewölbe

237

Drittes Kapitel. Elliptisches Gewölbe mit horizontalen Lager-
flächen

245

SECHSTER ABSCHNITT.

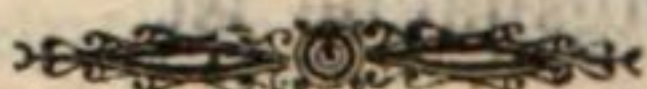
Geregelte Flächen.

	Seite
<i>Erstes Kapitel.</i> Fugenflächen elliptischer Gewölbe . . .	251
<i>Zweites Kapitel.</i> Konoidische Gewölbe . . .	258
Ringförmiges Kreuzgewölbe . . .	266
<i>Drittes Kapitel.</i> Schraubenflächen. Treppen.	
Wendeltreppe mit massiver Spindel . . .	270
Unregelmässige Treppen . . .	275
<i>Viertes Kapitel.</i> Treppenwangen . . .	279
Konstruktion der Schraubengewölbe . . .	280
Konstruktion der Tangenten an Schraubenlinien und der Normalschnitte zu Schraubenflächen . . .	282
Darstellung einer kreisförmigen Treppenwange . . .	283
Treppenwangen, deren horizontale Projektionen von be- liebigen Kurven gebildet werden . . .	289
<i>Fünftes Kapitel.</i> Treppengewölbe.	
Treppen mit kreisförmigen Schraubengewölben . . .	291
Schraubengewölbe innerhalb eines quadratförmigen Raumes . . .	293
Konstruktion normaler Fugenflächen . . .	298
Steigendes Ringgewölbe in einem runden Thurme . . .	302

SIEBENTER ABSCHNITT.

Erstes Kapitel. Vermischte Aufgaben.

Marseiller Thüreinvölbung . . .	316
Schiefer Durchgang . . .	327
Thüreinvölbungen anderer Art . . .	328
<i>Zweites Kapitel.</i> Von den Kurven mit kleinsten und grössten Krümmungshalbmessern . . .	331
Elliptisches Gewölbe mit drei Axen . . .	333
Schiefe Brücken . . .	339



VORREDE.

Die treffliche Anlage und die Reichhaltigkeit des Originalwerkes, die Kürze, Bestimmtheit und Klarheit des Ausdruckes, die ächt wissenschaftliche Behandlung aller vorkommenden Aufgaben, mit stäter Beziehung zur darstellenden Geometrie, die schöne Ausführung der zahlreichen Entwürfe, so wie endlich der Umstand, dass dieser Theil der angewandten Mathematik von deutschen Schriftstellern noch nicht in der Weise bearbeitet wurde, wie es die Wichtigkeit des Gegenstandes und der neuere Standpunkt der Civilingenieurwissenschaften erfordert, machte in mir den Gedanken rege, zur Verbreitung des vorliegenden Werkes das Möglichste beizutragen, und ich erfasste denselben um so lebhafter, als sich bei einem fortgesetzten Studium ergab, dass der Verfasser nicht allen fruchtbaren Boden bebaut hatte, sondern noch einige nützliche Pflanzungen anzulegen waren. Ich verstehe darunter vorzüglich: die Anwendung der isometrischen Projektionsmethode sowohl auf die *graphische* Darstellung der einzelnen Steine als auf

die *Ausführung* der entsprechenden *Steinschnitte* selbst. Die Vortheile dieser neuen Methode möchten in den meisten Fällen der Praxis um so grösser sein, als hierdurch nicht nur die mühsamen und zeitraubenden Konstruktionen der einem jeden Steine eigenthümlichen Lehren ganz überflüssig werden, und nur noch diejenigen Lehren zu konstruiren sind, welche den *Leitlinien* der krummen Flächen angehören, sondern auch die im verjüngten Maasstabe ausgeführte Zeichnung den bei der Darstellung des Steines zu befolgenden Weg auf das Deutlichste angibt, wodurch die Ausführung schwieriger Steine ungemein erleichtert werden muss. Ueberhaupt wäre zu wünschen, dass die so einfache und leichte *isometrisch - perspektivische Darstellungsmethode*, nach welcher man einen beliebig geformten Körper aus seinen Projektionen mit ausserordentlicher Leichtigkeit von allen* Seiten zur Anschauung bringen kann, eine grössere Verbreitung fände, als diess bis jetzt geschehen ist, da sie die Form der dargestellten Gegenstände

* Eine gründliche Anleitung hiezu findet man in dem von mir herausgegebenen Werke: *Isometrische Projektionslehre (Perspective)*, wissenschaftlich begründet und in ihrer Anwendung auf das technische Zeichnen zum Gebrauche an Schulen etc. bearbeitet. *Theoretischer Theil*. (Bei Jent und Gassmann in Solothurn.)

nicht nur viel deutlicher erkennen lässt, als die Projektionen derselben, sondern auch noch die Vorzüge der letzteren in sich vereinigt, indem man die wahre Grösse aller vorkommenden Linien ebenso leicht, als mittelst der Projektionen selbst, bestimmen kann. Aus diesem Grunde wurden die vom Verfasser nach der gewöhnlichen Methode perspektivisch gezeichneten Darstellungen der einzelnen Hauptsteine auf den ersten sieben Tafeln durch isometrische, mit * bezeichnete Projektionen ersetzt. Bei den späteren Tafeln erlaubte jedoch der enge Raum eine solche Substitution nicht mehr. Diess veranlasste mich, auf den mit 1—12 bezeichneten Supplementtafeln die geometrischen Projektionen der wichtigsten Steine noch einmal isolirt darzustellen, und unmittelbar daraus die isometrischen Projektionen derselben herzuleiten. Hierzu kommen noch zwei mit *A* und *B* bezeichnete Supplementtafeln, welche bestimmt sind, dem Leser eine deutliche Uebersicht der in dem Werke behandelten Steinsysteme zu geben.

Die mit dem Originaltexte verflochtenen Zusätze besprechen vorzüglich die Anwendung der auf den Supplementtafeln ausgeführten isometrischen Projektionen bei dem Steinschnitte. Hiervon sind nur diejenigen Zusätze auszunehmen, welche

sich auf Seite 23—33 finden, und die Konstruktion der verschiedenen Wölbungslinien zum Gegenstande haben. Auf solche Weise wurde die Arbeit fortgeführt bis zu den Umwälzungsflächen. Weitere Zusätze fand ich von hier an entbehrlich, da der Leser, welcher einmal so weit gelangt ist, keiner Anleitung mehr bedarf, um die isometrische Methode in den geeigneten Fällen in Anwendung zu bringen. Zudem hatte die Ausdehnung des Werkes, bei dem einmal festgesetzten Preise, die äusserste Grenze erreicht, und ununterbrochen folgten sich Klagen über die lange Verzögerung seines Erscheinens.

Während ich daher vom Beginne des Werkes bis zu den Umwälzungsflächen (Abschnitt I—V) ziemlich viel für mich in Anspruch zu nehmen habe*, gebührt mir für den übrigen Theil des Werkes Nichts, als das geringe Verdienst einer freien und sorgfältigen Bearbeitung. Möge man allfällig vorkommende Mängel mit Nachsicht beurtheilen.

SOLOTHURN, im August 1842.

O. Möllinger.

* Das Originalwerk besteht aus $14\frac{3}{8}$ Druckbogen und enthält 60 Tafeln; die deutsche Bearbeitung hingegen besteht, bei gleicher Gedrängtheit des Satzes, aus 24 Druckbogen und enthält 14 Tafeln mehr, worunter sich noch 3 Doppeltafeln befinden.

EINLEITUNG.

Die *Steinbaukunst* zerfällt in zwei Theile, von welchen sich der erstere mit der Bestimmung der Form beschäftigt, welche das aufzuführende Gebäude erhalten soll, und der zweite die Anordnung und die Ausführung der einzelnen Steine behandelt, aus welchen das ganze Gebäude zusammengesetzt wird.

Die Form der verschiedenen Steine, welche ein Steinsystem bilden, hängt von den Gesetzen des Gleichgewichts ab.

Bei der Bestimmung dieser Form hat man nicht nur auf den gegenseitigen Druck der Steine, sondern auch auf die Grösse der Last Rücksicht zu nehmen, welche das Gebäude seiner Bestimmung gemäss zu tragen hat.

Dieser Theil der angewandten Konstruktionslehre gehört in das Bereich des Architekten, welcher für diejenigen, die mit der *Ausführung* des Baues beauftragt sind, durch Grundrisse, Aufrisse und Durchschnitte, die Dimensionen der verschiedenen Theile des Gebäudes zu bestimmen hat.

Zur näheren Kenntniss der Bedingungen, welche den Gesetzen des Gleichgewichtes am besten entsprechen, verweisen wir den Leser auf die angewandte Statik, und indem wir als Folge dieser Gesetze immer *die* Form wählen, welche den verschiedenen Theilen eines Systemes

am besten entspricht, werden wir uns die Bestimmung der Gestalt und der Dimensionen eines jeden Steines, in Berücksichtigung der Stelle, welche er in dem Systeme einnimmt, zur Aufgabe machen.

Noch muss ich voraussetzen, dass der Leser mit der darstellenden Geometrie vertraut sei, und alle dahin gehörende Konstruktionen selbst ausgeführt habe.

Dieses vorbereitende Studium wird dasjenige des Steinschnittes eher beschleunigen als verzögern, und man kann, wie sonderbar dies auch scheinen möchte, mit Gewissheit behaupten, dass es nicht so viele Zeit koste, zuerst die darstellende Geometrie und dann die Lehre vom Steinschnitte, als diese letztere allein zu studiren.

Ich werde daher zur Erklärung der Ausdrücke: Projektionen der Punkte, der Linien und Körper, Leitlinien (traces) und Durchschnitte der Ebenen, so wie in Bezug auf die Konstruktionen der krummen Linien, die Definitionen der krummen Flächen und ihrer Erzeugung, die Konstruktionen ihrer Durchschnitte und ihrer Tangentialebenen etc. auf die darstellende Geometrie verweisen.

Sollte dem Leser die Konstruktion des einen oder des anderen Steines Schwierigkeiten darbieten, so rathen wir ihm, denselben in Gyps zu modelliren.

Die Werkzeuge, so wie die Art, sich ihrer zu bedienen, können hier nicht angeführt werden. Dies lernt man besser auf dem Bauplatze als in einem Werke.

Wir werden nun unmittelbar zur Ausführung der Entwürfe übergehen, welche zur Konstruktion der den verschiedenen Steinen zukommenden Formen nothwendig sind.

DIE LEHRE VOM STEINSCHNITTE.

ERSTER ABSCHNITT.

VON DEN DURCH EBENEN BEGRENZTEN STEINSYSTEMEN.

ERSTES KAPITEL.

Von den Mauern. (Des Murs.)

1. Die Mauern werden theils zur Einschliessung von unbedeckten Räumen, theils zur Unterstützung von Erdmassen, theils als Träger und Widerlager von Steingewölben, Dachstühlen und der aus Eisen konstruirten Theile eines Gebäudes angewendet. Die Gestalt einer Mauer und die Grösse ihrer Dimensionen hängen daher immer von dem besonderen Zwecke derselben ab.

Die Festigkeit einer Mauer ist nicht allein durch die Grösse und Beschaffenheit der zu ihrem Bau verwendeten Steine, sondern auch durch eine zweckmässige Anordnung derselben bedingt.

2. Die Steine bestehen in der Regel aus parallelen Schichten, welche in den Steinbrüchen eine meist horizontale Lage haben. Sie werden hier in Gestalt rechtwinkliger Parallelepipeden gebrochen und die Schichten, nach welchen sie sich ablösen, heissen *Lagerschichten* (*lits de carrière*) oder die *natürlichen Lager* der Steine.

3. Bei der Aufführung eines Gebäudes muss man den Steinen in jeder Stelle, die sie einnehmen, wo möglich eine solche Lage geben, dass ihre Lagerschichten auf der Richtung derjenigen Kraft, die am stärksten auf sie wirkt, senkrecht stehen.

4. Unter der *Versatzfläche* (*lit de pose*) eines Steines versteht man diejenige, mit welcher er auf die vor ihm versetzten Steine aufgelegt wird. Sehr häufig, besonders bei den Mauern, fällt die Versatzfläche mit dem natürlichen Lager des Steines zusammen, und muss in diesem Falle eine horizontale Lage erhalten.

5. Unter den *frei liegenden Flächen* (*paremens*) eines Steines versteht man diejenigen, welche unbedeckt sind, und die Mauerhäupter bilden.

6. Sind die Steine hinlänglich gross, so dass ihre Breite gleich der Dicke der Mauer ist, so gibt man ihnen die in Fig. 1 angezeigte Lage. Diejenigen Steine, welche in der Richtung ihrer Länge zwei freiliegende Flächen haben, nennt man: *Läufer* (*parpaings*). Befinden sich aber die freiliegenden Flächen an den beiden Enden des Steines, so heissen sie *Binder* oder *Strecker* (*boutisses*), und in diesem Falle nennt man die freien Flächen des Steines seine *Häupter* oder seine Stirnflächen (*têtes de la pierre*).

7. Die erste Figur zeigt eine aus Läufersteinen zusammengesetzte Mauer. In der zweiten Figur bestehen die Steinschichten abwechselnd aus Läufern und Bindern.

8. In allen Fällen müssen die Steine eine solche Lage haben, dass die Stossfugen (joints), d. h. diejenigen vertikalen Flächen, nach welchen sich zwei aufeinander folgende Steine derselben Steinschichte berühren, wo möglich der Mitte eines Steines der unteren Steinschichte entsprechen. Ich sage wo möglich, weil es zu kostspielig wäre, dieser Bedingung strenge Genüge zu leisten. Einen nach diesem Prinzip konstruirten Steinverband zeigt die dritte Figur.

Die gerade Mauer. (Mur droit.)

9. Unter einer *geraden Mauer* versteht man diejenige, welche von zwei vertikalen und mit einander parallelen Ebenen eingeschlossen ist. Die vierte Figur zeigt die Projektion einer solchen Mauer auf einer Ebene, welche auf der Längenrichtung der Mauer senkrecht steht.

Alle Steine derselben sind rechtwinkliche Parallelepipeda, die einander gleich und auf die in der ersten Figur angezeigte Weise angeordnet sind. Die Linien ab und bc zeigen die *Länge* und die *Höhe*, die Linie $b'd'$ in der horizontalen Projektion die *Breite* eines Steines an.

10. Zur Darstellung eines Steines ($abc, a'b'd'e'$) Figur 4 und 5 wählt man einen hinlänglich grossen Steinblock, richtet auf demselben eine Ebene abe zu, kantet ihn um und bildet eine zweite Ebene $abca'$, welche mit der ersten einen rechten Winkel bildet. Auf der den beiden behauenen Flächen gemeinschaftlichen Kante ab errichtet man nun die senkrechten Linien bd und bc , um dadurch die Lage der Stirnfläche cbd zu bestimmen. Auf gleiche Weise bestimmt man die gegenüberliegende Stirnfläche $a'ae$ durch die auf ab senkrecht errichteten Kanten aa' und ae . Trägt man endlich auf diese Kanten die entsprechenden

Dimensionen des Steines auf, so können auch die beiden letzten Flächen mit leichter Mühe zugerichtet werden.

Die Böschungsmauer, (Mur en talus,)

11. Die Böschungsmauer (Fig. 6) wird zur Unterstützung von Erdmassen angewendet und soll das Herabgleiten derselben verhindern. Man gibt ihr desswegen gegen die Basis und nach der dem Druck der Erdmasse gegenüberliegenden Seite eine grössere Breite.

12. Ist die Böschung der Mauer unbedeutend, so kann man die horizontalen Lagerfugen (coupes) wie *ab*, bis zur Böschungsfläche verlängern. Ist jedoch die Böschung bedeutender, so würden die unteren Versatzflächen der Steine mit der Böschungsfläche zwei ungleiche Winkel bilden, von welchen der eine ziemlich spitz wäre, ein Fall, der beim Steinern im Allgemeinen vermieden werden muss. Um diesem Uebelstande zu begegnen, lässt man die horizontale Schnittfläche in einer Entfernung von 5 oder 6 Centimeter von der Böschungsfläche endigen, und richtet den Schnitt von hier an senkrecht auf die Böschungsfläche. — Freilich gehen daraus wieder zwei neue Uebelstände hervor; denn erstens wird die Grösse der horizontalen Fläche, mit welcher der obere Stein auf dem unteren Steine ruht, vermindert; und zweitens berühren sich die Steine nach einer gebrochenen Fläche; wenn nun der hervorspringende stumpfe Winkel *a, b, c* nicht vollkommen in den entsprechenden eintretenden Winkel passt, so wird der obere Stein nicht mit seiner ganzen Fläche auf dem unteren Steine aufrufen, und der durch das Gewicht der höher liegenden Theile des Gebäudes hervorgebrachte Druck könnte entweder den Bruch des Steines oder seine Herabgleitung auf dem geneigten Theile der Versatzfläche veranlassen. Ueberhaupt werden wir noch öfters die Be-

merkung machen, dass eine Unregelmässigkeit in der Anordnung des Ganzen oder einiger Theile eines Gebäudes immer auch eine Unregelmässigkeit in der Form der Steine nach sich ziehe; der mit der Ausführung beauftragte Ingenieur muss daher diese Unregelmässigkeiten wo möglich zu vermeiden, oder wenigstens ihre Anzahl zu vermindern und ihre schädlichen Wirkungen aufzuheben suchen.

13. Im Allgemeinen hat man beim Steinschnitte folgende Punkte zu beobachten:

1) Die Steine sollen sich, wenn hierdurch der Zweckmässigkeit der Anordnung und der eleganten Form der Gebäude kein Eintrag geschieht, *wo möglich nach ebenen Flächen berühren*. Es soll daher

2) *Die Berührung nach gebrochenen oder nach krummen Flächen vermieden werden*.

3) *Die Schnittflächen eines Steines sollen zur Vermeidung der spitzen Winkel wo möglich senkrecht auf einander stehen*.

Uebrigens muss bemerkt werden, dass diesen Bedingungen nicht immer zugleich entsprochen werden kann, sondern häufig der einen nur auf Unkosten der andern; es wird daher eine gewisse Uebung erfordert, um in den zweifelhaften Fällen denjenigen Weg einzuschlagen, welcher die wenigsten Nachtheile darbietet.

14. Um den spitzen Winkel zu vermeiden, welchen die Böschungsfläche mit der Oberfläche des Bodens bildet, kann man demjenigen Theile des Steines, welcher in der Erde versetzt ist, von dem Punkte *d* aus, einen vertikalen Schnitt geben, oder man kann die Breite des Steines um die Grösse *d e* vermehren, und dann die vertikale Ebene *eu* anschneiden. Das erste Mittel erfordert weniger Steinmasse, das zweite vermehrt die Stabilität der Mauer, weil die Basis derselben grösser wird.

15. Bei der Ausführung des untersten Steines (Fig. 6 und 7) der Böschungsmauer richtet man zuerst die Versatzfläche $rstu$ zu, indem man ihr die Gestalt des Rechtecks $a'e'k'f'$ (Fig. 6) gibt, welches die horizontale Projektion des darzustellenden Steines ist. Man schneidet hierauf die beiden Flächen $tunm$ und rso senkrecht auf die behauene Lagerfläche des Steines, und konstruirt sich aus hölzernen Latten oder aus Eisenblech eine Form^{*)}, welche die Gestalt des Steinprofiles $abcdeut$ hat. Diese legt man nun so auf die Fläche tun , dass die Linie tu (Fig. 6) mit tu (Fig. 7) zusammenfällt, und reißt auf dieser, indem man an den Grenzen der Form hinfährt, die gebrochene Linie $abcdeut$ auf. Schlägt man hierauf alle Theile des Steines, welche die Auflage des Lineals auf den oben gezogenen Umrissen verhindern, ab, so ist der Stein geschnitten.

Den ausgeschnittenen Formen, welche man auf den Steinflächen auflegt, um die nöthigen Umrisse zu erhalten, gibt man den Namen: Lehre oder Schablone (*panneau*).

Die Ausführung der übrigen Steine bietet keine weitere Schwierigkeiten dar.

Die schiefe Mauer. (Mur biais.)

16. Unter einer schiefen Mauer (Fig. 8.) versteht man diejenige, welche zwischen zwei vertikalen, nicht parallelen Ebenen ($m'a', u'c'$) liegt.

Die Versatzflächen einer solchen Mauer haben nach ihrer ganzen Ausdehnung eine horizontale Lage. Da jedoch die beiden vertikalen Flächen $a'm'$ und $c'u'$ der Mauer nicht parallel sind, so müssen die vertikalen Schnitte,

^{*)} In Betreff einer anderen Methode der praktischen Ausführung der Steinschnitte, wobei die Konstruktion der Formen wegfällt, verweisen wir auf weiter unten. M.

welche auf einer dieser Flächen senkrecht stehen, mit der andern Fläche spitze Winkel bilden. Um diess zu vermeiden, führt man die vertikalen Schnittflächen (joints) $a'b'$, $m'n'$, welche auf der Mauerfläche $a'm'$ senkrecht stehen, nur bis zu einer gewissen Entfernung von der entgegengesetzten Mauerfläche $c'u'$, und richtet hierauf die Schnitte $b'c'$, $n'u'$ senkrecht gegen diese Fläche.

17. Bei der Ausführung eines Steines (Fig. 8 und 9) gibt man der Versatzfläche desselben zuerst die Gestalt des Rechteckes $p'q'v'm'$ (Fig. 8), welches die horizontale Projektion des Steines darstellt. Auf dieser Fläche senkrecht schneidet man die Fläche $p'm'mp$ an, so dass $p'p$ gleich ist der Höhe as . (Fig. 8.) Ebenso schneidet man die Fläche p,q,v,m senkrecht auf die Fläche $p'm'm,p$, so dass sie parallel mit der Lagerfläche wird. Hierauf konstruirt man die Schablone $a'b'c'u'n'm'$ (Fig. 8), reisst nach dieser sowohl auf der Lagerfläche $p'q'v'm'$, als auf der entgegengesetzten Fläche p,q,v,m die entsprechenden Umrisse auf, und schlägt die über dieselben heraustretenden Theile des Steines ab. Ebenso verfährt man bei der Darstellung der übrigen Steine.

Die schiefe Mauer mit Böschung. (Mur biais et en talus.)

18. Die zehnte Figur stellt die Kombination der beiden vorhergehenden Fälle dar. Die vertikale Projektionsebene steht hier auf der Böschungsfläche der Mauer senkrecht, so dass diese in der Projektion durch die Linie dy dargestellt wird. Die vertikale Seitenfläche der Mauer dagegen, hat zur Projektion das Rechteck t,q,o,x .

19. Bei der Ausführung des Steines $tu edcbza$ (Fig. 10 und 11) verfährt man zuerst so, als ob er zu einer schiefen Mauer gehörte, indem man die Schablone $q'z'e'k'f'a'$ auf das Versatzlager und die demselben gegenüberliegende

Fläche aufträgt, und die über die Umrisse heraustretenden Theile abarbeitet. Alsdann bildet man die Form $zbcdeus$, und reisst sie auf den beiden Flächen sun und frp auf. Alles Uebrige bietet dann keine weiteren Schwierigkeiten dar.

Ansteigende Mauern oder Rampen. (Mur de rampe ou rampant.)

20. Schon der Name dieser Mauern zeigt an, zu welchen Zwecken sie vorzüglich bestimmt sind. Dieselben (Fig. 12) unterscheiden sich von den gewöhnlichen Böschungsmauern nur durch eine grössere Neigung.

21. Die Figur 13 gibt die perspektivische Ansicht eines Steines, und zeigt deutlich genug, wie derselbe darzustellen ist.

Von den Eckmauern. (Coins ou encognures.)

22. Wenn sich zwei Mauern begegnen und ein Eck bilden, so sind die Steine nach der in Fig. 14 und 15 dargestellten Weise anzuordnen, d. h. sie müssen ihrer Länge nach abwechselnd in die eine und die andere der beiden Mauern eingreifen. Die vierzehnte Figur zeigt die vertikale und die fünfzehnte Figur die horizontale Projektion eines solchen Eckes. Würden sich die Mauern unter einem spitzen Winkel begegnen, so ist dieser nach der durch die horizontale Projektion (Fig. 16) angegebenen Weise abzuschneiden. Die Anordnung der Steine für diesen Fall zeigt die Figur 17.

Für den Fall, wo sich zwei Böschungsmauern unter einem spitzen Winkel durchschneiden, ist die Schnittfläche, durch welche die beiden Böschungsflächen vereinigt werden, ebenfalls eine Böschungsfläche (Fig. 18.)

Wenn das Vorhergehende gut begriffen ist, so bietet die Ausführung solcher Mauern keine weitere Schwierigkeiten dar.

Aus diesem Grunde übergehe ich auch die Kombination zweier Mauern mit verschiedenen Böschungen, zumal da die späteren Beispiele des Steinverbandes den Leser mit solchen Schwierigkeiten hinlänglich vertraut machen werden, und begnüge mich mit der bloßen Erwähnung dieses Falles, damit der Leser die Auflösung selbst versuche.

ZWEITES KAPITEL.

Konstruktion eines flachen Sturzes. (Plate - Bandes)

23. Die obere Bedeckung einer Thür - oder Fensteröffnung, welche in einer Ebene liegt und eine horizontale Lage hat, wird ein *flacher Sturz* (plate - bande) genannt.

24. Die beiden vertikalen Mauern, auf welchen der flache Sturz ruht, nennt man die *Pfeiler* (pieds droits ou jambages). Ist die Breite der Oeffnung unbedeutend, so kann man den flachen Sturz aus einem einzigen Steine bilden, und denselben mit seinen beiden Enden auf den oberen Theilen der Pfeiler auflegen. Dadurch wirkt der Druck, so wie es die Gesetze des Gleichgewichtes verlangen (Statik), in der Längenrichtung der beiden Pfeiler; da jedoch der flache Sturz nur an seinen Enden unterstützt wird, und die Mitte derselben bei einer starken Belastung der Gefahr des Zerbrechens ausgesetzt ist, so muss man die vertikale Dicke desselben möglichst verstärken, und den über der Oeffnung der Thüre befindlichen Theil nur wenig oder gar nicht belasten, sondern die Belastung auf die über den Widerlagern befindlichen Enden des Sturzes hinzuleiten suchen.

25. Ist die Breite des flachen Sturzes zu bedeutend, als dass man ihn aus einem Steine verfertigen könnte, so

konstruirt man über derselben das gleichseitige Dreieck abc , (Fig. 19) theilt die horizontale Seite a,b in eine ungerade Anzahl gleicher Theile, und zieht von dem Punkte c aus, durch die Theilungspunkte gerade Linien, wie cd . Diese Geraden sind die vertikalen Projektionen der Schnitte, welche die einzelnen Steine des flachen Sturzes erhalten müssen.

Diese Anordnung verhindert nicht, den Lagerungsschichten der Steine eine solche Lage zu geben, dass die aus ihrem und dem Gewichte der von ihnen getragenen Last hervorgehende Pressung auf den Richtungen derselben senkrecht stehe, während sie, wenn der Sturz nur aus einem Steine dargestellt wird, in ihrer horizontalen Lage über den Widerlagern in der Mitte keine Unterstützung finden.

26. Wenn der flache Sturz auf die oben angezeigte Weise aus mehreren Steinen zusammengesetzt ist, so gibt man den verschiedenen Theilen desselben folgende Benennungen: die Steine, welche denselben bilden, heissen *Gewölbsteine* (*claveaux*); der Gewölbstein, welcher der Mitte der Oeffnung entspricht, führt den Namen: *Schlussstein* (*clé*). Die geneigten Flächen, mit welchen sich die einzelnen Gewölbsteine berühren, heissen *Schnittflächen* (*coupes*), und ihre sichtbaren in den äusseren Flächen liegenden Grenzen: *Gewölbefugen*. Die untere, sichtbare Fläche des flachen Sturzes heisst die *Leibung* (*l'intrados*) desselben; die *Stirnfläche* (*tête du claveau*) eines Gewölbsteines ist das Polygon ($a e d h u s$), welches einen Theil der sichtbaren Fläche der Mauer bildet, durch welche die Thüre geht; diejenigen Steine endlich, welche die höchsten Theile der Widerlager bilden, und auf denen der flache Sturz aufruht, heissen die *Kämpfer* (*sommiers*).

27. In dem oben behandelten Systeme sucht ein jeder Stein, vermöge seiner keilförmigen Gestalt, die beiden Steine, zwischen welchen er sich befindet, von einander zu entfernen. Da diese Wirkung um so grösser wird, je mehr sich die Richtungen der Gewölbefugen der vertikalen Richtung nähern (Statik), so geht daraus hervor, dass der flache Sturz in der Mitte am schwächsten ist, und dass, so wie sich der Schlussstein einsenkt, die zur Rechten und Linken befindlichen Theile, welche keine Unterstützung mehr finden, eine Drehung um die Punkte *a* und *b* erleiden werden, wobei sie auf die Widerlager einen Seitendruck ausüben, welcher dieselben umzustürzen sucht.

28. Um dieser schädlichen Wirkung so viel wie möglich zu begegnen, gibt man den Schnittflächen des Schlusssteines eine hinreichende Länge, indem man, wenn es nöthig ist, die Dicke des flachen Sturzes an diesem Punkte entsprechend vergrößert; über dem Sturze selbst aber bringt man Bögen aus Bruch- oder Backsteinen an, welche den Druck der oberen Theile des Gebäudes zu tragen, und von den schwächeren, über der Thüröffnung sich befindlichen Theilen des Sturzes abzuwenden haben; endlich verbindet man die Steine des flachen Sturzes durch eiserne Haken und Bänder, so dass sie als eine Masse zu betrachten sind. Da jedoch die Wahl dieser Mittel von den Gesetzen der Mechanik abhängt, und in der Anwendung der Statik auf das Gleichgewicht der Gewölbe behandelt wird, so beschäftigen wir uns hier, wie bereits oben gesagt wurde, nur mit der graphischen Darstellung des Systemes, und mit der Konstruktion derjenigen Linien, welche zur Bestimmung der Schnittflächen nothwendig sind.

29. Um das Herabgleiten des ersten Steines *a e d h u* auf dem Kämpfer zu verhindern, gibt man demselben einen gebrochenen Schnitt *a s u*, welcher wegen seiner

Gestalt den Namen *Haken* (crossette) erhalten hat. Die Steine selbst heissen *Hakensteine* (pierres en état de charge). Man sieht leicht ein, dass der Theil *dh u s* durch den Druck der höher liegenden Steine auf dem Kämpfer erhalten wird. Ebenso würde die Festigkeit des flachen Sturzes dadurch erhöht werden, dass man den zweiten Stein mit einem Haken in den ersten eingreifen liesse. Man dürfte jedoch diese Haken nicht zu lange machen, weil sie alsdann der Ungleichheit des Druckes mit geringerem Erfolge widerstehen würden.

30. Um die spitzen Winkel zu vermeiden, welche die Schnittflächen *de* etc. mit den Leibungsflächen bilden, kann man den ersteren von den Theilungspunkten aus eine vertikale Richtung geben, und dieselbe entweder bis zu einer horizontalen Linie *s, i* (Fig. 19), oder bis zu einem aus dem Punkte *c* beschriebenen Kreisbogen *p, q* (Fig. 20) verlängern. Von hier aus gibt man dem Schnitte eine Richtung, welche verlängert durch den Punkt *c* geht.

Die Figur 22 ist eine perspektivische Darstellung des ersten Steines zur Rechten des flachen Sturzes (Fig. 19).

31. Dem Herabgleiten der Steine kann man auch durch den Schnitt selbst begegnen, ohne zu fremden Mitteln seine Zuflucht nehmen zu müssen. Man darf nämlich die Schnittflächen nur so brechen, wie es die Linie *ryn m* (Fig. 20) anzeigt, so dass ein jeder Stein mittelst eines kleinen Hakens *m, n, y* auf seinem angrenzenden Steine aufliegt. Den Schnittflächen des Schlusssteines gibt man jedoch in der Regel keine gebrochene Gestalt, da die Erfahrung gezeigt hat, dass derselbe bei dem Bruche eines flachen Sturzes nicht sowohl zwischen den anliegenden Steinen herabgleitet, als vielmehr diese mit sich zieht, und um die Winkel der Widerlager dreht.

Die Figur 23 zeigt die Gestalt des ersten Steines zur Rechten des flachen Sturzes. (Fig. 20).

Um den unangenehmen Eindruck, den die gebrochene Fuge $m n y r$ in der sichtbaren Fläche der Mauer auf das Auge macht, zu vermeiden, bringt man den Hakenschnitt nur in einem Theile der Steindicke an, wie man aus den Fig. 24, 25 und 26 ersieht, wo Fig. 25 den Spund anzeigt, mit welchem der entsprechende Stein in den Haken des folgenden Steines Fig. 26 eingesetzt wird.

Für die kleine gerade Linie b, c (Fig. 26) kann man auch einen Bogen setzen, welcher aus dem Punkte a und mit einem Radius gleich a, b beschrieben wird.

Die praktische Ausführung des Schnittes dieser Steine bietet keine Schwierigkeiten dar. Um z. B. den Stein $u v x a$ (Fig. 21 und 24) darzustellen, konstruirt man die Lehre seiner Stirnfläche $a c b e u v z x$, und legt dieselbe auf den parallelen und entgegengesetzten Flächen eines parallelepipedisch behauenen Steines an, dessen Länge gleich der Dicke der Mauer ist, durch welche die Thüre geht; die hervorstehenden Theile des Steines schlägt man hierauf ab, und bestimmt zuletzt die Grenzen des Hakens $a c b$.

Die hohlen Theile (Spunde) der anliegenden Steine bieten eben so wenig bemerkenswerthe Schwierigkeiten dar.

32. In Figur 20 befindet sich an dem Rande der Thüre eine kleine rechtwinkliche Vertiefung, welche den Namen *Falz* (feuillure) führt. Bei der Darstellung eines Steines nimmt man im Anfange keine Rücksicht auf denselben; erst dann, wenn alle Hauptschnitte ausgeführt sind, zieht man auf jeder Seite desselben die Linien $a c$ und $c o$ (Fig. 23), wodurch die Begrenzung des Falzes bestimmt wird.

Flache Gewölbe. (Voutes plates.)

33. Denkt man sich einen flachen Sturz nach allen Schnittflächen der Gewölbsteine verlängert, so erhält man die Vorstellung eines flachen Gewölbes. Die beiden Widerlager werden in diesem Falle zu zwei parallelen Mauern; die Gewölbsteine, welche dieselbe Form wie die eines flachen Sturzes erhalten, werden mit ihren Enden so aneinandergesetzt, dass wo möglich eine jede Fuge der einen Reihe, der Mitte eines Steines der anliegenden Reihe entspricht.

Figur 27 zeigt die Ansicht einer viereckigen Decke, welche gebildet wird, wenn sich zwei mit flachen Gewölben bedeckte Gänge *A* und *B* durchschneiden.

Figur 28 ist eine perspektivische Darstellung des Kämpfers, welcher durch den Durchschnitt der beiden Mauern gebildet wird; Fig. 29 eine Darstellung des anliegenden Gewölbsteines, und Fig. 30 diejenige eines Schlusssteines. Um den in Fig. 29 dargestellten Stein zu schneiden, richtet man zuerst einen parallelopipedischen Block zu, der zur Grundfläche das Rechteck *a b c d* (Fig. 27) und zur Höhe die Dicke des Gewölbes hat. Alsdann legt man auf den beiden vertikalen Flächen *b c f* und *c d f* (Fig. 29) eine Lehre an, welche die Gestalt der Stirnfläche (Fig. 19) besitzt, reißt diese auf den ebengenannten Flächen auf, und arbeitet die hervorspringenden Theile senkrecht auf denselben ab, wobei man sich in Acht zu nehmen hat, dass die inneren Schnitte des Steines nicht zu weit verlängert werden, indem sich dieselben in der durch die Diagonale *a, c* gelegten vertikalen Ebene *a c f* durchschneiden. Den Schnittflächen der Gewölbsteine wurde in diesem Beispiele die Form *v z k* (Fig. 19) gegeben. Uebrigens möchte es kaum nöthig sein, zu bemerken, dass das Gewölbe an

Festigkeit gewinnt, wenn man den Schnittflächen der Gewölbsteine die Form $m n y r u$ (Fig. 20) gibt.

34. Figur 31 ist die horizontale Projektion eines flachen Gewölbes, welches einen viereckigen Saal bedeckt, und Figur 32 die perspektivische Darstellung eines im Eck befindlichen Gewölbsteines, dessen horizontale Projektion $m n p q$ ist. Zur Darstellung dieses Steines muss man die Lehre seiner Stirnfläche auf den beiden vertikalen Flächen $m n$ und $m p$ anlegen und den Stein nach den Umrissen derselben senkrecht auf seine Flächen behauen. Es ist bekannt, dass solche Gewölbe keinen Seitendruck ausüben. Diess würde übrigens nicht stattfinden, wenn man den Schnittflächen der Gewölbsteine die Gestalt $v z x$ (Fig. 21) geben würde; bringt man jedoch an einer jeden Steinreihe einen Haken von der Gestalt $m n y r$ (Fig. 20) an, so kann man sich das ganze Gewölbe aus mehreren rechtwinklichen und konzentrischen Rahmen zusammengesetzt denken, von welchen sich ein jeder mit seinem Haken in die entsprechende rechtwinkliche Vertiefung des vorhergehenden Rahmens einlegt. Diese Vorsicht würde übrigens noch nicht ausreichen, indem auch die Gewölbsteine derselben Reihe so geschnitten werden müssen, dass sie sich gegenseitig in der Höhe halten. Dieses erreicht man dadurch, dass man an der Stirnfläche eines jeden Gewölbsteines einen Haken $a b$ (Fig. 31) anbringt, mit welchem er auf dem vorhergehenden Gewölbsteine aufsitzt, während dieser wieder auf dem im Eck liegenden Gewölbsteine ruht.

Durch diese Anordnung, nach welcher ein jeder Gewölbstein sowohl in dem vorhergehenden derselben Reihe, als in dem anliegenden Gewölbsteine der äusseren Reihe eingehakt ist, wird dem Herabgleiten derselben auf den schiefen Schnittflächen und daher auch dem Drucke auf den Schlussstein vorgebeugt, so dass man nicht nur den

Schlussstein, sondern selbst mehrere konzentrische Reihen von Gewölbsteinen herausnehmen kann, wenn man den Saal durch das von oben einfallende Licht erhellen will.

35. Wegen des festen Verbandes einer solchen Zurrüstung gibt man ihr zur Bedeckung des bei der Durchschneidung zweier Gänge gebildeten offenen Raumes häufig vor der in Fig. 27 dargestellten Anordnung den Vorzug. In diesem Falle legt man über die senkrechten Pfeiler a, b, c, d (Fig. 33) vier flache Sturze, welche die vier Mauern des vorhergehenden Falles ersetzen.

ZWEITER ABSCHNITT.

VON DEN DURCH ZYLINDERFLÄCHEN BEGRENZTEN STEINSYSTEMEN.

ERSTES KAPITEL.

Runde Mauern.

36. Wenn man aus einem Punkte c als Mittelpunkt mit den Radien ca und cb zwei konzentrische Kreise beschreibt, so kann der zwischen beiden Kreisen befindliche Raum $abde$ als die horizontale Projektion einer runden Mauer mit kreisförmiger Basis betrachtet werden. (Fig. 34 Taf. 3.)

Zur Darstellung eines Steines (Fig. 35) richtet man sich einen rechtwinklichen Block zu, dessen Dicke derjenigen des zu schneidenden Steines gleich ist, legt eine Lehre

von der Gestalt $abuv$ (Fig. 34) auf den beiden Flächen, welche die Versatzflächen bilden sollen, auf, und meisselt die hervorspringenden Theile so ab, dass das Lineal auf den nach der Lehre aufgerissenen Begrenzungen aufliegt. In Betreff des zylindrischen Theiles $ava'v'$ (Fig. 35) des Steines muss bemerkt werden, dass das Lineal nicht nach allen Richtungen des Steines anliegen kann; sondern nur nach derjenigen, welche mit der Generatrix der Zylinderfläche parallel ist. (Darstellende Geometrie.) Zu diesem Zwecke theilt man die beiden Bögen av , $a'v'$, welche hier die Leitlinien der Zylinderfläche bilden, in dieselbe Anzahl gleicher Theile; die entsprechenden Punkte dieser beiden Bögen werden dann die verschiedenen Lagen des Lineals bestimmen. — Auf gleiche Weise schneidet man die innere Zylinderfläche bu .

37. Fig. 36 gibt die Hauptansichten zweier Mauern, welche, durch eine zylindrische Mauer vereinigt werden. Die Darstellung der Steine ist dieselbe, wie im vorhergehenden Beispiele. Die Aussenfläche des Steines $abce$ liegt zum Theil in einer Ebene, zum Theil in einer Zylinderfläche.

38. Fig. 37 zeigt eine Mauer mit elliptischer Basis. Will man, dass die innere elliptische Begrenzung der Mauer der äusseren ähnlich sei, so verbindet man die Endpunkte der Axen der äusseren Ellipse durch eine gerade Linie ab , zieht durch den Endpunkt der kleinen Axe der inneren Ellipse, parallel mit ab die Linie cd , und konstruirt über den beiden Linien co und od die innere Ellipse selbst. In diesem Falle erhält die Mauer gegen den Punkt a hin eine grössere Dicke, als gegen b , was zuweilen um dem Drucke gewisser Gewölbe Widerstand zu leisten nothwendig ist. Gibt man den vertikalen Schnittflächen vu eine solche Lage, dass sie auf der äusseren

Mauerfläche senkrecht stehen, so werden diese mit der inneren Mauerfläche ungleiche Winkel bilden, und umgekehrt. Zur Vermeidung dieses Uebelstandes muss man den Steinen gebrochene Schnittflächen mns geben, so dass mn auf der äusseren und ns auf der inneren Mauerfläche senkrecht steht. Auch kann man die Schnittflächen auf eine mittlere Ellipse pq senkrecht stellen, wo alsdann die von den Mauer- und Schnittflächen gebildeten Winkel von rechten Winkeln weniger verschieden sind.

Endlich kann die innere Mauerfläche durch eine mit der äusseren Ellipse parallele Kurve zxy begrenzt werden. Um dieselbe zu konstruiren hat man zu der äusseren Ellipse eine gewisse Anzahl von Normalen zu ziehen, auf eine jede derselben eine Grösse bz zu tragen, welche der Dicke der Mauer gleich ist, und die erhaltenen Punkte durch eine stetige krumme Linie zu verbinden.

ZYLINDERGEWÖLBE UND GERADE ZYLINDRISCH ÜBERWÖLBTE THÜREN.

(*Berceaux et portes droites.*)

Zylindergewölbe.

39. Wir haben so eben gesehen, dass die äusseren und die inneren Flächen runder Mauern als Zylinderflächen betrachtet werden müssen. Setzen wir nun den Fall, die erwähnten Flächen hätten eine horizontale Lage, wie in Fig. 38, so erhält man ein Zylindergewölbe.

Diese Art von Gewölben findet ihre Anwendung, wenn man den von zwei parallelen Mauern A und B eingeschlossenen Raum überdecken will. In der vertikalen Projektion sind die Mauern selbst nicht angegeben, son-

dern nur derjenige Theil des Gewölbes, welcher über der mit dem Namen *Kämpferebene* (plan de naissance) bezeichneten Fläche liegt. Diejenige Zylinderfläche, welche die innere Gewölbfäche bildet, heisst auch die *Leibung* (l'intrados, douelle), und die Kurve, welche die Form der Leibung bestimmt, der *Lehrbogen* (cintre) des Gewölbes. Die Benennungen der übrigen Theile sind schon früher (26) vorgekommen.

Bei der Konstruktion der horizontalen Projektion dachte man sich das Auge innerhalb des Gewölbes, um die Fugenschnitte der inneren Leibung darstellen zu können.

40. Wir haben in (3) den Satz aufgestellt, dass die Lagerungsschichten eines Steines auf der Richtung, nach welcher der grösste Druck wirkt, senkrecht stehen sollen; bei den Mauern wurde daher den Lagerungsschichten eine horizontale Lage gegeben, weil vermöge der Schwerkraft der Druck der höherliegenden Steine nach einer vertikalen Richtung wirkt; bei den flachen Sturzen und Zylindergewölben hingegen, wo die Steine gleich Keilen wirken, welche die anliegenden Steine von einander zu entfernen suchen, kann die Schwerkraft nach zwei auf den Berührungsflächen der Steine senkrechten Richtungen zerlegt werden, und es müssen daher die Lagerungsschichten mit diesen Flächen so nahe wie möglich parallel sein. Dies wird erreicht, wenn man dieselben parallel mit einer Ebene legt, welche den Gewölbstein in zwei gleiche Theile theilt; indessen befolgt man diese Regel aus ökonomischen Gründen nicht streng, sondern man gibt den Lagerungsschichten gewöhnlich eine mit einer der Seitenflächen parallele Lage, wodurch zuweilen noch Steine angewendet werden können, deren Ecken im anderen Falle abgeschlagen werden müssten.

41. In Fig. 38 ist die innere und die äussere Gewölfläche durch konzentrische Kreise begrenzt; diese Anordnung würde jedoch mit den Gesetzen des Gleichgewichtes nicht übereinstimmen, und könnte nur bei einem Gewölbe von geringer Breite angewendet werden.

Theorie (Statik) und Erfahrung haben gezeigt, dass für den Fall, wo die Leitlinie der innern Gewölfläche ein Halbkreis ist, die äussere Gewölfläche die Form der Kurve *b a c* (Fig. 39) haben müsste, wenn sich alle Steine, welche das Gewölbe zusammensetzen, durch ihr eigenes Gewicht und ohne fremde Mittel im Gleichgewichte erhalten sollen. Die Arme dieser Kurve nähern sich der Kämpferebene (*plan de naissance*), ohne dieselbe zu berühren, so dass die *beiden unteren Gewölbesteine* eine unendliche Länge haben müssten. Man begreift übrigens leicht, dass es nicht möglich und selbst nicht einmal nothwendig sei, diesen Bedingungen Genüge zu leisten, da die Adhärenz der Steine nicht nur durch Mörtel, sondern auch durch eine eigene Konstruktion der Schnittflächen z. B. durch Haken, so wie sie bei den flachen Sturzen in Anwendung kamen, so wie endlich durch Klammern oder eiserne Bänder beliebig vergrössert werden kann; um jedoch den Gewölben ein leichteres Ansehen zu geben, und zugleich der durch die Theorie bestimmten Form, wo möglich zu entsprechen, wählt man sehr häufig die in Fig. 40 dargestellte Anordnung.

Die zur Rechten und zur Linken befindlichen Steine *a* und *b* bilden hier zwei Massen, welche durch ihre Trägheit, die unendliche Länge, die man den beiden untersten Gewölbesteinen geben müsste, hinreichend ersetzen. Die Kurve, durch welche die äussere Gewölfläche begrenzt wird, ist ein Kreisbogen, dessen Mittelpunkt in *o* liegt, so

dass oc ohngefähr gleich dem dritten Theil des Radius des inneren Kreisbogens ist.

Gerade zylindrisch überwölbte Thüren. (Portes droites.)

42. Wenn ein zylindrisches Gewölbe nur eine geringe Länge hat, so gibt man ihm den Namen *Portal*, Thor oder Thüre.

43. Da die Thüren sehr häufig in den Façaden eines Gebäudes angebracht sind, so muss man die Schnittflächen der Gewölbsteine mit den Stoss- und Lagerfugen der Mauersteine so zu verbinden suchen, dass diese Verbindung zur Zierde des Gebäudes beiträgt. (Fig. 41.)

44. An der inneren Begrenzung der Thüre bringt man gewöhnlich eine kleine, rechtwinkliche Vertiefung oder einen Falz an, so wie er am Sturze (Fig. 20) ebenfalls vorgekommen ist, um die beiden Thürflügel in dieselbe einlegen zu können.

45. Ist der Falz auf beiden Seiten der Thüre angebracht, so bildet der hervorspringende Theil der inneren Gewölbfläche einen *Zwiebogen* (*arc doubleau*). Solche Zwiebögen bringt man zuweilen in Gewölben oder in kreisförmigen Gallerien, in bestimmten Abständen von einander an, gibt ihnen einen hinreichenden Vorsprung und unterstützt sie durch Säulen, so dass sie sowohl zur Eleganz als zur Festigkeit des Gewölbes beitragen.

Zur Darstellung eines zu einem geraden Portale gehörigen Steines (Fig. 42) richtet man einen rechtwinklichen Block zu, dessen Länge gleich der Dicke der Mauer ist, und dessen Basis eine solche Grösse hat, dass die Lehre der Stirnfläche $abcdei$ des Steines in derselben enthalten ist. Nach dieser bestimmt man auf den entsprechenden Flächen des Blockes die Umrisse der Stirnfläche, und ar-

beitet die darüber hervorspringenden Theile des Steines ab.

Zu bemerken ist, dass zwischen den Punkten *e* und *i* mehrere Theilungspunkte bestimmt werden müssen, welche die dem Richtscheite beim Schneiden des Steines zukommenden Lagen bestimmen werden, so wie dies bei der zylindrischen Fläche des, einer runden Mauer zugehörigen Steines nöthig war.

Zur Darstellung des Falzes bestimmt man auf der Stirnfläche der Steine die Lage der Punkte *m* und *n*, und zieht durch dieselben mittelst einer Lehre den Bogen *mn*. Man kann denselben auch noch dadurch bestimmen, dass man den einen Fuss des Zirkels längst des Bogens *c'i'* bewege, während der andere Fuss den Bogen *mn* beschreibt. Auf gleiche Weise wird der Bogen *ei* bestimmt. Zum Aufreißen des letzteren kann man sich auch eines biegsamen Lineales bedienen, indem man es nach der Form der Leibung krümmt. Endlich bearbeitet man den Stein nach *mn* senkrecht auf die Stirnfläche, und nach *ei* senkrecht auf die Leibungsfläche; dadurch entstehen zwei kleinere Flächen, von denen die erstere zylindrisch, die zweite eine Ebene ist, und die sich nach der einspringenden Linie *vz* durchschneiden.

46. Ich beschliesse dieses Kapitel mit der Anführung mehrerer Beispiele über die Konstruktion gerader Thüren, welche nach verschiedenen Lehrbögen gewölbt sind.

47. Die Thüre ist nach einem *vollen* oder *römischen Bogen* (*plein cintre*) gewölbt, wenn die Wölbungslinie ein Halbkreis ist.

48. Unter dem *gedrückten Gewölbe* (Fig. 43) (*cintre surbaissé*) versteht man dasjenige, dessen Höhe geringer ist, als die halbe Breite desselben.

49. Unter dem *überhöhten Gewölbe* (Fig. 44) (*cintre sur-haussé*) versteht man dasjenige, dessen Höhe grösser ist, als die halbe Breite.

50. Fig. 45 gibt die Darstellung eines *steigenden Gewölbes* (*porte rampante*).

51. Die schönste Wölbungslinie für *gedrückte Bögen* ist die Ellipse; nichts desto weniger wird sie nur selten angewendet, weil die Schnittflächen der Steine, welche das Gewölbe bilden, in den Normalebene der elliptischen Zylinderfläche liegen müssen, und daher zur Bestimmung der Lage einer jeden dieser Schnittflächen eine besondere Konstruktion nothwendig ist.

Die verschiedenen Konstruktionsarten der Ellipse, so wie der Tangenten und Normalen zu derselben, übergehen wir, weil sie in jedem Lehrbuche zu finden sind. Um den Schwierigkeiten auszuweichen, welche die Anwendung der Ellipse darbietet, hat man dieselbe durch Wölbungslinien zu ersetzen gesucht, welche aus drei oder mehreren Kreisbögen so zusammengesetzt sind, dass je zwei aufeinanderfolgende Kreisbögen in ihrem Vereinigungspunkte eine gemeinschaftliche Tangente haben. Die gebräuchlichen Konstruktionen dieser Wölbungslinien, welche auch *Korbbögen* genannt werden, sind folgende:

Erste Konstruktion. Die halbe Spannweite (Fig. 46), sei ac ; die lichte Höhe cd . Man konstruirt das Rechteck $acde$, ziehe die Diagonale ad und halbire die Winkel dae und ade , durch die Linien ag und df . Aus dem Punkte h , wo sich beide Linien schneiden, falle man nun eine senkrechte Linie auf die Diagonale ad und verlängere sie so weit, bis sie die Linie ac in dem Punkte k und die Verlängerung von dc in einem Punkte i durchschneidet. Der Punkt k bildet dann den Mittelpunkt für den Bogen ah , der Punkt i den Mittelpunkt für den Bogen hdi . Der

Mittelpunkt k' für den Bogen $h'a'$ ergibt sich dadurch, dass man die Linie ck von c nach k' trägt. Um sich von der Richtigkeit der Konstruktion zu überzeugen, muss die Gleichheit der Seiten ak und kh , hi und id , oder auch die Gleichheit der Winkel kah und kha , ihd und idh bewiesen werden. Bezeichnen wir zu diesem Zwecke den Winkel adc mit α und ade mit β , so ist Winkel $had = \frac{1}{2}\alpha$ und Winkel $dac = \beta$; also Winkel $hak = \frac{1}{2}\alpha + \beta$. Ferner ist $ahk = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$, oder (wenn man für 90° den Werth $\alpha + \beta$ setzt), $= \frac{1}{2}\alpha + \beta$, und folglich Winkel $ahk = h ak$. Ebenso ist $idh = \alpha + \frac{1}{2}\beta$ und $ihd = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta = \alpha + \frac{1}{2}\beta$. Daher auch Winkel $idh =$ Winkel ihd . Die Dreiecke akh und hid sind daher gleichschenkelig und desswegen auch $hk = ak$ und $hi = di$.

Zweite Konstruktion. Soll der Bogen eine grössere Oeffnung erhalten, so darf man den Winkel edh (Fig. 47) nur kleiner als die Hälfte des Winkels eda nehmen, die Linie ea von e nach a' tragen, und an die Linie aa' eine Linie ah legen, welche mit ihr einen Winkel $= edh$ bildet. Errichtet man endlich in der Mitte q der Linie ah die Senkrechte qr , so gibt der Durchschnittspunkt derselben mit ac den Mittelpunkt für den Bogen ah und der Durchschnittspunkt der Linie hk mit cd den Mittelpunkt für den Bogen hdh' .

Beweis. Dass $ak = hk$ sein müsse, ist für sich klar, und es ist daher nur noch zu zeigen, dass auch $hi = id$ sei. Wird der Winkel adc mit α und ade mit β bezeichnet, und setzt man, der Winkel hde sei der m te Theil von β , so ist W. $idh = 90^\circ - \frac{\beta}{m}$ und W. $dhi = dha - ahk$. Nun ist aber $dha = 180^\circ - dah - adh$; dah ist

$$= haa' + a'ad = \frac{\beta}{m} + (a'ac - dac) = \frac{\beta}{m} + 45^\circ - \beta; adh$$

$$\text{ist} = \beta - \frac{\beta}{m}; \text{ folglich } dha = 180^\circ - \frac{\beta}{m} - 45^\circ + \beta -$$

$$\beta + \frac{\beta}{m} = \frac{3 \text{ Rechten}}{2} \quad \text{ferner ist } ahk = hak = 45^\circ + \frac{\beta}{m}$$

$$\text{folglich: W. } dhi = dha - ahk = \frac{3 R}{2} - 45^\circ - \frac{\beta}{m} = 90^\circ$$

$$- \frac{\beta}{m} = \text{W. } idh. \text{ Das Dreieck } idh \text{ ist daher gleichschenkel-}$$

lich und folglich $ih = id$.

Dritte Konstruktion. Man bestimme auf der halben Spannweite ac (Fig. 48) den Radius ak des unteren Bogens ah nach Belieben, doch so, dass derselbe kleiner ist, als die Höhe cd . Je grösser dieser Radius ist, um so grösser wird auch die Oeffnung des Gewölbes. Nun trage man denselben von d nach e , ziehe die Linie ke und errichte in der Mitte derselben die Senkrechte fi .

Der Punkt i , in welchem diese die verlängerte Linie dc durchschneidet, ist alsdann der Mittelpunkt des mittleren Bogens der zu beschreibenden Korblinie. Es ist nämlich i nach Konstruktion der Mittelpunkt des Kreises, welcher durch die Punkte k und e geht. Beschreibt man daher aus k mit dem Radius ka einen Kreis, so muss dieser von dem mit dem Radius $ie + ed$ beschriebenen Kreise in dem Punkt h berührt werden, weil die Entfernung der Mittelpunkte beider Kreise gleich der Differenz ihrer Radien ist.

Vierte Konstruktion. Will man bei einer gegebenen Weite und Höhe des Bogens gleichzeitig die Bedingung erfüllen, dass ein jeder der drei stätig in einander über-

gehenden Kreisbögen zu einem Mittelpunktswinkel von 60 Graden gehören soll, so verfährt man auf folgende Weise. Man beschreibe über der halben Bogenweite das gleichseitige Dreieck acm (Fig. 49), trage die Höhe cd auf die Seite cm nach e^*), ziehe die Linie ed und verlängere sie, bis zum Durchschnitte mit der Linie am . Dadurch erhält man den Punkt h . Aus diesem ziehe man mit mc die parallele Linie hki , deren Durchschnittpunkte mit ac und der Verlängerung von dc die gesuchten Mittelpunkte k und i bestimmen. Dass durch diese Konstruktion $hk = ak$ und der Winkel $akh = 60^\circ$ werden müsse, ergibt sich aus dem Parallelismus der Linien hk und mc . Es ist aber auch $hi = id$; denn aus der Aehnlichkeit der Dreiecke ecd und hid folgt $dc : ec = di : hi$. Nun ist aber nach Konstruktion $dc = ec$ folglich auch $di = hi$. Dass endlich der Winkel $h'ih = 60^\circ$ sei, ergibt sich aus der bloßen Ansicht der Figur.

Fünfte Konstruktion nach Bossut. Setzt man die Höhe eines Korbbogens $= h$, die halbe Spannweite desselben $= w$, den Radius der beiden kleineren Bögen $= r$ und den Radius des mittleren Bogens $= R$, so ergibt sich aus der Betrachtung des Dreieckes kci (Fig. 50), als die Gleichung eines Korbbogens: $(R - r)^2 = (w - r)^2 + (R - h)^2$, welche, da sie zwei unbekannte Grössen R und r enthält, zu der Klasse der unbestimmten Gleichungen gehört, und nur dann gelöst werden kann, wenn einer der Radien R oder r entweder unmittelbar bestimmt, oder eine Bedingung festgesetzt wird, welche die Bestimmung derselben zur Folge hat. Indem sich nun *Bossut* die Auf-

*) Auf einigen Tafeln ist der Punkt e sowie die Linie ed nicht bezeichnet, wesshalb der Leser gebeten wird, diesen Fehler zu verbessern.

gabe setzte, eine solche Konstruktion zu finden, dass das Verhältniss zwischen der *Differenz* der beiden Radien und dem kleineren *Radius*, also der Ausdruck $\frac{R - r}{r}$ ein *Minimum* werde, indem durch die Erfüllung dieser Bedingung der Uebergang der drei den Korbbogen bildenden Kreisbögen unter allen übrigen Fällen die grösste Stätigkeit besitzen muss, gelangte er zu folgender Konstruktion: Man trage die Bogenhöhe cd von c nach e , verbinde die Endpunkte der Bogenweite und Bogenhöhe durch die Linie ad , trage auf diese die Linie ae von d nach f und errichte in der Mitte von af die Senkrechte hi ; da, wo diese die Linien ac und dc durchschneidet, nämlich in k und i , sind die Mittelpunkte der Bögen.

Die analytische Auflösung dieser Aufgabe, wodurch man zu der eben angegebenen Konstruktion gelangt, ist folgende.

Aus der obigen Gleichung des Korbbogens ergibt sich vorerst:

$R^2 - 2Rr + r^2 = w^2 - 2wr + r^2 + R^2 - 2Rh + h^2$,
und wenn man reduzirt und den Werth von $\frac{R}{r}$ be-

stimmt: $\frac{R}{r} = \frac{w^2 + h^2 - 2wr}{2r(h - r)}$, woraus man für den

Werth von $\frac{R}{r} - 1$ oder $\frac{R - r}{r}$ den Ausdruck
 $\frac{w^2 + h^2 - 2r(w + h) + 2r^2}{2r(h - r)}$ erhält. Differenzirt man den-

selben in Bezug auf r , und setzt man sein Differenzial gleich Null, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} & -4hwr. dr - 4h^2r. dr + 8hr^2. dr + 4wr^2. dr + 4hr^2. dr \\ & - 8r^3. dr + 4w^2r. dr + 4h^2r. dr - 8wr^2. dr - 8hr^2. dr + \\ & 8r^3. dr - 2hw^2. dr + 2h^3. dr + 4hwr. dr + 4h^2r. dr - \end{aligned}$$

$4 hr^2. dr = 0$, und wenn man reduzirt, das Resultat nach den Potenzen von r ordnet und hieraus den Werth von r bestimmt: $r = \frac{w^2 + h^2 \pm (w - h) \sqrt{w^2 + h^2}}{2 w}$. Gibt man

diesem Ausdrucke die folgende Form:

$$r = \frac{\sqrt{w^2 + h^2} \cdot \frac{1}{2} [\sqrt{w^2 + h^2} \pm (w - h)]}{w}, \text{ so lässt}$$

sich daraus die Proportion:

$r : \sqrt{w^2 + h^2} = \frac{1}{2} [\sqrt{w^2 + h^2} \pm (w - h)] : w$ herleiten. Die diesen vier Proportionalgliedern entsprechenden Linien finden sich in den ähnlichen Dreiecken akg und acd ; denn es ist $r = ak$, $\sqrt{w^2 + h^2} = ad$, $\frac{1}{2} [\sqrt{w^2 + h^2} \pm (w - h)]$ oder wenn man von den beiden Zeichen vor $(w - h)$ das Zeichen — wählt; $\frac{1}{2} [\sqrt{w^2 + h^2} - (w - h)] = \frac{1}{2} (ad - df) = ag$ und $w = ac$, woraus die Richtigkeit der obigen Konstruktion hervorgeht. Wir hätten uns nicht so sehr in das Detail der Auflösung eingelassen, wenn nicht zu gleicher Zeit in unserem Zwecke die Beseitigung eines Irrthums gelegen wäre, den sich die Uebersetzer L., r und S...ss des viel, und besonders von Anfängern gelesenen Werkes: Sganzin's Grundsätze der Strassen-, Brücken-, Kanal- und Hafenbaukunde, zu Schulden kommen liessen, indem sie sich in einer beigegebenen Note (2ter Theil Seite 7) folgendermassen aussprechen: »Nun soll $\frac{R}{r}$ und nicht $\frac{R + r}{r}$ wie es ir-

riger Weise im Texte heisst, ein Minimum sein etc.« Es ist jedoch die erste Annahme ebenso verfehlt als die zweite, indem sich schon aus einer einfachen Betrachtung ergibt, dass $\frac{R}{r}$ nur dann ein Minimum sein kann, wenn $r = w$ oder $r = h$ ist, wobei sich die Korblinie in einen Halbkreis verwandeln muss. Diesen letzteren Werth,

nämlich $r = h$ findet man denn auch durch Differenzirung des Werthes von $\frac{R}{r}$, nicht aber den von den Uebersetzern angegebenen.

Sechste Konstruktion. Die vorhergehenden Konstruktionen der Korbbögen kann man füglich nur bei solchen Gewölben anwenden, deren Spannweite 30 Fuss nicht übersteigt, und deren Spannungsverhältniss nicht kleiner ist als $\frac{1}{3}$. Bei Gewölben mit grösseren Spannweiten bedient man sich solcher Korbbögen, die aus 5, 7, 9, 11 oder aus einer beliebigen anderen ungeraden Anzahl verschiedener Mittelpunkte beschrieben werden. Da die Form einer solchen Wöblungslinie für das Auge dann am gefälligsten ist, wenn die Bögen, aus welchen sie besteht, stätig in einander übergehen, so muss man dieselbe immer so zu konstruiren suchen, dass sie sich von der über der Höhe und der Spannweite konstruirten Ellipse nur wenig unterscheidet. Zu diesem Zwecke beschreibt man mit der halben Spannweite ac (Fig. 51) und mit der Höhe cd aus dem Mittelpunkte c zwei Quadranten aa' und dd' , und theilt dieselben, wenn man die Korblinie aus $2m + 1$ Mittelpunkten beschreiben will, in $m + 1$ gleiche Theile. Ist z. B. die gegebene Anzahl der Mittelpunkte $= 5$, so ist $2m = 4$, also $m + 1 = 3$, und es wäre demnach ein jeder Quadrant in 3 gleiche Theile zu theilen. Aus den Theilungspunkten 1 und 2 des grossen Quadranten ziehe man sodann mit cd die parallelen Linien $11''$, $22''$ und aus den Theilungspunkten $1'$ und $2'$ mit der Linie ac , die Parallelen $1'1''$ und $2'2''$, verbinde die Punkte a , $2''$ und $1''$ (welche, wie leicht zu beweisen, Punkte der Ellipse sind) durch die geraden Linien $a2''$ und $2''1''$, und errichte in den Mitten derselben die Senkrechten mn und $m'n'$. Der Mittelpunkt des ersten Bogens von a aus, liegt

alsdann in dem Durchschnittspunkte der Senkrechten mn mit ac ; der des folgenden Bogens in dem Durchschnittspunkte des Radius $2''n$ und der Senkrechten $m'n'$. Der Mittelpunkt des mittleren Bogens endlich liegt in dem Durchschnittspunkte der verlängerten Mittellinie c,d und des den anliegenden Bogen begrenzenden Radius $1''n'$.

Dass zu der Konstruktion *überhöhter Bögen* alle bisher erwähnten Methoden ebenfalls angewendet werden können, bedarf wohl kaum einer Erwähnung.

Konstruktion steigender Wölbungslinien.

52. Wenn zwei vertikale und parallele Mauern von ungleicher Höhe durch ein zylindrisches Gewölbe überspannt werden sollen, so muss dieses nach einer steigenden Wölbungslinie konstruiert werden.

Erste Konstruktion. (Fig 32).

Die *Basis de* der Wölbungslinie, die Lage der Scheitellinie ik und der Vereinigungspunkt f der beiden Bögen ist gegeben. Man trage die Linie if und kf nach ia und kb , ziehe die horizontalen Linien bn und am und halbire die Winkel kia und $fk b$ durch die Linien im und kn . Die Punkte m und n , wo diese die beiden horizontalen Linien durchschneiden, sind die Mittelpunkte der gesuchten Bögen. Der Beweis für die Richtigkeit ist folgender: Die Dreiecke aim und mif , so wie die Dreiecke nfk und nkb sind kongruent, woraus die Gleichheit der Seiten am und mf , nf und nb und die der Winkel mai und ifm folgt; weil nun der Winkel mai ein rechter ist, so steht auch die Linie ik auf mf senkrecht und ist daher die gemeinschaftliche Tangente der beiden aus den Punkten m und n beschriebenen Kreisbögen af und fb . Ein besonderer

Fall dieser Aufgabe ist in Fig. 45 gelöst, wo die Entfernung der beiden vertikalen Mauern, und die Differenz ihrer Höhen gegeben ist, und der Vereinigungspunkt b mit dem Mittelpunkte der Scheitellinie zusammenfällt.

Zweite Konstruktion. (Fig. 33).

Ist die *Basis* dc , die steigende Linie ab und die Richtung der Scheitellinie gegeben, indem man z. B. den Winkel kennt, welchen sie mit einer der beiden vertikalen Linien id und kc bildet, so ziehe man durch einen beliebigen Punkt i' , welcher auf der Verlängerung von da liegt, eine Linie $i'k'$, welche mit di' oder mit ek' den verlangten Winkel bildet, trage sodann die Linie $i'a$ von i' nach f' und die Linie $k'b$ von k' nach f'' , und ziehe die Linie af' und bf'' . Der Durchschnittspunkt f dieser beiden Linien ist alsdann der Vereinigungspunkt der gesuchten Bögen, durch welchen man nur die Linie ik parallel mit $i'k'$ zu ziehen hat, um die Konstruktion auf die so eben angeführten Weise zu vollenden. Dass der Punkt f der gesuchte Vereinigungspunkt der beiden Bögen sei, ergibt sich aus der Betrachtung der ähnlichen und gleichschenkeligen Dreiecke $ai'f'$ und aif , so wie der Dreiecke $bk'f''$ und bkf .

Dritte Konstruktion. (Fig. 34).

Wenn die Lage der Scheitellinie if , des Scheitelpunktes f und der steigenden Linie ab gegeben ist, so wird die Lage der Mittelpunkte der beiden Bögen der Wöblungslinie auf folgende Weise bestimmt. Man trage die Entfernung des Scheitelpunktes f von dem Punkte i der Scheitellinie auf die Vertikale ia und errichte in dem Punkt f die Senkrechte fm . Aus dem Punkte m wo diese

die horizontale Linie am durchschneidet, beschreibe man hierauf mit mf den Bogen ff' und ziehe die Senne ff' . Der Durchschnittspunkt b gibt sodann die vertikale Linie eb und die horizontale Linie bn , welche den Radius des zweiten Bogens bildet. Um das Letztere zu beweisen, hat man nur die ähnlichen Dreiecke $mf f'$ und $nb f$ zu betrachten. Da nämlich das erstere gleichschenkelig ist, so muss auch das letztere gleichschenkelig, und folglich die Linie $nf = nb$ sein.

Die Haupteigenschaften der aus zwei Kreisbögen bestehenden aufsteigenden Wölbungslinie können aus der Betrachtung der 55ten Figur hergeleitet werden. Da die hieraus hervorgehenden Formeln auf den einfachsten, trigonometrischen Sätzen und auf der Aehnlichkeit der Dreiecke beruhen, so glauben wir die Ableitung derselben dem Leser überlassen zu dürfen.

Vierte Konstruktion. (Fig. 51).

Sind die beiden vertikalen Mauern ai und cbk (Fig. 51 b*) so weit von einander entfernt, dass die Scheitellinie if zwei- oder mehrmal grösser als die Linie ai ist, so muss die steigende Wölbungslinie entweder eine Ellipse sein, oder aus mehreren Kreisbögen zusammengesetzt werden; da jedoch die Konstruktion eines elliptischen Gewölbes in diesem Falle noch mehr Schwierigkeiten darbietet, als in dem durch Fig. 51 a repräsentirten Falle, so ist derselben die aus Kreisbögen zusammengesetzte Wölbungslinie vorzuziehen, zumal wenn man diese so konstruirt, dass sie sich der Ellipse möglichst nähert. Diess erreicht man auf folgende Weise:

Man trage die Linie ai von a nach i' , beschreibe aus i' den Bogen ai'' , ziehe die Vertikale $i'i''$, verbinde die Punkte i und i' durch die Linie ii' und ziehe durch den

Durchschnittspunkt dieser Linie mit dem Bogen $a i''$ eine Linie, welche mit der Senne $a i''$ parallel ist und die Vertikale $a i$ in einem Punkte m durchschneidet. Nun bestimme man den Mittelpunkt f der Scheitellinie $i k$, ziehe die Linie a, f und parallel mit derselben durch m die Linie m, n . Diese Linie ist aus leicht einzusehenden Gründen *) die Tangente zu der über den konjugirten Durchmessern konstruirten Ellipse; die entsprechende Tangente $n' q$ ergibt sich, wenn man die Linie $f n$ von f nach n' und die Linie $i m$ von k nach m' trägt. Die übrigen Tangenten zu derselben Ellipse sind die Linien $a m$, $n n'$ und $k b$. Um nun eine aus Kreisbögen zusammengesetzte Kurve zu konstruiren, welche dieselben Tangenten besitzt, wie die über den konjugirten Durchmessern konstruirte Ellipse, halbirt man den Winkel $a m p$ und zieht aus dem Punkte 1, wo die Halbierungslinie $m 1$ die Linie $a i'$ durchschneidet, den Kreisbogen $a p$; die Linie $n p$ wird hierauf von n nach f' getragen, die Linie $p 1$ gezogen, der Winkel $p n f'$ halbirt und aus dem Durchschnittspunkte 2 der Linien $n 2$ und $p 1$ der Bogen $p f'$ beschrieben. Man ziehe nun die Linie $f' 2$, trage die Linie $n' f'$ von n' nach q , halbire den Winkel $f' n' q$ und bestimme den Punkt 3. Wird endlich die Linie $m' q$ nach $m' b$ getragen, die Linie $q 3$ und die horizontale Linie $b 4$ gezogen, so ergibt sich der Punkt 4, aus welchem der Bogen $q b$ konstruirt wird.

*) Man denke sich die Ellipse als die *Projektion* eines beliebigen Kreises, und das die Ellipse einschliessende Parallelogramm als die Projektion des den Kreis umgebenden Quadrates,

ZWEITES KAPITEL.

Thüren durch schiefe und durch Böschungs-Mauern. (Portes biaisées et en talus.)

53. Ehe wir weiter gehen, wollen wir zu einer schärferen Auffassung des vorliegenden Gegenstandes noch einige allgemeine Bemerkungen vorausschicken.

Wir haben aus den wenigen vorhergehenden Beispielen ersehen, dass die zu lösende Aufgabe immer darin bestehe: den aus den Steinbrüchen kommenden Steinblöcken durch bestimmte Schnitte immer diejenige Form zu geben, welche der Stelle, die sie in dem Gebäude einnehmen sollen, am vollkommensten entspricht. Es zerfällt aber die Lösung dieser Aufgabe in zwei Theile:

1) In die Konstruktion des Entwurfes, durch welchen die Dimensionen aller Theile eines Steines bestimmt werden können, und

2) In das Auftragen der zur Bestimmung der Schnittflächen nothwendigen Linien auf den Steinblock. Da jedoch der Entwurf die wahre Grösse aller Dimensionen eines Steines nicht unmittelbar angibt, indem man aus der darstellenden Geometrie weiss, dass die Projektion einer Linie dieser nur dann gleich ist, wenn sie mit der Projektionsebene parallel läuft und da dieser Fall nur selten, und für Figuren und Linien, welche nicht in einer Ebene liegen, gar nicht stattfindet, so muss man vor dem Beginne eines Entwurfes bei der Wahl der Projektionsebenen mit der grössten Sorgfalt zu Werke gehen, und diese wo möglich mit der grössten Anzahl der Linien parallel legen.

Thüre in eine schiefe Mauer. (Porte dans un mur biais.)

54. Das Trapez $a'b'a''b''$ (Fig. 57 Taf. 4) bezeichne die horizontale Projektion der Oeffnung einer Mauer, welche zwischen zwei vertikalen, aber nicht parallel laufenden Ebenen $p'q'$ und $p''q''$ liegt. Man konstruirt zuerst die vertikale Projektion der Thüre, auf einer Ebene (Fig. 56 a), welche auf der Achse der Thüre senkrecht steht. Da die Leibung des Gewölbes eine Zylinderfläche ist, die den Halbkreis $a u b$ zur Leitlinie hat, so wird sie die Mauerfläche $p'q'$ ebenfalls nach einem Halbkreise durchschneiden, und dessen vertikale Projektion die Linie $a u b$, seine horizontale Projektion aber die Linie $a'b'$ sein; ihr Durchschnitt mit der Ebene $p''q''$ hingegen ist eine halbe Ellipse, die zur vertikalen Projektion den Halbkreis $a u b$ und zur horizontalen Projektion die Linie $a''b''$ hat. Damit man die Konstruktion der Leibung besser erkennen möge, wurde in der horizontalen Projektionsebene die innere Ansicht des Gewölbes gezeichnet.

Zur Darstellung eines Gewölbsteines (Fig. 59), z. B. desjenigen, welcher sich zur Rechten des Schlusssteines befindet, nimmt man einen rechtwinklichen Block, dessen Höhe gleich der grössten Höhe und dessen Länge gleich der grössten Länge 4,4 des Gewölbsteines ist, reisst auf den beiden Stirnflächen desselben die Lehre $v h k z 5 4$ auf, und verfährt dann so, als ob der Stein zu einer geraden Thüre gehörte (45). Trägt man endlich auf eine jede Kante ihre durch die horizontale Projektion des Steines gegebene wahre Grösse auf, und verbindet die Endpunkte derselben durch gerade Linien, so ist die schiefe Frontfläche des Steines bestimmt.

Die eben gezeigte Methode hat jedoch mehrere Unbequemlichkeiten; sehr häufig führen nämlich die Stein-

hauer ihre Entwürfe nach dem wahren Maassstabe auf Flächen aus, die sie mit grosser Sorgfalt zugerichtet haben; sie müssten daher die Längen der Kanten von ihrem Entwurfe abnehmen und jedesmal auf den zu behauenden Stein, der oft sehr weit von dem Orte des Entwurfes entfernt ist, übertragen. Zwar könnte man auch die Längen aller Kanten durch Zahlen ausdrücken; allein dieses Verfahren würde nicht nur viele Zeit fordern, sondern könnte auch bei krummen Linien gar nicht angewendet werden. Wir wollen daher zur Anführung der übrigen Mittel übergehen.

Da die vertikale Ebene $p'q'$ auf den erzeugenden Linien der die Leibung des Gewölbes bildenden Zylinderfläche senkrecht steht, so ist die Projektion ihrer Durchschnitts-
linie, dieser Linie selbst gleich. Trägt man daher die Bögen $(a\ 1)$, $(1,2)$ nach der Reihe auf die gerade Linie $a'''b'''$ (Fig. 58 Taf. 4), so erhält man die Entwicklung der Kurve $a\ u\ b$. Es ist wohl zu bemerken, dass, wenn die Theilungspunkte etwas weit von einander entfernt sind, Zwischenpunkte gewählt werden müssen. Errichtet man nun auf der Linie $a'''b'''$ die geraden $(a'''a^4)$, $(1,1)$, $(2,2)$ etc., trägt auf diese aus der horizontalen Projektion die Länge der entsprechenden Kanten, und verbindet die Endpunkte derselben durch eine stätige krumme Linie, so erhält man die Figur $a'''b'''b^4a^4$, welche die Entwicklung der Leibung ist.

Nehmen wir nun an, der Stein 45 $zkhv$ (Fig. 56 a) sei so zugeschnitten, als ob derselbe zu einer geraden Thüre gehörte, so konstruire man die Lehre $(4,4,5,5)$ seiner Leibungsfläche in Carton, oder auf einer anderen biegsamen Fläche, lege diese an dem zylindrischen Theile des Steines so an, dass der, der senkrechten Schnittfläche entsprechende Bogen $(4,5)$ der Lehre mit dem Bogen

der entsprechenden Stirnfläche zusammenfällt und reisse den der schiefen Schnittfläche entsprechenden Bogen auf der Leibung des Steines auf.

Man konstruirt hierauf die Lehren für die Fugenschnittflächen $5z$, $4v$ (Fig. 56 a) und lege dieselben auf den angrenzenden Flächen zur rechten und zur linken Seite der Leibung an. Daraus kann sofort die Lage der schiefen Schnittfläche hinreichend bestimmt werden.

Die Konstruktion der Fugenschnittflächen ergibt sich aus Figur 58, in welcher eine jede derselben um ihre Kante in die Entwicklungsebene der Leibung niedergelegt wurde.

Um z. B. die der Kante $(4,4)$ entsprechende Schnittfläche zu bestimmen, trägt man ihre Breite $4v$ (Fig. 56 a) auf die Linie $a''b''$ (Fig. 58) von 4 nach v'' , errichtet die Senkrechte $v''v^4$ und gibt ihr die Länge von $v'v''$ (Fig. 57). Hierauf zieht man die Linie $4v^4$. Auf gleiche Weise werden auch die übrigen Schnittflächen gefunden. Zum Ueberflusse könnte man auch noch die Lehre der horizontalen Fläche $v'v''$, $h'h''$ konstruiren. Dieselbe würde jedoch nur zur genaueren Bestimmung der Lage der schiefen Schnittfläche dienen, weil zur Bestimmung einer Ebene 3 Punkte hinreichend sind, und demnach die Lehre der Leibung und einer Seitenfläche vollkommen genügen, um die Richtung des Schnittes zu bestimmen.

Endlich ist noch eine dritte Methode möglich, welche ihrer Leichtigkeit und Einfachheit wegen, den beiden anderen ohne Zweifel vorzuziehen sein möchte, und weil sie auf der isometrischen Projektionsmethode beruht, die *isometrische Methode* genannt werden könnte. Dieselbe besteht darin, dass man von dem darzustellenden Steine in einem beliebigen, aber dem Zwecke entsprechenden Massstabe eine (perspektivische) Projektion konstruirt,

durch welche nicht nur seine Herleitung aus einem rechtwinklichen Block, sondern zugleich auch die wahre Grösse aller zur Darstellung des Steines nöthigen Hauptlinien gegeben ist. Die Konstruktion einer solchen perspektivischen Projektion beruht auf folgender Betrachtung:

Wenn man die drei rechtwinklichen *Coordinatebenen* eines oder mehrerer Punkte auf eine *vierte Ebene* so projiziert, dass die Projektionen der drei Coordinatenachsen je zwei und zwei einen Winkel von 120 Graden einschliessen, so werden nicht nur die Achsen, sondern auch alle mit diesen parallel laufenden Coordinaten in *demselben* Verhältnisse *verkürzt*. Dieses festgehalten, so wird auch die relative Lage der zwischen den Coordinatebenen liegenden Punkte nicht im geringsten verändert werden, wenn man die Projektionen aller Coordinaten wieder in einem solchen Verhältnisse *vergrössert*, dass dieselben die Grössen der Coordinaten selbst erreichen. Wenn nun die beiden Projektionen irgend eines Körpers gegeben sind, und man denkt sich denselben von einem Parallelopipedon umgrenzt, so wird die horizontale Projektion des letzteren eine die horizontale Projektion des Körpers einschliessendes Rechteck sein, und eben so wird die vertikale Projektion des Parallelopipedons durch ein Rechteck dargestellt werden, welches die vertikale Projektion des Körpers einschliesst, und Nichts wird im Wege stehen, die Lage aller Punkte des Körpers zu den Seiten der Rechtecke durch senkrechte Linien zu bestimmen. Nun können aber je 3 unter den 6 Flächen des Parallelopipedons als rechtwinkliche Coordinatenebenen und die in den Rechtecken gezogenen Senkrechten als die Coordinaten der entsprechenden Punkte betrachtet werden, so dass man, wenn die erwähnten Ebenen auf eine vierte Ebene projiziert werden, eine solche Projektion des Körpers erhält,

welche durch die bekannten Coordinaten nicht nur die Lage aller seiner Punkte eben so wie die *gegebenen Projektionen* desselben auf das Genaueste bestimmt, sondern auch noch vor diesen den Vorthail voraus hat, dass sie den Körper von drei Hauptseiten und daher gleichsam perspektivisch zur Anschauung bringt. Wie nun solche (isometrisch-perspektivische) Projektionen zur praktischen Darstellung eines Steines benützt werden können, wird man aus folgenden speziellen Beispielen leicht ersehen:

Erstes Beispiel. Es sei die isometrische Projektion eines zu einer geraden Mauer gehörenden Steines $abc, a'b'd'e'$ (Fig. 4 Taf. 1) zu konstruiren. Man beschreibe mit irgend einer Linie, z. B. mit der Breite $b'd'$ des Steines (Fig. 4) einen Kreis, ziehe die vertikale Linie $b1$ (Fig. 5), trage von 1 den Radius nach 2 und 3 und von diesen Punkten aus nach 4 und d , verbinde den Punkt b mit den Punkten 4 und d , trage auf $b1$ die Höhe bc (Fig. 4) und auf $b4$ die Länge ba des Steines, konstruire das Parallelogramm $abde$, ziehe durch a, e und d die Linien aa', ee', dd' , parallel mit bc , und vollende endlich, indem man die Linie bc auf den ebengezogenen Parallelen aufträgt, die Parallelogramme $aa'ee', ee'dd'$ etc. Man sieht aus der Figur, dass die Ebenen $a'e'e, d'e'e$ und $d'e'a'$ als die Projektionen der drei rechtwinklichen Coordinatebenen und die Linien ba, bd, bc als die Coordinaten des Punktes b betrachtet werden müssen; für die Punkte a, c und d ist eine der Coordinaten, für die Punkte a', d' und e sind hingegen zwei der Coordinaten, und endlich für den Punkt e' alle Coordinaten gleich Null.

Zweites Beispiel. Es sei die isometrische Projektion des Steines $abceut$ (Fig. 6) zu entwerfen. Man konstruire die beiden Projektionen ($mnut, f'k'e'a'$) des den Stein

einschliessenden Parallelopipedons, konstruire die isometrische Projektion desselben (Fig. 7), wie so eben gezeigt wurde, und bestimme die Lage der Punkte a, b, c durch ihre in den Projektionen (Fig. 6) gegebenen Coordinaten. Zur Bestimmung des Punktes b trage man z. B. die Ordinate ma (Fig. 6) von m nach a (Fig. 7), ziehe durch a eine Parallele mit der Coordinatenachse sr oder mit mn und trage auf diese die Ordinate ab (Fig. 6) auf. Auf gleiche Weise bestimmt man den Punkt d . Will man eine solche Projektion zur Darstellung des entsprechenden Steines benützen, so entwerfe man dieselbe in einem zwei- oder dreimal kleineren Maassstabe, und trage die Ordinaten aus der Projektion mit Hülfe eines eisernen Zirkels und eines rechten, ebenfalls aus Eisen verfertigten Winkels, den man an den Kanten des rechtwinklichen Blockes anlegt, auf die entsprechenden Flächen desselben auf. Ist der Maassstab der Zeichnung ein dreifach verjüngter, so muss eine jede Ordinate auch dreimal aufgetragen werden.

Drittes Beispiel. Es sei die *isometrische* Projektion des Steines $abcdeut$ (Fig. 10) zu entwerfen. Man bestimme (Fig. 11) die Gestalt seiner Grundfläche $qtfrusq$, ziehe durch die Eckpunkte derselben vertikale Linien und trage auf diese die Höhenordinaten der auf ihnen liegenden Punkte a, e, z etc. (Fig. 10) auf. Die übrigen Punkte, z. B. d und b , werden nun auf die in der Figur angezeigte Weise mit Hülfe der mit den Coordinatenachsen parallelen Linien bz und de (Fig. 10) gefunden.

Dass man mit Hülfe einer solchen Projektion zur Darstellung des Steines selbst keine Lehren mehr brauche, wie sie nach den beiden anderen Methoden nöthig sind, ist zu klar, als dass wir uns länger dabei verweilen dürften. Man sieht zugleich ein, dass die Konstruktion solcher Projektionen nicht so umständ-

lich als die der Lehren, und die dadurch zu erreichende Genauigkeit des Steinschnittes eben so gross sein werde, als beim Gebrauche der Lehren. Da ferner durch solche Darstellungen die Arbeiten des Steinhauers geleitet und befördert werden, indem alle successiven Formen, welche der Stein bis zu seiner Vollendung erhalten muss, in derselben Projektion dargestellt werden können, so möchte diese Methode eine besondere Berücksichtigung sachverständiger Männer verdienen.

Die Konstruktion der isometrischen Projektionen der Steine (Fig. 22 bis 26 und Fig. 29 bis 32), so wie die Benutzung derselben bei ihrer Darstellung aus rechtwinklichen Steinblöcken, ist zu leicht, als dass noch besondere Erklärungen nöthig wären.

Viertes Beispiel. Es sei die isometrische Projektion des Steines $abuv$ (Fig. 34) zu entwerfen. Man konstruiere zuerst die isometrische Projektion des den Stein einschliessenden rechtwinklichen Parallelopipedons $nom a$, theile die Linien am und no (Fig. 34) in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. B. in 4, und verbinde die entsprechenden Theilungspunkte durch gerade Linien; da diese zugleich auf den Linien am und no senkrecht stehen, so bilden sie die Ordinaten der Punkte der Kreisbögen bu und av . In der Fläche $nom a$ (Fig. 35) ziehe man nun die entsprechenden Ordinaten 1-1, 2-2, 3-3, bestimme die Grössen derselben aus Fig. 34 und verbinde die erhaltenen, zu den beiden Kreisbögen gehörigen Punkte, durch zwei stätige Linien. Um die untere Grundfläche des Steines zu erhalten, ziehe man die vertikalen Linien 1-1', 2-2', 3-3', trage auf diesen die Höhe des Steines auf und verbinde die erhaltenen Punkte durch die stätige Linie $a'v'$. Dasselbe geschieht bei dem Bogen bu .

Es wäre schwierig und weitläufig, wenn man sich bei der Darstellung des Steines eines ähnlichen Verfahrens bedienen wollte. Da nämlich alle Steine dieselbe Krümmung haben, so bedient sich hier der Steinhauer am zweckmässigsten einer Lehre, welche durch zwei zu den Kreisstücken be und ad gehörigen Bögen begrenzt sind, die er auf der Fläche $buva$ des Steines so auflegt, dass ihre Grenzen durch die vorher bestimmten Punkte u, v, a und b gehen, worauf er die Krümmungen selbst aufreisst.

Fünftes Beispiel. Es sei der Stein (Fig. 42) nach seiner isometrischen Projektion zu schneiden. Man bestimme auf dem rechtwinklichen Blocke, welcher den Stein einschliesst, mit Hülfe eines rechten Winkels und eines Zirkels, die Punkte c, d, e' und i' , auf der vorderen und ebenso die entsprechenden Punkte auf der hinteren Stirnfläche des Steines, lege an den Punkten i' und e' der beiden Stirnflächen eine von den konzentrischen Kreisbögen ie und mn (Fig. 41) begrenzte Lehre an, und reisse damit die Bögen $i'e'$ und mn auf; nun ziehe man die Linien de' und ai' , wodurch sich die Punkte m und n ergeben und der Stein behauen werden kann. Wie man die Falze $mzeivnm$ bestimmt, wurde oben angegeben.

Sechstes Beispiel. Es sei die isometrische Projektion des Steines $45zkhv$ (Fig. 56 a) zu bestimmen und nach dieser der Stein selbst darzustellen. Man konstruiere (Fig. 59) die isometrische Projektion $45z'k'h'v'$ der hinteren Stirnfläche des Steines, wobei die Punkte der Kurve 45 nach der im vierten Beispiel gezeigten Weise dargestellt werden. Durch die Eckpunkte der Stirnfläche ziehe man nun parallel mit der Längenkante des rechtwinklichen Parallelopipedons die Linien $v'v'', h'h'', k'k'', 44'$ etc., trage auf diese aus der horizontalen Projektion (Fig. 57) ihre entsprechenden Längen $v'v'', h'h''$ etc. auf, und

verbinde die Endpunkte $4', v'', h'', k'', z''$ und $5'$ durch gerade Linien, die zwischen den Punkten $4'$ und $5'$ liegende Punkte jedoch durch eine stätige krumme Linie. Zur Darstellung dieser so wie aller übrigen Steine der Thüre (Fig. 56 a und 57), hat sich der Steinhauer nur eine *einzige Lehre* zu konstruiren, welche durch ein zu dem Halbkreise ab (Fig. 56 a) gehöriges Bogenstück begrenzt ist; diese legt er, nachdem auf dem rechtwinklichen Blocke die Punkte $4, 5, z, k, v$ und $4, 5, z', k', h', v'$ bestimmt sind, auf den Stirnflächen des Steines so an, dass der Bogen desselben durch die Punkte 4 und 5 der beiden Stirnflächen geht, und reisst sodann die Bögen selbst auf. Hierauf wird der Stein behauen, als ob er zu einer geraden Thüre gehörte, und endlich auf den Kanten $44, 55, vv'$ etc. die aus der isometrischen Projektion genommenen Längen $44', 55', v'v''$ etc. aufgetragen, und durch die Verbindung der Endpunkte die Lage der schiefen Stirnfläche $v''h'', k'', z''$ bestimmt.

Auf gleiche Weise wird bei der Darstellung der Steine 62 und 65 verfahren.

Thüre durch eine Böschungsmauer. (Porte dans un mur en talus). Fig. 56 a und Fig. 60.

55. Da für die *Leitlinie* des Zylindergewölbes dieselbe Kurve angenommen wurde, wie im vorhergehenden Beispiel, so ist auch die vertikale Projektion des Gewölbes unverändert geblieben. (Fig. 56 a.)

Die gerade Linie op''' (Fig. 56 a) ist der Durchschnitt der Böschungsfläche durch die vertikale Ebene $p'p''$ (Fig. 60). Dieser Durchschnitt ist nach der linken Seite in die vertikale Projektionsebene umgelegt und durch die grössere oder geringere Neigung bestimmt, welche man der Böschungsfläche der Mauer gibt.

Die horizontale Projektion (Fig. 60) zeigt das Gewölbe von oben gesehen.

Zur Konstruktion der horizontalen Projektion eines in der Böschungsebene liegenden Punktes 2, zieht man durch die vertikale Projektion desselben (Fig. 56 a) eine horizontale Linie 2,2, bis sie den Durchschnitt $o p''$ der Böschungsfläche in einem Punkte 2 schneidet, welchen man (Fig. 60) auf die Linie $o p^4$ (in der horizontalen Projektion) projiziert, und durch einen horizontalen Kreisbogen in die Ebene $p'p''$ zurückführt. Hierauf zieht man parallel mit der horizontalen Leitlinie $p''q''$ der Böschungsebene, eine Linie 2,2, deren Durchschnitt mit der Projektionslinie 2,2 (Fig. 56 a und 60) die horizontale Projektion des Punktes 2 bestimmt.

Die Entwicklung der Leibungsfläche und die Konstruktion der Fugen - Schnittflächen (Fig. 61) geschieht nach der im vorhergehenden Beispiele beschriebenen Weise.

Thüre durch eine schiefe Böschungsmauer. (Porte dans un mur biaux et en talus.) Fig. 56 a und 63.

56. Diese Aufgabe ist eine blosse Kombination der beiden vorhergehenden. Der Anblick der Figuren 63 und 64 reicht hin, um die Konstruktion der horizontalen Projektion der Seitenflächen und der Entwicklung der Leibungen ins Klare zu setzen. Die Darstellungsweise der Steine in diesem wie in dem vorhergehenden Beispiele ist dieselbe, wie die in (54) auseinandergesetzte.

57. Fig. 56 b zeigt einen schiefen, zylindrisch überwölbten Durchgang durch eine gerade Mauer. Fig. 56 c ist die Darstellung eines von 2 parallelen Mauern unterstützten, an beiden Enden schief durchschnittenen Gewölbes. Da beide Fälle in den vorhergegangenen Bei-

spielen bereits enthalten sind, und diejenigen Schwierigkeiten, welche sie ausserdem darbieten, später wieder vorkommen werden, so halten wir uns bei denselben nicht länger auf.

Thüre mit flachem Stürze durch eine runde Mauer.

58. Figur 66 zeigt einen horizontalen Durchschnitt der runden Mauer, so wie die Ansicht des flachen Sturzes von unten. Alle Steine, welche den vertikalen Pfeiler des flachen Sturzes zur Rechten bilden, erhalten, wie aus dem Grundrisse hervorgeht, gebrochene Schnittflächen, so dass der Theil $r's'$ auf der inneren Mauerfläche und der Theil $s'r$ auf der äusseren Mauerfläche normal steht. Die Konstruktion, durch welche der Mittelpunkt m gefunden wurde, in dem sich die Schnittflächen der Gewölbsteine vereinigen, so wie die Art, wie die Gestalt dieser Flächen bestimmt werden kann, zeigen die Figuren 67 und 66. Es ist von selbst klar, dass, wenn die Leitlinien ab und $a'b'$ der inneren und äusseren Zylinderfläche Kreise sind, die Fugen der Gewölbsteine Theile von *Ellipsen* sein müssen. Um daher die Gestalt der Schnittflächen zu erhalten, ist es nicht hinreichend, die Lage der *Endpunkte* ihrer Fugen zu bestimmen, sondern man muss auch die einiger mittleren Punkte suchen. Um z. B. die Gestalt der dem Theilungspunkte 4 (Fig. 67) des Sturzes entsprechenden Schnittfläche zu erhalten, dreht man dieselbe um den Vereinigungspunkt m der Fugen, bis sie mit der horizontalen Ebene $m'm''$ (Fig. 67) zusammenfällt, und projizirt sie von hier aus in die horizontale Projektionsebene. Auf diese Weise kömmt die horizontale Linie p (Fig. 67) nach 4,4 (Fig. 66); die horizontale Linie m (Fig. 67) nach $m'm$ (Fig. 66), endlich die horizontale Linie q nach $q'q$ (Fig. 66). Verbindet man hierauf die

Punkte $4, m, q$ und $4, m', q'$ durch stätige krumme Linien, so ergibt sich die Gestalt $4 m q q' 4$ der Fugenschnittfläche $p q$ (Fig. 67). Fig. 68 *a* zeigt die Entwicklung der in der äusseren, Fig. 68 *b* die Entwicklung der in der inneren Zylinderfläche liegenden Stirnflächen der Gewölbsteine. Die Linien $a 1$, $1-2$, $2-3$ etc. (Fig. 68 *a*) sind gleich den Bögen $a 1$, $1-2$, $2-3$ etc. (Fig. 66); eben so sind die Linien $4 m''$ und $4 q''$, in deren Endpunkten die Senkrechten $m''m$ und $q''q$ (Fig. 68 *a*) zur Bestimmung der Punkte m und q errichtet sind, gleich den Bögen $4, m$ und $4, q$ (Fig. 66).

Zur Darstellung eines Steines $4 p m q l b$ (Fig. 66 und 69) nach der gewöhnlichen Methode verfährt man auf folgende Weise: Man richte einen entsprechenden rechtwinklichen Block zu, lege auf seine obere Fläche eine Lehre von der Gestalt $4 r s s' r' 4$, reisse die Gestalt derselben auf und arbeite die vorspringenden Theile des Steines senkrecht auf die Grundflächen desselben ab. Man kann sich der Richtigkeit der Arbeit etwas genauer versichern, wenn man dieselbe Lehre auch auf der entgegengesetzten Seite der Grundfläche aufreisst. Nun nehme man die der inneren und äusseren Stirnfläche des Steines entsprechenden biegsamen Lehren $4 p m q l b$ und $4 p' m' q' b'$ (Fig. 68 *a* und 68 *b*), trage dieselben auf dem konvexen und konkaven Theile des Steines auf und arbeite die vorspringenden Theile der Seitenflächen desselben so ab, dass ein Lineal, welches an zwei entsprechenden Punkten, z. B. m und m' , l und l' , der inneren und der äusseren Stirnfläche angelegt wird, auf den Steinflächen seiner ganzen Länge nach aufliegt. Man sieht leicht ein, dass die Fugenschnittflächen, deren Gestalt in Fig. 66 bestimmt wurde, die Richtigkeit der Konstruktion kontrolliren werden.

Sollte der Stein $4 b l q$ (Fig. 67) nach seiner isometrischen Projektion (Fig. 69*) dargestellt werden, so würde man zuerst wie bei der Darstellung des Steines Fig. 22 verfahren, d. h. ihn so behauen, als ob er zu einer durch eine gerade Mauer gehenden Thüre gehörte, deren Tiefe gleich der grössten Länge des Steines ist. Ist nun der Stein so weit verarbeitet, so bestimmt man auf demselben die Lage der Punkte $q, r, s, s', r' q', b$ und b' , konstruirt zwei von Bogenstücken begrenzte Lehren, die mit den Radien $c r$ und $c r'$ (Fig. 66) beschrieben wurden, legt das erste an die Punkte q, r und $4, b$, das zweite an die Punkte q', r' und $4, b'$, reisst die Bögen q, r , $4, b$ etc. auf und arbeitet die vorspringenden Theile des Steines senkrecht auf seine obere und untere Fläche ab.

Zylindrisch überwölbte Thüre durch eine runde Mauer.

59. Aus der vertikalen Projektion (Fig. 70) geht hervor, dass die Leitlinie des zylindrischen Gewölbes ein Halbkreis ist, während man aus der horizontalen Projektion (Fig. 71) ersieht, dass die Leitlinien der inneren und äusseren Zylinderfläche der Mauer zwei Kreisbögen sind, deren Mittelpunkt in c liegt. Alles Uebrige wird aus den Figuren selbst deutlich. Die 72ste Figur, in Verbindung mit Figur 71, erklärt die Konstruktion der Entwicklung der Leibung. Die Entwicklung der Stirnflächen der Gewölbsteine ist in der 73sten Figur ausgeführt; die Konstruktion ist dieselbe, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Bei der Darstellung eines Gewölbsteines ($4 5 l r q n a$ Fig. 70) nach der gegebenen isometrischen Projektion desselben (Fig. 74 *), verfährt man auf folgende Weise: Der entsprechende rechtwinkliche Block wird zuerst so behauen, als wenn der Stein zu einer geraden zylindri-

schen Thüre (Fig. 41) gehörte. Hierauf bestimmt man auf der oberen Fläche desselben zuerst die Punkte r, q, s, s', r', q' und alsdann, vermittelt zweier Lehren, welche auch für alle übrigen Steine benützt werden können, die Bögen r, q und r', q' und arbeitet nun die vorspringenden Theile des Steines senkrecht auf die Fläche $q r s' q'$ ab.

*Konstruktion eines schiefen Zylindergewölbes durch eine Frontmauer. (Berceau biais pénètre dans un mur de face).
Taf 5 Fig. 75–80.*

60. Es sei (Fig. 75 Taf. 5) der senkrechte Durchschnitt eines Zylindergewölbes, welches durch eine von den vertikalen Ebenen $p''q''$ und $p'''q'''$ (Fig. 76) begrenzte Frontmauer geht. Die äussere Leibung des Gewölbes wird nur bis zur vertikalen Ebene $p''q''$ fortgeführt, und zur Vereinigung des Gewölbes mit der Mauer die in Fig. 77 dargestellte Anordnung gewählt; dieselbe Figur gibt die Ansicht der vorderen Mauerfläche $p'''q'''$, welche in die horizontale Projektionsebene umgelegt wurde. Die Punkte 1, 2 etc. (Fig. 77), in welchen die Mauerfläche von den Kanten des Gewölbes durchschnitten wird, ergeben sich dadurch, dass man die horizontalen Projektionen der Gewölbkanten bis zur Ebene $p'''q'''$ (Fig. 76) verlängert, in den Durchschnittspunkten auf $p'''q'''$ Senkrechte errichtet, und auf diesen die Höhe der Punkte 1, 2, 3... 6 (Fig. 75) aufträgt. Es ist leicht einzusehen, dass die krumme Linie $a'''1, 2, 3... b'''$ als der Durchschnitt einer Kreiszyylinderfläche und einer Ebene $p'''q'''$, welche auf der Axe derselben nicht senkrecht steht, eine halbe Ellipse sein muss. Sollte diese Kurve ein Halbkreis sein, so müsste man zuerst diesen konstruiren, und hieraus auf einem, dem früheren entgegengesetzten Wege die Punkte 1, 2, 3, 4... (Fig. 75) herleiten. Man wird bemerken, dass

die Fugen in (Fig. 77), weil sie gegen den Mittelpunkt der Ellipse gerichtet sind, auf der Kurve selbst nicht senkrecht stehen können. Wollte man, wegen der grösseren Regelmässigkeit in der äusseren Zurüstung dieser letzteren Bedingung Genüge leisten, so würden alsdann die Fugenflächen nicht mehr auf der inneren Leibung des Gewölbes senkrecht stehen. Da wo die Gewölbsteine in die Mauer ein- und aus derselben heraustreten, werden die Schnitte $q''u''$ und $u'''q'''$ senkrecht auf die Mauerflächen geführt.

Zur Darstellung des Steines in der zweiten Schichte zur Rechten bearbeite man einen entsprechenden rechtwinklichen Block, reisse auf seiner oberen und unteren Fläche mittelst einer Lehre die Figur $5,5,q''u''u''q''q'$ (Fig. 76) auf und haue die vorspringenden Theile ab; alsdann konstruire man die Lehren $5,o c z,6$ (Fig. 75) und $5,6,z'''k'''h'''o'''5$ (Fig. 77), reisse die erste auf der vertikalen Fläche $q'5$ und die andere auf der vertikalen Fläche $q''5$ auf, und arbeite die vorstehenden Theile des Steines ab. Man hat jetzt nur noch den kleinen Theil der äusseren Gewölbfläche, nämlich $u'''o'''c'''u o'c$ (Fig. 79) zu beseitigen; zu diesem Zwecke kann man die Lehre der Fugenfläche $5,5u'''u''o''o'$ (Fig. 78) konstruiren und diese auf der entsprechenden Fläche des Steines aufreissen; zieht man endlich die Linie $u'''h'''$ und nimmt $c c'''$ gleich $u u'''$ so sind alle Schnitte bestimmt. Zur Darstellung desselben Steines mit Hülfe seiner isometrischen Projektion (Fig. 79) verfährt man auf gleiche Weise; nur bedient man sich zur Darstellung des obenerwähnten Prismas keiner Lehren, sondern benützt die in der isometrischen Projektion angezeigten Ordinaten, $q'q'',q'q'''$ etc. der in den Grundflächen des Prisma's liegenden Hauptpunkte; die einzige Lehre deren man sich zu bedienen hat, ist das Bogenstück

5,6, welches zum Halbkreise ab (Fig. 75) gehört und für alle übrigen Steine ebenfalls benützt werden kann.

Figur 78 ist die Entwicklung der inneren Leibung des Gewölbes in welcher zugleich die Fugenflächen um ihre entsprechenden Gewölbkanten niedergelegt sind. Die Konstruktion ist dieselbe wie in den vorhergehenden Beispielen.

Zur Darstellung des Schlusssteines (Fig. 80) nach der gewöhnlichen Methode reißt man die Lehren $m n 3 4$ (Fig. 75) und $m'' n'' 3, 4$ (Fig. 77) auf den entsprechenden Flächen $m n 3 4$ und $m'' n'' 4$ (Fig. 80) des zugerüsteten Steinblockes auf, arbeitet die vorspringenden Theile ab, und bedient sich nun der Lehren der, den Stein zu beiden Seiten begrenzenden Fugenflächen $3, 3 m'' m'' 2$ und $4, 4 n'' n'' x$. Endlich bearbeitet man den zur äusseren Gewölbfläche gehörenden Theil nach dem Bogen $d x$ senkrecht auf die Ebene des senkrechten Schnittes bis zur Ebene $m'' n'' s'' x''$.

Die Darstellung dieses Steines aus einem rechtwinklichen Blocke mittelst seiner isometrischen Projektion (Fig. 80) geschieht einfach dadurch, dass man zuerst die Punkte $3, 3$, $4, 4$, s, x , m'', n'' und n''' mittelst ihrer Ordinaten bestimmt, die Bögen $s x$ und $3, 4$ mit Hülfe zweier Lehren aufreisst und übrigens so verfährt, wie oben gezeigt wurde.

Zweite Auflösung.

61. Um die Aufmerksamkeit des Lesers nicht vom Hauptgegenstande abzuwenden, haben wir in der vorhergehenden Auflösung der spitzen Winkel, welche bei dem Eintritte der Thüren und Gewölbe in schiefe oder in

Böschungsmauern entstehen, nicht erwähnt. Ist die Neigung der Mauer zur Richtung des Gewölbes nur gering, so kann man sich der vorhergehenden Mittel bedienen, ist aber diese Neigung beträchtlich, so hat man auf folgende Weise zu verfahren. Figur 81 sei der Grundriss eines Zylindergewölbes, welches die zwischen den beiden vertikalen Ebenen $p''q''$ und $p'''q'''$ befindliche Mauer durchdringt und Figur 75 der senkrechte Durchschnitt desselben. Man verlängere nun die Fugen der inneren Gewölbfläche bis zur Ebene $p''q''$ und richte sie von hier aus senkrecht auf die äussere Fläche der Mauer, so dass das Gewölbe gebrochen wird, und ein kleines auf der Mauerfläche senkrecht stehendes Gewölbe den Eingang zu demselben bildet. Ist nun, wie wir angenommen haben, der senkrechte Durchschnitt des Hauptgewölbes ein Halbkreis, so muss die Mauerfläche von dem kleineren Gewölbe nach einer halben Ellipse durchschnitten werden, deren grosse Axe die horizontale Linie $a'''b'''$ (Fig. 81) und deren kleine Axe die Höhe des Gewölbes ist. Zur Konstruktion dieser Ellipse kann man sich entweder ihrer beiden Axen bedienen, oder man kann auf die in der ersten Auflösung gezeigte Weise verfahren, wo man den Durchschnitt des Gewölbes mit der äusseren Mauerfläche in die horizontale Ebene niedergelegt hat. Um die Fugen in der äusseren Mauerfläche zu bestimmen, beschreibe man mit der halben grossen Axe $a'''i$ der Ellipse, aus dem Punkte e (Fig. 82) einen Kreisbogen, welcher die beiden Brennpunkte F, F der Ellipse bestimmt; diese Punkte werden sodann mit den Punkten 1, 2, 3... (Fig. 82) verbunden und der von ihnen gebildete Winkel halbirt. (In Figur 82 ist diese Konstruktion nur für den Punkt 5 angezeigt). Werden endlich die Höhen der Schichten gleich denjenigen des Hauptgewölbes genommen, so ist

die Zurüstung der vorderen Mauerfläche in allen ihren Theilen bestimmt.

Figur 83 ist die isometrische Projektion des zur Rechten befindlichen Steines in der zweiten Schichte der Mauer; die Darstellung desselben nach der gewöhnlichen Methode geschieht auf folgende Weise. Man konstruirt eine Lehre, welche gleich der horizontalen Projektion $5,5, q'''q''q'$ (Fig. 81) des Steines ist, und schneide mittelst dieser ein Prisma, dessen Grundfläche die Gestalt der Lehre besitzt, und dessen Höhe gleich der grössten Höhe des Steines ist. Nun lege man die Lehre $c o 5,6 z$ (Fig. 75) auf diejenige Fläche des Steinblockes, welche dem senkrechten Durchschnitte entspricht und ebenso die Lehre $5,u'''h'''k'''z'''6$ auf diejenige Fläche, welche sich in der Mauerfaçade befindet, arbeite die vorspringenden Theile des Blockes senkrecht auf diese Ebenen ab, und gebe acht, dass die Schnitte nicht über die Ebene $5 q''$ (Fig. 81) hinaus verlängert werden. Um in der Ausführung der Arbeit mit etwas mehr Sicherheit und Genauigkeit zu verfahren, darf man nur die horizontale Ebene $ch h''h'''u'''u''$ (Fig. 83) zuerst darstellen und alsdann die kleine vertikale Ebene $c''o''v''$ schneiden, auf welcher man sodann die in Figur 82 gezeichnete Lehre aufreisst. Dass man sich auch der den Leibungs- und Fugenflächen der Steine entsprechenden Schablonen bedienen könne, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

Um denselben Stein nach der isometrischen Methode darzustellen, bedarf man 1) der Lehre des Bogenstückes $5,6$ (Fig. 75) und 2) der Lehre des elliptischen Bogens $5,6$ (Fig. 82), weil ohne letztern die Arbeit nicht mit Sicherheit ausgeführt werden könnte. Alle übrigen Punkte können leicht mittelst ihrer Ordinaten aus der isometrischen Projektion auf dem Steinblocke aufgetragen werden.

So z. B. ergeben sich alle Eckpunkte der horizontalen Projektion des Steines, sowie diejenigen des senkrechten Schnittes unmittelbar. Mittelst der Eckpunkte des Grundrisses werden sodann auch die Punkte u''' , h''' und h'' , und somit auch die Lage der horizontalen Ebene $u''h''h'$, etc. bestimmt; die Ausführung der weiteren Schnitte geschieht auf die oben gezeigte Weise.

Zylindergewölbe durch eine schiefe Mauer. (Pasage biais.) Fig. 84.

62. In Figur 84 sind zwei Fälle dargestellt, wie man ein Zylindergewölbe durch eine Mauer führen kann, deren Flächen nicht parallel sind. Das erste Zylindergewölbe *A* steht senkrecht auf der Ebene pq , welche den von den Mauerflächen gebildeten Winkel in zwei gleiche Theile theilt, und endigt sich in zwei kleinere Gewölbe, welche auf den Mauerflächen senkrecht stehen. Das zweite Gewölbe, welches durch die Mauer führt, ist aus zwei auf den Mauerflächen senkrecht stehenden Gewölben *B* und *C* zusammengesetzt, welche sich in dem ihnen gemeinschaftlichen vertikalen Durchschnitte mit der Ebene pq vereinigen. Diese Kombination verdient die ganze Aufmerksamkeit des Lesers.

DRITTES KAPITEL.

Von den Gewölbgraden. (De l'arètier). Taf. 5 Fig. 85.

63. Wenn das Zylindergewölbe *A* (Fig. 85) von einer vertikalen Ebene $s't'$ geschnitten wird, so muss der Durchschnitt desselben eine Ellipse sein, deren horizon-

tale Projektion die Linie $a'b'$ ist. Diese Ellipse kann man zugleich als die Leitlinie der innern Leibung eines zweiten Gewölbes B betrachten, welches mit dem Gewölbe A ein Ganzes bildet und den zwischen den beiden Mauern $aa'a''$ und $bb'b''$ liegenden Raum bedeckt. Wenn die Ebene $s't'$ den Winkel $bb'b''$ in zwei gleiche Theile theilt, so sind die senkrechten Durchschnitte beider Gewölbe einander gleich; im entgegengesetzten Falle konstruirt man den senkrechten Durchschnitt des Gewölbes B , ebenso wie es in § 60 gezeigt wurde.

64. Die vertikale Kurve $a'b'$, in welcher sich die beiden Gewölbflächen A und B durchschneiden, nennt man *Gewölbgrad* (arètier).

65. Denkt man sich im Innern des Gewölbes und richtet das Auge nach oben, so wird man bemerken, dass die eine Hälfte $o'c'$ des Grades einen vorspringenden Winkel bildet, der sich gegen den Punkt c' hin abflacht und von hier aus in einen einspringenden Winkel übergeht, welcher gegen das Ende der zweiten Hälfte $c'b'$ des Grades immer tiefer eintritt.

66. Der in Fig. 86 dargestellte Stein gehört dem vorspringenden Theile des Gewölbgrades an. Zur Darstellung desselben nach der gewöhnlichen Methode bilde man auf dem rauhen Steinblocke zwei parallele Flächen von der Gestalt der horizontalen Projektion ($ss's''2,2,2$) des Steines, reisse die Lehre des senkrechten Durchschnittes $nm1,2,qpo$ (Fig. 85) auf den beiden vertikalen Flächen sa und $s''a''$ auf und führe senkrecht auf diese Flächen, die Schnitte soweit fort, bis sie sich in der Ebene $s'2'$ (Fig. 85) vereinigen.

Die Darstellung des Steines nach der isometrischen Methode, ergibt sich hiernach von selbst.

67. In Betreff des in Fig. 87 dargestellten Steines, welcher dem einspringenden Theile des Gewölbgrades angehört, hat man ganz dasselbe Verfahren zu beobachten.

68. Sind, wie wir es hier vorausgesetzt haben, die beiden Zylindergewölbe einander gleich, so müssen sich alle auf den Stirnflächen desselben senkrecht stehende entsprechende Schritte, je zwei und zwei in der, den Gewölbgrad enthaltenden vertikalen Ebene vereinigen. Dies würde nicht stattfinden, wenn die Gewölbe ungleich wären.

Kreuzgewölbe. (Voûtes d'arête). Taf. 6.

69. Indem vorhergehenden Beispiele geschah die Durchschneidung der inneren Leibungen der beiden Gewölbe in einer vertikalen Ebene, und ihr Durchschnitt selbst war eine Ellipse. Dieser Fall, der in der Praxis sehr häufig vorkömmt, verdient hier näher betrachtet zu werden.

70. Nehmen wir an, die Leitlinien, oder die senkrechten Durchschnitte zweier horizontaler Zylinder *A* und *B* seien die vertikalen Ellipsen vku und uxz (Fig. 88 Taf. 6), welche hier in die horizontale Ebene niedergelegt sind, so müssen sich die erzeugenden Linien, welche durch zwei, auf denselben und in gleicher Höhe befindlichen Punkte a und b gehen, in einem Punkte m durchschneiden, welcher zu der Durchschnittslinie der beiden Zylinderflächen *A* und *B* gehört.

Nun ist aber bekannt, dass wenn zwei Ellipsen gleiche vertikale Axen besitzen und man durch zwei in gleicher Höhe über ihren horizontalen Axen liegende Punkte dieser Kurven, senkrechte Ordinaten zieht, diese die horizontalen Axen in proportionale Theile theilen *). Sind daher die

*) *Beweis.* Man kann sich sehr leicht, sowohl auf elementar-geometrischem als auf analytischem Wege überzeugen, dass wenn

vertikalen Axen ok und tx einander gleich und liegen die Punkte a und b in derselben Höhe, so hat man folgende Proportionen:

$$va' : a'u = zb' : b'u \text{ oder}$$

$$sa''' : a'u = a'''m : a'm$$

Die Dreiecke $ua'm$ und $ma'''s$ sind daher einander ähnlich, weil zwei Seiten des ersten mit zwei Seiten des anderen in demselben Verhältnisse stehen und die von diesen eingeschlossenen Winkel $ua'm$ und $sa'''m$ als rechte Winkel gleich sind. Es müssen daher auch die Winkel $a'''ms$ und $a'mu$ einander gleich sein, und demnach die Punkte s , m und u in einer geraden Linie liegen. Da nun dieser Schluss auch für einen jeden andern Punkt der Durchschnittskurve beider Zylinderflächen gültig sein muss, so folgt daraus, dass die Projektion dieser Kurve mit der Diagonale us des Rechteckes $vuzs$ zusammenfällt, sowie dass der Durchschnitt beider Zylinderflächen A und B in zwei vertikalen Ellipsen vz und sa stattfindet, welche sich im Punkte c durchschneiden.

71. Wenn man sich vom horizontalen Zylinder A die Ausschnitte vcs und ucz (Fig. 88) wegdenkt, so stellt die 89ste Figur die horizontale Projektion der beiden übrigen

die kleinen Axen b und b' zweier Ellipsen einander gleich sind, die auf denselben senkrecht errichteten Ordinaten $b''b$ und $a''a$ (Fig. 88), welche gleichen Abszissen oa'' und tb'' entsprechen, zu einander in demselben Verhältnisse stehen, wie die halben grossen Axen der Ellipsen. Bezeichnet man daher die halben grossen Axen mit a und a' , und die Ordinaten mit y und y' , so hat man $a : a' = y : y'$; woraus folgt:

$$a - y : a + y = a' - y' : a' + y' \text{ d. h.}$$

$$ut - b't : ut + b't = ou - oa' : ou + oa' \text{ (Fig. 88) oder}$$

$$ub' : b'z = ua' : a'v. \quad (M.)$$

bleibenden Ausschnitte vor. Ebenso ist Figur 90 die horizontale Projektion derjenigen Theile die vom Zylinder *B* übrig bleiben, wenn man die Ausschnitte *vcu* und *scz* wegnimmt. Denkt man sich nun die beiden Figuren 89 und 90 so ineinandergeschoben, dass die übriggebliebenen Ausschnitte des Zylinders *A* die Stelle der weggenommenen Ausschnitte des Zylinders *B* einnehmen, so erhält man das sogenannte *Kreuzgewölbe*. Figur 91 zeigt die Anordnung dieses Systemes von innen. Die beiden vertikalen Ellipsen, welche aus der Durchschneidung der beiden Zylinder *A* und *B* hervorgehen, haben ihre horizontale Projektionen in den Diagonalen *vz* und *su*; sie bilden 4 Grade mit vorspringenden Winkeln, welche von den Ecken der Mauern ausgehend, sich im Punkte *c*, dem Mittelpunkte des Gewölbes vereinigen.

Da sich die in den Zylindergewölben *A* und *B* befindlichen Steine, von denen der gewöhnlichen Zylindergewölbe nicht unterscheiden, so werden wir uns hier nur mit der Anordnung der in den Gewölbgraden befindlichen Steine beschäftigen.

72. Um die Erklärung des Folgenden zu vereinfachen, werden wir diejenigen Kanten der Steine, welche aus dem Durchschnitte der inneren Leibung eines Gewölbes mit den Fugenflächen entstehen, die Kanten oder die erzeugenden Linien der inneren Leibung nennen (*arêtes ou génératrices d'intrados*) zum Unterschiede von den Kanten der äusseren Leibung (*arêtes d'extrados*); unter verdeckten Kanten (*arêtes cachées*) endlich verstehen wir diejenigen, welche innerhalb der Mauer liegen, und aus der Durchschneidung der Flächen im Innern des Systemes entstehen. Es wird demnach die Kante, welche den Punkt *a* (Fig. 91) enthält, eine Kante der inneren Leibung, die welche den Punkt *b* enthält, eine Kante der äusseren Leibung und endlich die,

welche durch den Punkt e geht, eine verdeckte Kante sein.

Zurüstung des Grades. (Appareil de l'arêtier.)

73. Die horizontale Projektion des aus der Durchschneidung der beiden Zylinderflächen A und B entstehenden Grades sei $a'c'$ Fig. 93. Wenn eines der beiden Gewölbe z. B. A ein Kreiszyylinder ist, so konstruiert man zuerst den senkrechten Durchschnitt desselben (Fig. 92). Die Punkte, in welchen die Kanten der inneren Leibung $a, 1, 2, 3$, etc. den Gewölbgrad $a'c'$ durchschneiden, müssen auch in der Gewölbfläche B liegen, und bestimmen, auf eine Ebene projiziert, welche auf den erzeugenden Linien der Gewölbfläche B senkrecht steht, die Kurve $a''4$, welche daher den senkrechten Durchschnitt des Zylindergewölbes B bildet.

Da die Höhen der Punkte $1, 2, 3, 4$ dieselben sein müssen, wie die der entsprechenden Punkte des Zylinders A , so sind sie durch die 92ste Figur gegeben. Durch die Punkte $1, 2, 3, 4$ (Fig. 94) der Ellipse werden nun Normallinien gelegt, und dieselben soweit verlängert, dass ihre Endpunkte z'', o'', s'', t'' in derselben Höhe über der horizontalen Projektionsebene liegen, als die entsprechenden Punkte des ersten Gewölbes. Die Lage der Punkte v'' und u'' wird dadurch bestimmt, dass man die Höhen der Steinschichten des 2ten Gewölbes, denen des 1sten Gewölbes gleich macht.

Die Figuren 92 und 93 sind zur Konstruktion des Gewölbes hinreichend, will man jedoch die horizontale Projektion des Grades vervollständigen, so ist auf folgende Weise zu verfahren.

Die verdeckten Kanten, welche durch die in gleicher Höhe liegenden Punkte v (Fig. 92) und v'' (Fig. 94) gehen,

durchschneiden sich im Punkte v' (Fig. 93). Verbindet man daher diesen Punkt mit dem Punkte 1 des Gewölbgrades, so erhält man die Linie $(1, v')$, welche aus der Durchschneidung der Fugenfläche $1 v$ des ersten Gewölbes, mit der Fugenfläche $1 v''$ des zweiten Gewölbes entsteht. Verlängert man ferner diese beiden Ebenen bis zu den äusseren Gewölbf lächen, welche man sich von u und u'' aus, noch fortgesetzt denkt, so werden sie dieselben nach zwei Linien durchschneiden, deren vertikale Projektionen die Punkte z und z'' sind, und sich, weil sie zugleich den Fugenflächen $1 v$, und $1 v''$ angehören, in einem Punkte z' schneiden müssen, welcher auf der Verlängerung von $1 v'$ liegt.

Auf gleiche Weise werden die Punkte u', o', y' bestimmt, deren horizontale Projektionen auf der geraden Linie $z'c'$ liegen. Man kann hieraus den Schluss ziehen, dass auch der Durchschnitt der äusseren Gewölbf lächen eine vertikale Ellipse sein werde, was übrigens eine nothwendige Folge des oben Gesagten (70) ist.

74. Noch ist zu bemerken, dass die Kurve $c'z'$, welche man auch den äusseren Gewölbgrad (*arètier extérieur*) nennen könnte, mit dem innern Gewölbgrade nicht in derselben vertikalen Ebene liege.

75. Sind jedoch die beiden Gewölbf lächen einander gleich, oder vereinigen sich die Fugenflächen des zweiten Gewölbes in der Axe desselben, anstatt dass sie auf der innern Leibung senkrecht stehen, so liegen beide Gewölbgrade in derselben vertikalen Ebene und ihre horizontalen Projektionen fallen zusammen *).

*) Dieser Satz lässt sich noch allgemeiner auf folgende Weise aussprechen:

76. Die den Gewölbgrad bildenden Steine werden auf die in (64) angegebene Weise dargestellt. Um z. B. den

Wenn nom und no,p (Fig. 100) die Leitlinien der das Kreuzgewölbe bildenden Zylinderflächen sind, und man legt durch zwei auf ihnen befindliche Punkte o und o' von gleicher Höhe, die Ebenen $M'Mo$ und $N'No'$, so werden sich diese nach einer Linie durchschneiden, deren horizontale Projektion mit der Diagonale nq des Rechteckes $mnpq$ zusammenfällt. — Dass sich die Linien MM' und NN' im Mittelpunkte r der Diagonale qn schneiden müssen, ist wohl für sich klar. Es schneiden sich aber auch die Linien Mo und No' in einem und demselben auf der vertikalen Linie n liegenden Punkte r' , so dass die Linie nr' in dem Dreiecke Mnr' gleich der Linie nr' in dem Dreiecke Nnr' ist. Denn man hat

$$1) Mc : Mn = co : nr'$$

2) $Nc : Nn = eo' : nr'$ und, da die kleinen Axen der beiden Ellipsen gleich sind:

$$3) po : p'o' = Mn : Nn \text{ oder}$$

$$Mc : Nc = Mn : Nn.$$

Aus der Vergleichung dieser Proportion mit den vorhergehenden ergibt sich endlich: $co : co' = nr' : nr'$ und es muss daher, da $co = co'$ ist auch nr' im Dreiecke $Mnr' =$ der Linie nr' im Dreiecke Nnr' sein. Der Punkt r' ist daher ein zweiter Durchschnittspunkt der Ebenen $M'Mr'$ und $N'Nr'$, und ihre Durchschnittslinie selbst die Gerade rr' , deren horizontale Projektion mit rn zusammenfällt. Zieht man daher durch irgend einen Punkt der Ebene $M'Mr$ eine mit MM' parallele und daher horizontale Linie und durch irgend einen Punkt der Ebene $N'Nr$, welcher mit dem ersten Punkte gleiche Höhe hat eine parallele Linie mit NN' , so müssen sich beide Linien, da sie in derselben horizontalen Ebene liegen, durchschneiden, und zwar in einem Punkte, welcher in der Durchschnittslinie rr' der beiden Ebenen $M'Mr'$ und $N'Nr'$ liegt. Da aber alle Punkte des äusseren und des inneren Gewölbgrades, die Durchschnittspunkte solcher horizontalen Linien sind, so müssen auch die

Stein der zweiten Schichte (Fig. 96) zu schneiden, richte man einen rechtwinklichen Block zu, dessen Grundfläche das Rechteck $t'222$ (Fig. 93) ist, welches die horizontale Projektion des Steines darstellt, und dessen Höhe gleich der Linie mn (Fig. 92) ist. Man legt hierauf die Lehren der Stirnfläche $tu o 21 v d$ (Fig. 92) und $t''u''o''21v''d''$ (Fig. 94) auf die den senkrechten Durchschnitten des Gewölbes A und B entsprechende vertikale Flächen des Steines und arbeitet die über die aufgezeichneten Grenzen hervorspringenden Theile desselben senkrecht auf seine Flächen ab. Man wird noch genauer verfahren, wenn man zuerst die Lehre der Stirnfläche $tu o 21 v d$ des Gewölbes A auf den beiden gegenüberliegenden Flächen des Parallelipedons aufreisst, und vermittelst dieser Aufrisse den Stein so schneidet, als ob er blos zum Gewölbe A gehörte. Man konstruirt sich hierauf eine Lehre (1,1, 2,2 Fig. 95), welche die Entwicklung seiner Leibungsfläche ist, passt sie dem zylindrischen Theile des Steines genau an, und reißt den, dem Gewölbgrade entsprechenden Bogen auf der Leibung auf. Diese Linie und die Stirnfläche $t''u''o''21v''d''$ bilden dann zwei Leitlinien, welche die dem zweiten Gewölbe B angehörige Zylinderfläche des Steines vollkommen bestimmen.

Ebenso verfährt man bei der Darstellung des in Fig. 97 gezeichneten Steines. Die Bezeichnung der in den Fig. 92, 94 und 97 vorkommenden entsprechenden Punkte durch dieselben Buchstaben ist hinreichend um die Ausführung des Schnittes deutlich zu machen. Die Darstellung aller dieser Steine nach ihren isometrischen Projek-

horizontalen Projektionen derselben und folglich auch diejenigen der Gewölbgrade mit der Diagonale des Rechteckes zusammen fallen. *M.*

tionen (Fig. 96) und (Fig. 97) ist nach Bestimmung der Punkte 1,1,1,2,2,2,o,o'',u,u''v,v'' (Fig. 96) etc. so einfach, dass eine weitere Auseinandersetzung ganz überflüssig ist.

Zweite Methode.

77. Die bisher angeführten Mittel zur Darstellung der Steine fasst man unter dem Namen der Bearbeitung aus Senkrechten (*méthode par équarrissement*) zusammen. Sie bestehen nämlich, wie man bereits gesehen hat, darin, dass man einen rechtwinklichen Block zurichtet, dessen senkrecht aufeinanderstehende Flächen gleichsam Projektionsebenen bilden, und auf welchen man die Durchschnitte der Ebenen oder der krummen Flächen aufreisst, durch welche die verschiedenen Schnitte bestimmt werden.

Es gibt aber noch eine zweite Methode, mit der wir uns jetzt beschäftigen wollen.

78. Nehmen wir an, die Punkte 2 und 3 (Fig. 92) seien durch eine gerade Linie mit einander verbunden, und man lasse dieselbe parallel mit sich selbst auf den beiden Leibungskanten 2 und 3 hingleiten, so wird der zwischen diesen Kanten liegende Theil der Leibungsfläche, durch eine Ebene ersetzt. Substituirt man nun ebenso für den zwischen den Kanten 2 und 3 (Fig. 94) des zweiten Gewölbes liegenden Theil der Leibungsfläche eine Ebene, so werden sich diese Ebenen in einer Linie 2,3 schneiden, deren horizontale Projektion mit derjenigen des Gewölbgrades zusammenfällt. Legt man daher die vertikale Ebene des Grades um seine horizontale Projektion $a'c'$ in die horizontale Projektionsebene nieder, indem man die Höhen der Punkte auf der 92sten Figur abgreift, so wird die gerade Linie 23 den Durchschnitt dieser beiden Ebenen angeben, und die Leibungskanten 22 und 33

werden eine mit der horizontalen Projektion des Gewölbgades parallele Lage erhalten. Denkt man sich nun durch den Punkt 2 oder auch durch irgend einen andern Punkt der geraden Linie 2,3 eine senkrechte Ebene p gelegt, so muss diese den *Winkel* enthalten, welchen die oben erwähnten Ebenen mit einander bilden; die wahre Grösse dieses Winkels ergibt sich aber dadurch, dass man die Ebene, welche die Leibungskanten 3,3 (Fig. 75) in u' und v' schneidet, um die hiedurch bestimmte Durchschnittslinie in die horizontale Ebene der Kante 33 niederlegt. Dadurch fällt nämlich die Spitze des Winkels nach (s und s') und der Winkel selbst nach $v's'u'$.

79. Ist diess geschehen, so wählt man nach dem Augenmaasse einen Block (Fig. 98), der den darzustellenden Stein enthält; richtet auf demselben 2 Ebenen zu, welche mit einander den so eben gefundenen Winkel bilden, und konstruirt auf beiden, die den Leibungsflächen des Steines entsprechenden Vierecke, entweder dadurch, dass man sie in Dreiecke zerlegt, oder auch auf irgend eine andere Weise. Nach den so aufgezeichneten Linien werden nun neue Flächen angeschnitten, welche in den entsprechenden als eben vorausgesetzten Leibungsflächen die durch (Fig. 92 und 94) bestimmten Winkel bilden. Dieselben werden mit einem unter dem Namen *Schrägmaas* (beveau) bekannten Instrumente abgegriffen, das aus zwei dünnen Holzstücken besteht, welche man fest mit einander vernagelt, und an den Kanten (Fig. 99) so hingleiten lässt, dass die Ebene in der es liegt, immer senkrecht auf denselben steht.

Man darf nicht vergessen, dass in Folge der Ungleichheit beider Gewölbe, die Fugenflächen mit den als Ebenen gedachten Leibungsflächen nicht überall dieselben Winkel

bilden, so dass man also ebenso viele Schrägmaasse zu konstruiren hat, als verschiedene Winkel vorhanden sind.

Wenn die den Fugenflächen entsprechende Schnitte ausgeführt sind, so zeichnet man die in der äusseren Fläche des Steines befindlichen Linien auf, und höhlt die noch ebenen Leibungsflächen nach der Krümmung der entsprechenden Zylinderflächen aus.

80. Die so eben gezeigte Methode erfordert eine grössere Steinmasse als die erste Methode, weil man nach dem blossen Augenmaasse den kleinsten Block, aus welchem sich der Gewölbstein darstellen lässt, nie so genau bestimmen kann. Auf der anderen Seite jedoch erspart der Steinhauer an Arbeit, weil er hier die Flächen des Steines unmittelbar schneidet, während bei der gewöhnlichen Methode die Zurichtung eines rechtwinklichen Parallelopipedons nothwendig war, um auf demselben die Umrisse der Lehren aufzeichnen zu können. Geschicklichkeit und Gewandtheit müssen übrigens bestimmen, welche von beiden Methoden in den vorkommenden Fällen die ökonomischste sei.

81. Wir haben uns bei der Zurüstung des *Grades* etwas lange verweilt, weil sich diese Kombination in der Folge unter sehr verschiedenen Formen zeigen wird. Zur Wiederholung des Gesagten wollen wir daher kurz bemerken, dass die bei einem zum Grad gehörigen Steine vorkommenden Linien und Hauptkanten die folgenden sind:

1) Der *innere Gewölbgrad* (*l'arètier d'intérieur ou d'intrados*), welcher der Durchschnitt der beiden inneren Leibungsflächen der Gewölbe ist.

2) Der *äussere Gewölbgrad* (*l'arètier extérieur ou d'extrados*), welcher aus der Durchschneidung der beiden äusseren Gewölbflächen entsteht.

3) Der Durchschnitt der unteren Fugenflächen (vgl. Fig. 93).

4) Der Durchschnitt der oberen Fugenflächen (o'2 Fig. 93).

Wir bemerken noch, dass der von den Leibungsflächen beider Gewölbe gebildete Winkel, welcher in der *Kämpfer-ebene* ein Rechter ist, immer grösser wird, je mehr man sich dem Scheitel des Gewölbes nähert, und dass er im Scheitel selbst $= 180^\circ$ ist. Man kann sich davon praktisch überzeugen, indem man diese Winkel an verschiedenen Stellen des Gewölbgrades misst.

Konstruktion eines Kreuzgewölbes mit Falzen oder Zwiebögen.
(*Voute d'arête avec arcs doubleaux* Taf. 7 Fig. 101–105).

82. Man konstruirt zuerst den senkrechten Durchschnitt des Kreiszylindergewölbes *A*, und aus diesem wie in dem vorhergehenden Beispiele, den senkrechten Durchschnitt des zweiten Gewölbes *B*, indem man den Fugenflächen eine normale Richtung zu der Leibung und den Kanten der äusseren Gewölbfäche die Höhe der entsprechenden Kanten des ersten Gewölbes gibt. Um die vorspringende Kante *e''i* (Fig. 103) der Falze zu konstruiren, verlängert man eine jede Normale in den inneren Theil der Kurve *a''4*, um eine Linie $= ae$, so dass die Kurve *e''i* mit der Ellipse *a''4* parallel läuft, und der Vorsprung überall gleich stark ist. Die Ausführung der horizontalen Projektion bietet keine Schwierigkeiten dar. —

Sind die Hauptprojektionen des Gewölbes ausgeführt, so schneidet man den untersten Stein des Gewölbgrades gerade so, als ob er zu einem einfachen Kreuzgewölbe gehörte. Auf den Leibungsflächen (Fig. 104) zieht man hierauf mittelst eines biegsamen Lineals, welches man an denselben anlegt, die beiden Bögen *te* und *t''e''*, und setzt an diese zwei auf der Leibung senkrecht stehende Schnitte an, welche die Gestalt der Lehren *a1te* (Fig. 101)

und $a''1t''e''$ (Fig. 103) haben. Zuletzt werden senkrecht auf diese die kleinen Zylinderflächen $a11$ angeschnitten, deren Durchschnitt den Grad $a1$ bestimmt.

Um die Schnitte mit grösserer Genauigkeit auszuführen, könnte man die in Figur 102 konstruirte Lehren $tvv11t$, $t''v''v''11t''$ der Fugenflächen benützen, deren Breiten tv und $t''v''$ durch die Figuren 101 und 103, und deren Kantenlängen durch die horizontale Projektion Fig. 102 gegeben sind.

Dasselbe Verfahren hat man bei der Darstellung des Steines Fig. 105 zu befolgen.

*Konstruktion eines Kreuzgewölbes mit einem zweifachen Grade.
(Voûte à double arêtier).*

83. Zuweilen bildet man auch zwei Gewölbgrade, welche von dem Ecke des in beiden Mauern liegenden Kämpfers ausgehend, sich von einander entfernen, und an den Ecken eines Vierecks von beliebiger Grösse endigen, dessen Seiten mit den Diagonalen des von dem Hauptgewölbe bedeckten Rechteckes der grösseren Regelmässigkeit wegen parallel sein müssen.

Es ist klar, dass ein solches Gewölbe aus der Durchdringung zweier Zylindergewölbe A (Fig. 101) und B (Fig. 107) durch ein drittes Zylindergewölbe (Fig. 106) hergeleitet werden kann, dessen senkrechter Durchschnitt in die horizontale Ebene Fig. 108 niedergelegt ist. Die Richtungen Km , mp , und ph der 3 Gewölbe bestimmen die Lage der Leibungskanten, von welchen man diejenigen des Gewölbes A (Fig. 101) zuerst konstruirt. Zur Darstellung des Steines ($1,2,ouzv$) Fig. 101 und Fig. 109 schneidet man den rohen Steinblock zuerst so, als ob er zu einem einfachen Grade gehörte, indem man sich der

Lehren seiner zu den Gewölben *A* und *B* gehörenden Stirnflächen bedient; alsdann zieht man in den beiden Leibungsflächen die Bögen (1 2) (1 2), welche die beiden Gewölbgrade bilden, und zugleich als die Leitlinien der dritten zylindrischen Fläche 1,1,2,3 dienen. Um endlich die kleine Ebene 2,2,*i* zu schneiden, bedient man sich eines durch Fig. 108 gegebenen Schrägmaasses.

Die Bestimmung der horizontalen Projektion 2*i*2 dieser Ebene, welche aus der Durchschneidung der drei Normal-ebenen 22*i*, 22*io*, und 22*io* (Fig. 109) hervorgeht, geschieht auf folgende Weise. Von dem Punkte *o'''* (Fig. 108) der mit den Punkten *o* und *o''* in gleicher Höhe über der horizontalen Projektionsebene liegt, zieht man parallel mit *mp* (Fig. 106) die Linie *o'''e*, bis sie die Verlängerungen der Leibungskanten *o''o'd* und *oo'e* in den Punkten *d* und *e* durchschneidet. Da nun die gezogenen Linien *o'''e*, und *oo'e* in den Normalebenen *o2'''* und *o2* liegen, so muss der Punkt *e* ein Durchschnittspunkt dieser beiden Ebenen sein, und aus demselben Grunde muss auch *d* einen Durchschnittspunkt der Ebenen *o'''2* und *o''2* bilden. Verbindet man daher die beiden anderen Durchschnittspunkte 2,2 mit den Punkten *d* und *e*, so ergeben sich als die Durchschnittslinien der 3 Ebenen die Linien 2*d* und 2*e*, welche mit der Linie 22 das Dreieck 2*i*2 bilden.

Will man bei der Bestimmung der Kurven (1,2) (1,2) (Fig. 109) noch genauer verfahren, so konstruirt man die Lehren der entwickelten in den Gewölben *A* und *B* liegenden Leibungen und Fugenflächen des Steines. Den Seitenflächen des durch das Viereck *mpgr* gebildeten Schlusssteines hat man, da seine Leibung nicht gewölbt, sondern eben ist, eine kleine Neigung zu geben, weil die Schnitte, wenn sie eine normale Richtung zur Leibung hätten, zugleich vertikal wären und der Stein herabfallen müsste.

Man könnte vielleicht glauben, der Zweck eines Doppelgrades bestehe darin, um den aus der Durchschneidung der beiden Gewölblflächen A und B gebildeten spitzen Winkel zu vermeiden; bei genauerer Betrachtung jedoch wird man finden, dass dies durch eine solche Anordnung nicht erreicht werden kann; weil nur der obere Theil des Gewölbgrades abgestumpft wird, während er in der Nähe der Kämpferebene, wo er am meisten hervorspringt, unverändert bleibt.

Will man den spitzen Winkel des Grades wirklich vermeiden, so kann dieses offenbar nur dadurch geschehen, dass man den Eckpfeiler (Fig. 112 Taf. 8) durch eine vertikale Ebene abstumpft und von den Winkeln α' und α'' 2 Gewölbgrade ausgehen lässt, welche sich nicht wie im vorhergehenden Beispiele von einander entfernen, sondern im Mittelpunkte des Gewölbes mit einander vereinigen.

Da diese Konstruktion keine besondere Schwierigkeiten darbietet, so halten wir uns bei der Ausführung derselben nicht weiter auf.

Die 113. Figur stellt ein über einem regelmässigen Sechsecke konstruirtes Kreuzgewölbe dar. Die 12 Gewölbgrade entstehen aus der Durchschneidung der 3 Hauptgewölbe A , B und C mit den 3 kleineren Gewölben a, b, c .

Figur 114 ist eine perspektivische Darstellung des Schlusssteines, dessen isometrische Projektion auf der ersten Supplementtafel (Fig. 3) aus seinen geometrischen Projektionen (Fig. 1 und 2) konstruirt wurde.

84. Figur 115 zeigt die Konstruktion eines Kreuzgewölbes, welches ein unregelmässiges Viereck $ou v z$ überdeckt. Um den Scheitel des Gewölbes zu finden, verbinde man die Mittelpunkte der gegenüberliegenden Seiten des Vierecks durch gerade Linien ($p q$ und $m n$); der

Durchschnittspunkt derselben ist alsdann zugleich der Scheitel des Gewölbes.

Die Linien $x o$, $x u$, $x v$, $x z$ sind die Projektionen der 4 Grade, welche aus der Durchschneidung der 4 Zylinderflächen A, B, C, D , entstehen, deren erzeugende Linien mit den Linien $m n$ und $p q$ parallel und deren senkrechte Durchschnitte a, b, c, d in der horizontalen Projektionsebene niedergelegt sind. Die Figuren e, f, g, h endlich, sind die senkrechten Durchschnitte der 4 Gewölbe, welche mit den 4 Zylinderflächen A, B, C, D , die 4 Grade ou , uv , vz , und zo bilden, deren horizontale Projektionen mit den Seiten des gegebenen Vierecks zusammenfallen. —

85. Bei der Konstruktion der gedrückten Gewölbe kann man statt einer Ellipse auch zwei, durch eine gerade Linie CC (Fig. 116) mit einander verbundene Viertelkreise als Leitlinien der Zylinderflächen annehmen, so dass also das Gewölbe aus zwei durch eine Ebene mit einander verbundenen Kreiszyylinderflächen besteht. Um die Richtung der Gewölbfugen zu bestimmen, konstruirt man über der Linie vu ein gleichseitiges Dreieck $v u z$ und zieht die Linien $z v s$ und $z u o$. Die zur linken Seite der Linie sz liegenden Fugen müssen sich im Punkte v , die Fugen zur Rechten von oz im Punkte u vereinigen. Alle anderen Fugen haben ihren Mittelpunkt in z .

Klostergewölbe. Taf. 9. (Voûte en arc de cloître.)

86. Um einen von vier senkrechten Mauern eingeschlossenen rechtwinklichen Raum $a'b'm'n'$ (Fig. 119 Taf. 9) zu überwölben, ziehe man die Diagonalen $a'n'$, und $b'm'$; die hierdurch entstehenden Dreiecke $a'c'm'$ und $b'c'u'$ werden alsdann mit den entsprechenden Theilen eines Kreiszylindergewölbes A bedeckt, dessen vertikale Projektion in Fig. 118 ersichtlich ist, während die beiden anderen

Dreiecke $a'c'b'$ und $m'c'n'$ mit den entsprechenden Theilen eines elliptischen Zylindergewölbes bedeckt werden, dessen Leitlinie (Fig. 120) in die horizontale Projektionsebene niedergelegt ist. Die Durchschnitte beider Gewölbe sind zwei Ellipsen, deren horizontale Projektionen mit den Diagonalen des Rechteckes $a'b'm'n'$ zusammenfallen und vier einspringende Grade bilden, welche von den Ecken des überwölbten Raumes ausgehen und sich im Scheitel c' des Gewölbes vereinigen.

Die äusseren Zylinderflächen durchschneiden sich nach zwei anderen vertikalen Ellipsen $z'p'$ und $t'q'$, welche 4 hervorspringende Grade bilden.

Ist die Grundfläche des zu überwölbenden Raumes ein Quadrat, so liegen die inneren und die äusseren Gewölbgrade in derselben vertikalen Ebene, und ihre horizontale Projektionen fallen zusammen.

Diese Gewölbe, welchen man den Namen *Klostergewölbe* gegeben hat, unterscheiden sich, wie man sieht, von den *Kreuzgewölben* dadurch, dass bei diesen die Gewölbgrade ausspringend, bei jenen dagegen einspringend sind, weil diejenigen Theile des Raumes, welche bei den Kreuzgewölben vom Zylinder *A* bedeckt sind, beim Klostergewölbe durch den Zylinder *B* überdeckt werden. Derselbe rechtwinkliche Raum über welchem man ein Kreuzgewölbe konstruirt hat, wird daher mit einem Klostergewölbe überwölbt sein, sobald man diejenigen Theile der Zylinderflächen, welche bei dem Kreuzgewölbe beseitigt wurden, an die Stelle derjenigen Theile setzt, mit welchen man das Kreuzgewölbe gebildet hat.

Die Darstellung eines Steines $a1vd$ (Fig. 118) bietet keine besonderen Schwierigkeiten dar. Hat man nämlich einen der horizontalen Projektion desselben entsprechenden rechtwinklichen Block zugerichtet, so legt man auf den,

den senkrechten Durchschnitten entsprechenden Ebenen desselben, die Lehren der Stirnflächen $a1vd$ (Fig. 118) und $a''1v''d''$ (Fig. 120) an, und führt die Schnitte in senkrechter Richtung auf diese Ebenen, nach den vorgezeichneten Grenzen aus.

Aus den geometrischen Projektionen (Fig. 4 und 5 Supplementtafel 1) ist in Fig. 6 die isometrische Projektion dieses Steines dargestellt, deren Anwendung bei der Ausführung des Steines zu einfach ist, als dass es nöthig wäre, dieselbe besonders zu erklären. Die nothwendigen Lehren sind einzig und allein die Bogenstücke $a1$ und $a''1''$ (Fig. 6).

In den Figuren 122 und 123 sind die beiden Projektionen eines über einem regelmässigen Sechsecke konstruirten Klostergewölbes dargestellt. Die 6 einspringenden Grade dieses Gewölbes entstehen aus der Durchschneidung der drei gleichen Zylinder A , B und C ; Fig. 122 bildet zugleich den senkrechten Durchschnitt des Zylinders A .

Die isometrische Projektion eines in der zweiten Schichte befindlichen Steines, welcher zu dem Grade der Gewölbe A und C (Fig. 123) gehört, zeigt Fig. 9 der Supplementtafel 1; dieselbe wurde mit Hülfe der geometrischen Projektionen (Fig. 7 und 8) konstruirt. Die zur Darstellung des Steines nöthige Lehre, ist das Bogenstück $1,2$ (Fig. 9) oder $1''2''$ indem beide einander gleich sind. Ist vermittelt der isometrischen Projektion der vertikale Schnitt $1''2''$ ausgeführt, so werden zunächst die in demselben liegenden Hauptpunkte bestimmt und diese durch entsprechende Linien miteinander verbunden; die Ausführung der weiteren Schnitte kann dann ohne Schwierigkeit geschehen.

Die Figuren 125 und 126 sind die Projektionen eines gedrückten Klostergewölbes. Die Grade sind aus der Durchschneidung der Kreiszyylinder A,A , mit den Zylinder-

flächen *B, B*, entstanden. Die Richtungen der Fugenflächen für die in der flachen Decke liegenden Gewölbsteine werden auf die früher angegebene Weise gefunden (33, 85).

87. Die Figuren 127 und 128 sind die Projektionen eines überhöhten Klostergewölbes. Die Leitlinie der inneren Zylinderfläche ist durch zwei aus den Mittelpunkten *u* und *v* beschriebenen Bögen *ab* und *cd* gebildet. Der obere Theil des Gewölbes kann mit einem Glasfenster überdeckt werden; in diesem Falle hat man in der obersten Steinschichte die bei dem flachen Sturze vorgekommene Zurüstung zu wählen, weil sich hier die Steine selbst tragen müssen.

VIERTES KAPITEL.

Gewölbaue. Taf. 10. (Lunette.)

88. Wir haben im § 69 gesehen, dass man diejenige Kombination zweier Zylindergewölbe, welche gleiche Höhe besitzen und einen bestimmten Raum bedecken, Kreuzgewölbe nennt und dass die Gewölbgrade derselben, wenn die Leitlinien Kreise oder Ellipsen sind, in vertikalen Ebenen liegen müssen.

Würde nun von zwei sich durchschneidenden Zylindergewölben das Eine eine geringere Höhe besitzen als das Andere, so könnte die aus ihrer Durchschneidung hervorgehende krumme Linie nicht mehr in einer Ebene liegen, sondern müsste nothwendig eine Kurve von *doppelter Krümmung* sein, d. h., sie würde die Krümmung der beiden Zylinderflächen zugleich besitzen und die horizontale Projektion derselben, würde aus den beiden Armen *abc* und *dek* Fig. 129 Taf. 10 bestehen.

Die Oeffnung, welche bei der Durchdringung der grössern Zylinderfläche durch die kleinere entsteht, wird *Gewölbaue* genannt. Man sieht leicht ein, dass eine solche Kombination eine grosse Aehnlichkeit mit dem Kreuzgewölbe besitze, indem sie sich von einem solchen nur dadurch unterscheidet, dass die beiden sich durchschneidenden Zylinder verschiedene Höhe besitzen. Für diejenige Kurve, welche aus der Durchdringung der beiden Zylinderflächen entsteht, werden wir den Namen *Gewölgrad* beibehalten und uns sofort mit denjenigen Steinen beschäftigen, welche den beiden Zylinderflächen gemeinschaftlich sind, indem sich die übrigen von denjenigen der gewöhnlichen Gewölbe nicht unterscheiden.

89. Wenn (Fig. 130) die Richtungen AC und BC der beiden Gewölbe, sowie die Durchmesser und die Höhen derselben gegeben sind, so konstruirt man zunächst (Fig. 131) den senkrechten Durchschnitt des Gewölbes A und ebenso (Fig. 132) den senkrechten Durchschnitt des Gewölbes B , indem man sich den letzteren um die vertikale Linie 4 (Fig. 130) so gedreht denkt, dass derselbe mit der vertikalen Ebene 4 zusammenfällt.

Projizirt man nun die Punkte a'' , 1, 2, 3, (Fig. 132) auf die Leitlinie 4 p der vertikalen Ebene (Fig. 130) und trägt diese durch Kreisbögen, deren gemeinschaftlicher Mittelpunkt in 4 liegt, in die vertikale Ebene $a4$, so ergeben sich die horizontalen Projektionen der in der innern Leibung des kleinen Gewölbes befindlichen Kanten. Die vertikalen Projektionen derselben Kanten sind mit der horizontalen Projektionsebene und folglich auch mit der Grundlinie Aaa'' parallel und durchschneiden den Bogen ae (Fig. 131) in den Punkten 1, 2, 3, 4, deren horizontale Projektionen auf den entsprechenden Leibungskanten 1 1, 2 2, 3 3, des Gewölbes B Fig. 130 liegen und die horizon-

tale Projektion des Gewölbgrades oder den Durchschnitt der beiden Zylinderflächen bestimmen.

In den vorhergehenden Beispielen, wo sich die Leibungskanten der beiden Zylinderflächen in gleicher Höhe befanden, mussten sich dieselben in dem Gewölbgrade durchschneiden; dieses findet bei dem Gewölbbau (und dies ist ein wesentlicher Unterschied zwischen diesem und dem gewöhnlichen Kreuzgewölbe) nicht statt, indem man bei den verschiedenen Dimensionen der Gewölbe den Leibungskanten derselben nicht wohl gleiche Höhen geben könnte, ohne die Regelmässigkeit der Zurüstung in dem einen oder anderen Gewölbe aufzuopfern. Wenn man daher die Anordnung der Steine in einem jeden Gewölbe unabhängig von dem andern (Fig. 131 und Fig. 132) bestimmt hat, so konstruiere man die kleinen Kurven ($1b$, $1b'$) ($2c$, $2c'$), ($3d$, $3d'$) (Fig. 131 und Fig. 130), welche aus der Durchschneidung der inneren Leibung des Gewölbes A und der Fugenflächen des Gewölbes B hervorgehen. Diese Kurven bilden Theile von Ellipsen, welche sich alle in dem Punkte m vereinigen müssen, weil hier die innere Leibung des grössern Gewölbes von der Axe BC des kleinern Gewölbes durchschnitten wird.

Um die horizontale Projektion des Punktes b (Fig. 131) zu bestimmen, projizire man denselben nach b'' (Fig. 132) in die Fugenfläche $1s''$ und von hier nach b''' (Fig. 130) auf die Leitlinie der vertikalen Ebene p , beschreibe aus 4 mit der Linie $4b'''$ einen Bogen, um den Punkt b''' in die Ebene $4a$ zu tragen und ziehe nun parallel mit der Grundlinie der Projektionsebene eine Konstruktionslinie, welche die Linie bb' in dem Punkte b' durchschneidet. Auf dieselbe Weise können auch die mittleren Punkte der Linien $1b'$, $2c'$ etc. bestimmt werden.

Da die Höhen der Steinschichten in den beiden Gewöl-

ben gleich sind, so müssen sich die durch die Punkte s (Fig. 131) und s'' (Fig. 132) gelegten horizontalen Kanten in einem Punkte durchschneiden, dessen horizontale Projektion in s' (Fig. 130) liegt und die Linie sb , $s'b'$, wird die Durchschnittslinie der beiden Fugenflächen bs und $1s''$ (Fig. 131 und 132) sein. Man kann die Richtigkeit dieser Konstruktion prüfen, wenn man die Leibungskante 1-1 des Gewölbes B so weit verlängert, bis sie die Leibungsfläche des grössern Gewölbes in dem Punkte u, u' durchschneidet, oder noch genauer dadurch, dass man (Fig. 130) den Punkt s' mit dem Punkte C , in welchem sich die Axen der beiden Gewölbe durchschneiden, verbindet.

90. Diese letztere Konstruktion passt jedoch nur für den Fall, wo die Leitlinien der Zylinderflächen, welche die Gewölbe bilden, nicht Ellipsen sind, weil die auf einer elliptischen Leibung senkrecht stehenden Fugenflächen nicht durch die Axen der Gewölbe gehen, und sich daher auch nicht in diesen durchschneiden können.

Schwieriger als die Konstruktion der horizontalen Projektion des ersten Steines, ist diejenige des zweiten Steines.

Wir bemerken zuvörderst, dass die Punkte z und z'' (Fig. 131 und 132) die Projektionen der Leibungskanten sind, durch welche die äusseren Gewölbfächen begrenzt werden; da beide Kanten in der oberen Fläche der zweiten Steinschichte liegen, so müssen sich die horizontalen Projektionen derselben in dem Punkte z' (Fig. 130) durchschneiden, welcher den tiefsten Punkt des äusseren Gewölbgrades bildet.

Die durch den Punkt n'' (Fig. 132) gehende Kante der äusseren Leibungsfläche des Gewölbes B , durchschneidet die äussere Leibung des grösseren Gewölbes in dem Punkte n , dessen horizontale Projektion in n' liegt und einen zweiten Punkt des äusseren Gewölbgrades bestimmt.

Auf gleiche Weise ergeben sich die übrigen Punkte (e' , h' Fig. 130) des äusseren Gewölbgrades und wenn man dieselben durch eine stätige krumme Linie verbindet, so erhält man die Durchschnittslinie der beiden äusseren Gewölblächen. Da die Leibungskanten derselben nicht in gleichen Höhen liegen, so können sie sich auch nicht durchschneiden; man vereinigt sie daher durch kleine elliptische Bögen (nv , $n'v'$), (eo , $e'o'$) etc., welche die Durchschnitte der äusseren Leibung des grösseren Gewölbes mit den Fugenflächen des Gewölbauges bilden. Um die horizontale Projektion des Punktes v zu bestimmen, projizire man denselben zuerst nach v'' (Fig. 132) in die Fugenfläche 2 v'' , und von hier nach v''' , aus welchem sich sofort der Punkt v' (Fig. 130) leicht ergibt.

Verbindet man endlich noch die Punkte v' und c' durch eine gerade Linie $v'c'$, so ergibt sich die Durchschnittslinie der Fugenflächen cv und 2 v'' (Fig. 131 und 132) beider Gewölbe, welche, wenn die Konstruktion mit Genauigkeit ausgeführt wurde, durch den Punkt C gehen muss. Hiermit ist die horizontale Projektion des zweiten Steines vollständig bestimmt.

Auf gleiche Weise werden auch die Projektionen der höher liegenden Steine konstruirt, und es ist leicht einzusehen, dass die Fugenflächen im Gewölbbau, mit Ausnahme der unteren, von folgenden Linien begrenzt werden: 1) von den beiden Leibungskanten; 2) von der Durchschnittslinie der Fugenflächen beider Gewölbe und 3) von den beiden elliptischen Bögen, nach welchem die Fugenfläche des Gewölbauges, die beiden Leibungsflächen des grösseren Gewölbes durchschneidet, und durch welche sich die Steine eines Gewölbauges von denjenigen eines Kreuzgewölbes unterscheiden.

In Fig. 133 sind die Lehren der Fugenflächen in ihrer wahren Grösse konstruirt. Dieselben wurden um die Axe BC des Gewölbauges in die horizontale Projektionsebene niedergelegt; ihre Längen ergaben sich aus Figur 130 und ihre Breiten aus Figur 132. Mittelst dieser beiden letzteren Figuren wurde auch die Konstruktion der Leibungsfläche des Gewölbauges (Fig. 134) ausgeführt.

Da der Schnitt der beiden unteren Steine gerade so ausgeführt wird, als ob dieselben zu einem gewöhnlichen Kreuzgewölbe gehörten, so brauchen wir darüber nicht weiter zu sprechen.

Was jedoch den dritten Stein (Fig. 137) betrifft, so wird zuerst ein Parallelopipedon konstruirt, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion des Steines ist. Man schneidet nun die Leibungsfläche des Gewölbauges und die Fugenfläche, welche der oberen Leibungskante entspricht, und reisst auf diesen Schnitten die in Fig. 133 und 134 konstruirten Lehren auf. Dadurch und durch die Lehre der Stirnfläche cde (Fig. 131) wird die Leibungsfläche des grösseren Gewölbes A bestimmt. Endlich schneidet man den, von den Fugenflächen der unteren Leibungskanten 22 , $C'c'$ gebildeten einspringenden Winkel $nc'x$, um die durch Figur 133 gegebene Lehre der Fugenflächen $22c'v'n'n''$ aufreissen zu können. Der Schnitt der äusseren Leibungsfläche hat nun keine Schwierigkeiten mehr, obgleich man dieselbe gewöhnlich gar nicht oder doch nur oberflächlich ausführt.

Die isometrischen Darstellungen dieser Steine sind auf Supplementtafel 1 (Fig. 10 — Fig. 25) ausgeführt. Die rechtwinklichen Parallelopipedon, welche diese Steine einschliessen, sind zwar nicht dargestellt, doch aber durch die gegebenen Längen, Breiten und Höhen vollkommen bestimmt.

Die isometrische Projektion des Schlusssteines (Fig. 13) ergibt sich aus seinen geometrischen Projektionen (Fig. 10—12) ohne alle Schwierigkeit. Die zur Darstellung des Steines nöthigen Lehren sind zwei Bogenstücke, von welchen das eine dem kleineren und das andere dem grösseren Zylindergewölbe angehört. Mittelst dieser wird man zuerst die Leibungsflächen beider Gewölbe darstellen, und sofort die Lage der Punkte $3,3,d,o,e,e$ aus der isometrischen Projektion (Fig. 13) bestimmen, mittelst welcher die übrigen Schnitte unmittelbar ausgeführt werden können.

Ganz auf gleiche Weise wird der folgende Stein dargestellt, dessen isometrische Projektion in Fig. 17 aus seinen geometrischen Projektionen Fig. 14, 15 und 16 hergeleitet wurde. Sobald nämlich die Leibungsfläche $2,3,2,3$, des Gewölbbauges und diejenige ($cd d3$) des grösseren Gewölbes geschnitten sind, bestimme man aus der isometrischen Projektion:

1) die Lage der Punkte $e,e,o,d,3$, wodurch die Fugenflächen der Leibungskanten $3,3$ und dd gegeben sind;

2) Die Lage der Punkte $2,2, c,c$ und n , wodurch die Fugenflächen der Leibungskanten 22 und cc bestimmt werden.

Endlich behauet man den von den Linien $c2$ und $c3$ eingeschlossenen Theil der Leibungsfläche des grösseren Gewölbes, mittelst der Lehre eines diesem Gewölbe entsprechenden Bogenstückes. Die Darstellung der äusseren Leibungsflächen hat keine weitere Schwierigkeiten.

Die isometrische Projektion des 3ten Steines von oben, oder des 2ten Steines von unten, zeigt Fig. 24; die demselben entsprechenden geometrischen Projektionen sind in Fig. 18—20 ausgeführt.

Fig. 25 endlich ist die isometrische Projektion des untersten Steines, dessen geometrische Ansichten in den Figuren 22 und 23 konstruiert sind.

Die Darstellung dieser beiden Steine aus den sie einschliessenden Parallelpipeden ist in Bezug auf die früher gelösten Aufgaben so einfach, dass wir die Lösung dem Nachdenken des Lesers überlassen zu können glauben.

91. Wenn, wie dies öfters geschieht, nur das Gewölbage in Hausteinen, das grössere Gewölbe aber in unbehauenen Bruchsteinen ausgeführt ist (Fig. 139), so wird die Konstruktion des Gewölbgrades und der ihn bildenden Steine noch einfacher, und die Ausführung derselben bietet fast keine Schwierigkeiten dar.

Schiefes Gewölbage.

92. Wenn die Axe eines kleineren Zylindergewölbes mit derjenigen eines Hauptgewölbes zwei ungleiche Winkel bildet, so entsteht ein *schiefes Gewölbage*.

Auch hier müssen, wie im vorhergehenden Beispiele, neben der Richtung der beiden Gewölbe, noch der senkrechte Durchschnitt des grösseren Gewölbes (Fig. 141) und ein vertikaler Durchschnitt des kleineren Gewölbes (Fig. 142) gegeben sein, woraus sich alsdann die horizontale Projektion des Gewölbauges mit leichter Mühe konstruiren lässt. Um jedoch die Entwicklung der Leibungsfläche und die Gestalt und Grösse der Fugenflächen zu erhalten, muss ein senkrechter Durchschnitt (Fig. 143) des Gewölbauges konstruiert werden, den man sich um die Linie $a'a'$ in die horizontale Projektionsebene niedergelegt denkt. Aus diesem Durchschnitte ergeben sich die Längen der den einzelnen Steinen entsprechenden Leibungsflächen sowie die Breiten ihrer Fugenflächen.

Figur 144 zeigt sowohl die Gestalt der entwickelten Leibungsfläche $a123321a$, als auch diejenige der Fugenflächen, welche um die entsprechenden Leibungskanten niedergelegt wurden.

93. Es ist klar, dass in dem vorliegenden Beispiele, die innere Leibung des Gewölbbauges eine elliptische Zylinderfläche sein muss. Sollte daher dieselbe durch eine Kreiszyylinderfläche gebildet werden, so müsste man mit der Konstruktion des senkrechten Durchschnittes (Fig. 143) beginnen und daraus den Durchschnitt (Fig. 142) herleiten.

94. Ueberhaupt geschieht es nur des Studiums und der Uebung wegen, dass wir uns die Ausführung solcher unregelmässigen Kombinationen zur Aufgabe setzen, weil man dieselben in der Praxis, wo es nur immer möglich ist, vermeiden sollte. Dies geschieht z. B. im vorhergehenden Falle dadurch, dass man das schiefe Gewölbe *A* (Fig. 146) nur bis zur vertikalen Ebene cd führt, und von hier aus senkrecht auf die Axe der Zylinderfläche *B* richtet. Auf diese Weise durchschneiden sich die Zylinderflächen *B* und *C*, wie bei einem senkrechten Gewölbbau.

Die isometrische Projektion des im Gewölbbau (Figur 140) befindlichen Schlusssteines zeigt Fig. 4 Supplementtafel 2; die geometrischen Projektionen, aus welchen die vorhergehende abgeleitet wurde, sind in den Figuren 1—3 enthalten.

FÜNFTES KAPITEL.

Steigende Zylindergewölbe. (Descentes.)

95. Wenn ein Gewölbe gegen eine horizontale Ebene geneigt ist, so nennt man dasselbe ein *steigendes* oder ein *Rampengewölbe* (*descente ou berceau rampant*).

96. Ist der Durchmesser und die Höhe eines solchen nur unbedeutend, so kann man dasselbe wie ein gewöhnliches Zylindergewölbe ausführen, welches auf den schiefen Ebenen der ansteigenden Mauern ruht. Der auf die Linie der Neigung senkrecht geführte Durchschnitt bestimmt alsdann die Lehren für die Stirnflächen der Gewölbsteine, welche man ebenso zu schneiden hat, wie diejenigen eines gewöhnlichen Gewölbes.

97. Werden jedoch die Dimensionen des steigenden Gewölbes bedeutender, wie dies stattfindet, wenn eine Haupttreppe überwölbt werden soll, so lässt sich eine so gewichtige Steinmasse nicht mehr auf geneigten Ebenen aufsetzen, ohne dass man zugleich besondere Vorsichtsmassregeln anwendet, welche das Herabgleiten der Steine verhindern und zugleich den Seitendruck aufheben, den das steigende Gewölbe gegen dasjenige ausüben würde, woran es gelehnt ist. Ausserdem sind häufig die Mauern welche die Pfeiler des Gewölbes bilden, bis zu einer gewissen Höhe durch Steine mit horizontalen Lagerflächen aufgeführt. Alle diese Umstände erfordern eine eigene Zurüstung des Systemes.

Konstruktion des Entwurfes.

Setzen wir den Fall, es sei in Folge einer besonderen Anordnung des Gebäudes der vertikale Durchschnitt des steigenden Gewölbes ein Halbkreis und der Radius desselben $= a o$ (Fig. 127 Taf. 12), so bestimme man zunächst die Anzahl der Gewölbsteine und die äussere Leibung des Gewölbes wie in den vorhergehenden Beispielen und konstruirt sofort die Projektion desselben auf einer Ebene, die mit der Axe des Gewölbes parallel ist (Fig. 128). Theilt man nun die Steinmasse der Mauer und des Gewölbes durch eine vertikale Ebene cp , welche mit der Axe des steigenden Gewölbes parallel ist, in zwei Theile, so kann man die Schnitte der Steine so ausführen, dass der innere Theil eines jeden die Neigung des Gewölbes besitzt, während der äussere zu der Mauer gehörende Theil durch horizontale Lagerflächen begrenzt wird, so dass ein jeder Stein gleichsam aus zwei verschiedenen Steinen besteht (Fig. 129 und 130), von welchen der eine zum Gewölbe, der andere aber zur Mauer gehört.

98. Man wird leicht einsehen, dass, obgleich eine Zurüstung dieser Art das Herabgleiten der Steine und folglich auch den Seitendruck gegen das anliegende Gewölbe gänzlich aufhebt, nichts desto weniger der Nachtheil damit verbunden ist, dass die Schnitte der Steine und somit auch ein richtiger Versatz derselben nur schwierig auszuführen sind. Ausserdem findet bei der Darstellung der Steine aus dem Rohen ein grosser Abfall statt, ein Umstand, der die Arbeit des Steinhauers ziemlich vergrössert. Alle diese Gründe hat der Baumeister wohl in Erwägung zu ziehen, und sich daher einer solchen Zurüstung nur mit Vorsicht zu bedienen.

99. Die Anordnung der auf der Axe des Gewölbes senkrecht stehenden Schnitte bietet zuweilen einige Schwierigkeiten dar. Der einfachste Weg besteht darin, dass man die Schnitte für die Steine der untersten Schichte des Gewölbes durch diejenigen Punkte legt, in welchen die horizontalen Fugen der Mauer von der durch o (Figur 128) gehenden Kämpferlinie durchschnitten werden. Für diejenigen Steine, welche in der zweiten Schichte des Gewölbes liegen, ist es nicht so leicht eine allgemeine Regel aufzustellen. Alles was sich in dieser Beziehung angeben lässt, besteht darin, dass man, um den Bedingungen der Oekonomie und der Festigkeit möglichst Genüge zuleisten, die beiden Theile eines jeden Steines so zu bestimmen hat, dass der Mittelpunkt des Rechteckes $vuzx$ (Fig. 131), welches den im Gewölbe befindlichen Theil darstellt, mit dem Mittelpunkte des Rechteckes $stmn$, das dem in der Mauer liegenden Steine entspricht, entweder genau oder doch fast zusammenfällt.

Es dürfte für den Leser nicht ohne Nutzen sein, in dieser Beziehung einige Uebungen anzustellen, indem er die Anzahl der Steine, die Weite und die Neigung des Gewölbes modifizirt.

Der auf der Gewölbaxe senkrecht stehende Durchschnitt ed' , wurde durch Drehung um die horizontale Linie e zuerst in die vertikale Lage ed'' gebracht, und sodann in die vertikale Projektionsebene (Figur 134) umgelegt.

Darstellung der Steine. Nach Zurichtung der unteren horizontalen Lagerfläche und zweier vertikaler Ebenen, welche um die Linie $1h$ (Fig. 134) d. h. um die Dicke des Steines von einander abstehen, reisse man auf diesen letzteren die Lehre der vertikalen Projektion des Steines (Fig. 132) auf und haue alle vorspringenden Theile des-

selben ab. Alsdann schneide man die Stirnfläche ei senkrecht auf die Richtung des Gewölbes, lege auf dieser und der ihr entgegengesetzten Ebene die entsprechende, durch (Fig. 134) gegebene Lehre auf, und schneide so den in geneigter Richtung liegenden Theil des Steines. Der andere von horizontalen Ebenen begrenzte Theil bietet dann keine weiteren Schwierigkeiten dar; auch kann derselbe ebensogut zuerst geschnitten werden.

Auf gleiche Weise werden die Gewölbsteine in der zweiten Schichte dargestellt.

Die Steine der höheren Schichten endlich werden wie diejenigen eines gewöhnlichen Gewölbes geschnitten, indem man sich der durch (Fig. 134) gegebenen Lehren bedient.

Will man dieselben Steine mit Hülfe ihrer isometrischen Projektionen Fig. 8 und 12 Supplementtafel 2 schneiden, so hat man, was den untersten Stein (Fig. 8) betrifft, auf dem ihn einschliessenden rechtwinklichen Blocke zuerst die Lage der Punkte d,d , c,c , g , $1,1$, a,a , e,f , b,b zu bestimmen. Alsdann schneide man die Ebenen $ddag$, $ddcc$, $ccbb$, $agbb$. Durch die Linien fa und ad ist die Lage der vertikalen Ebene fad , sowie die Richtung der auf fa senkrecht stehenden Linie ff gegeben, und folglich auch die Länge derselben bestimmt, da sie mit der isometrischen Längensaxe parallel läuft. Nun schneide man die Ebenen $effe$, und $1ee1$, richte senkrecht darauf die Ebene $1efaa$, lege an die Punkte $1,a$ und $1,a$ den Lehrbogen $1a$ (Fig. 134 Taf. 12) und vollende den Stein durch die Ausführung der noch übrigen Schnitte.

In den geometrischen Projektionen (Fig. 5, 6 und 7) welche zur Herleitung der isometrischen Projektion Fig. 8 dienten, wurde dem Steine eine solche Lage gegeben, dass die zum geneigten Gewölbe gehörenden Fugenflächen

auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehen, so dass sich die durch die Punkte $a, 1$ und e gehenden Kanten in der horizontalen Projektion (Fig. 6) und daher auch in der isometrischen Projektion (Fig. 7) in ihrer wahren Länge darstellen.

Die Darstellung des Steines in der zweiten Schichte, dessen isometrische Projektion (Fig. 12) aus den geometrischen Projektionen (Fig. 9, 10 und 11) hergeleitet wurde, unterscheidet sich von derjenigen des vorhergehenden Steines in keiner Hinsicht und bedarf daher auch keiner besonderen Erklärung.

100. Um das Herabgleiten der Gewölbsteine in den oberen Schichten zu verhindern, kann man, wie bei dem flachen Sturze geschehen ist, die untere Fugenfläche eines jeden Steines mit einem Haken versehen, welcher in eine entsprechende Vertiefung des anliegenden Steines passt. Auf diese Weise werden die Steine so fest mit einander verbunden, als wenn das ganze Gewölbe nur aus einem Steine bestände.

Es muss jedoch erwähnt werden, dass bei einer solchen Verbindungsweise der Steine, die in Fig. 130 angegebene Gestalt des Hakens nicht die zweckmässigste ist, weil die Richtungen der Schnittflächen mit der Axe des Gewölbes parallel und daher zum Horizonte geneigt sind, so dass man die Steine beim Einpassen der Haken nach diesen Richtungen verschieben muss, was mit dem Princip eines richtigen Versatzes nicht wohl übereinstimmt. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, gebe man den Flächen des Hakens eine horizontale Richtung, wie dies Figur 135 zeigt, weil es dadurch möglich gemacht wird, den Stein beim Versetzen des Hakens in die entsprechende Vertiefung des unteren Steines, in einer vertikalen Richtung herabzulassen. In diesem Falle darf man nicht vergessen,

dass die Lehren der Stirnflächen (Fig. 136) mit einem kleinen Trapeze 4,5 versehen werden müssen, welches die Projektion des Hakens auf dem senkrechten Durchschnitte $e d'$ (Fig. 128) ist.

101. Es versteht sich wohl von selbst, dass man nicht alle Steine auf diese Weise zu schneiden braucht, indem schon eine kleine Anzahl von Hakensteinen, welche in zweckmässigen Entfernungen von einander angebracht werden, dem Gewölbe eine hinreichende Festigkeit ertheilen.

Uebrigens erwähnen wir solcher Mittel nur des Studiums und der Uebung wegen, da man in der Praxis selten davon Gebrauch macht, indem ein einfacher vollkommen ebener Schnitt jenen komplizirten Schnitten, welche die Arbeit sowie den Abfall des Steines vergrössern und die Versatzung schwierig machen, häufig vorzuziehen ist.

Zweite Auflösung.

102. Wenn man keinen besonderen Grund hat für die oberen Schichten der Mauer eine horizontale Lage zu erhalten, so kann dem ganzen Systeme eine geneigte Lage gegeben und die Zurüstung, um das Herabgleiten der Gewölbsteine zu verhindern, auf folgende Weise ausgeführt werden.

Konstruktion des Entwurfes. Die gegebenen Grössen seien dieselben wie im vorhergehenden Beispiele. Man konstruire nun die vertikale Projektion auf folgende Weise. Nachdem die Richtung der in der ersten Schichte befindlichen Gewölbkante bestimmt ist, verbinde man diese mit der zweiten Gewölbkante, indem man den dritten oder vierten Theil der Linie ru von u nach z trägt und in z eine Senkrechte errichtet, welche die zweite Gewölbkante durchschneidet. Alsdann unterbreche man die Gewölb-

kanten auf die in Fig. 137 angezeigte Weise. Dadurch entstehen nun Gewölbsteine, welche gleichsam als doppelt angesehen werden können, da der eine Theil derselben immer in einer unmittelbar höheren Steinschicht liegt, als der untere Theil und so jeder Stein einer unteren Schicht in dem nächsten Stein der höheren Schicht eingehakt ist. Das ganze System kann daher als *eine* Masse angesehen werden, welche auf der oberen horizontalen Fugenfläche der Mauer aufruhet.

Figur 138 ist der senkrechte Durchschnitt des Gewölbes das ebenso wie im vorhergehenden Beispiele konstruirt wird.

In Fig. 139 und Fig. 144, von welcher die erste eine perspektivische Ansicht, und die andere eine Entwicklung der Leibungsfläche ist, kann man die Verbindungsart der Gewölbsteine noch bestimmter erkennen, als aus der vertikalen Projektion Fig. 137. Der Buchstaben *B* soll hier den unteren Theil des Gewölbes bezeichnen. Die Steine, welche diesen Raum bedecken, sind die einzigen, welche herabzugleiten streben, übrigens auf das Gewölbe, an welches sie sich stützen, wegen ihres geringen Gewichtes keinen schädlichen Druck ausüben können. Man kann sie übrigens auf die bereits oben gezeigte Weise mit Haken versehen.

Diejenigen Rechtecke, in welchen die Diagonalen gezogen sind, bezeichnen die Stellen einfacher Steine.

103. Eine andere Verbindungsweise der Steine zeigt Figur 145. Diese Anordnung, welche symmetrischer ist als die vorhergehende, verdient auch noch desshalb den Vorzug vor jener, da der Schlussstein frei ist, ein in der Praxis wichtiger Umstand, weil dieser zuletzt geschnitten wird, und den leeren Raum, welcher nach dem Versetzen

der übrigen Steine bleibt, genau ausfüllen, sowie die kleinen Unregelmässigkeiten der Schnitte ausgleichen muss.

Diese Anordnung erfordert endlich nicht mehr Steinmasse als die vorhergehende und wenn man den Theil $u z$ (Fig. 137) sehr klein nimmt, so wird der Steinabfall fast auf Null reducirt.

Steinschnitt. Nachdem man auf dem rechtwinklichen Blocke, welcher den Dimensionen eines gegebenen Steines entspricht, die Lehre seiner vertikalen Projektion (Fig. 140 oder 141) aufgetragen, haue man die vorspringenden Theile ab, trage die Lehren der durch Fig. 138 gegebenen Stirnflächen auf die entsprechenden Ebenen $\alpha 1$ und $1 2$, schneide die beiden Leibungs- und die Fugenflächen und bilde endlich durch die auf den Kanten $1,1$ und $2,2$ senkrecht stehenden Einschnitte die Haken des Steines.

Die in Fig. 142 und 143 dargestellten Steine, sind eben so leicht auszuführen.

Die Figuren 16 und 20 Supplementtafel 2 zeigen die isometrischen Projektionen der beiden unteren Gewölbesteine, deren geometrische Projektionen in Fig. 13, 14 und 15, 17, 18 und 19 konstruirt sind. Durch die Buchstaben P , welche sich bei den Grundrissen und bei den isometrischen Projektionen der Steine finden, ist die Richtung angezeigt, nach welcher dieselben betrachtet wurden. Die Benutzung der isometrischen Projektion zur Darstellung des Steines selbst, ist zu einfach, als dass es nöthig wäre, dem bereits Gesagten noch Mehreres beizufügen. Auch überlassen wir Einiges um so lieber dem Nachdenken des Lesers, als wir überzeugt sind, dass er hierdurch mehr und mehr den Nutzen dieser trefflichen Projektionsmethode einsehen lerne.

104. Wir haben aus dem Vorhergehenden ersehen, wie man die Zurüstung der steigenden Gewölbe an und für sich auszuführen habe. Gehen wir nun sofort zu jenen Fällen über, wo dieselben mit anderen Steinsystemen in Verbindung treten.

105. Ist das steigende Gewölbe sehr klein, wie z. B. bei einem Kellerloche, so braucht man die Gewölbsteine nicht wie oben, aus zwei Theilen zusammenzusetzen, sondern man konstruirt die vertikale Projektion so, wie in Fig. 147 Taf. 13 gezeigt ist. Zur Darstellung eines Steines behaut man einen Block, dessen Seitenfläche der vertikalen Projektion $abcd$ und dessen Dicke gleich $2,u$ (Fig. 146) ist; reisst man sodann auf den beiden parallelen Flächen ab und cd die Stirnfläche A (Fig. 146) auf, so sind alle Schnitte vollkommen bestimmt.

106. Sind die Steine zu lang, als dass man sie aus einem Stücke darstellen könnte, so würde man auf die Richtung der Gewölbaxe senkrechte Schnitte führen, wie vh und den in Fig. 148 dargestellten senkrechten Durchschnitt des Gewölbes konstruiren.

Bei der Darstellung eines Steines (Fig. 149) hat man 1) auf den Seitenflächen des Blockes die Lehre der vertikalen Projektion $vhan$, 2) auf der vertikalen Ebene on die Lehre B (Fig. 146) und 3) auf dem senkrechten Durchschnitte vh die Lehre B' (Fig. 148) aufzutragen. Alsdann sind alle Schnitte bestimmt.

Schiefes steigendes Gewölbe. (Descente biaise.)

107. Unter einem schiefen steigenden Gewölbe versteht man dasjenige, dessen Pfeiler mit der Mauer, welche sie durchschneiden, einen schiefen Winkel bildet. In einem solchen Falle ist gewöhnlich gegeben

1) Die horizontale Projektion (Fig. 150) desjenigen Raumes, welcher vom steigenden Gewölbe bedeckt werden soll.

2) Die Linie (Fig. 151), nach welcher die eine der beiden zur vertikalen Mauer gehörenden Flächen von dem Gewölbe durchschnitten wird; endlich

3) (Figur 152) die vertikale Projektion des Gewölbes auf einer Ebene, welche auf der Längenrichtung der durchbrochenen Mauer senkrecht steht. Man kann indessen dieser letzteren Figur häufig entbehren, indem dieselbe keinen andern Zweck hat, als den Höhenunterschied der Punkte zu bestimmen, welche zu den Durchschnitten des Gewölbes und der beiden vertikalen Mauerflächen gehören.

Konstruktion des Entwurfes. Man projiziere die verschiedenen Punkte der Figur 151 auf die horizontale Leitlinie der Ebene p (Fig. 150), bestimme ihre entsprechende Lage in der vertikalen Mauerfläche Cp'' mittelst der aus C beschriebenen Kreisbögen und vollende sofort die horizontale Projektion (Fig. 150). Diese Konstruktion reicht jedoch nicht aus, um darnach einen Stein schneiden zu können. Da nämlich das Gewölbe, weder auf der horizontalen Projektionsebene (Fig. 150), noch auf der vertikalen Projektionsebene (Fig. 152) senkrecht steht, so lässt sich aus keiner von beiden Projektionen die wahre Grösse der Gewölbkanten ansehen, indem ihre Projektionen ohne Ausnahmen verkürzt sind.

Man könnte nun wohl (darstellende Geometrie) aus den beiden Figuren 150 und 152 die wahre Grösse einer jeden Linie herleiten und die Länge auf dem Steine auftragen, aber dieser Weg wäre offenbar zu mühsam und es ist in der That viel einfacher von dem steigenden Gewölbe eine Hilfsprojektion zu konstruieren, die sich in einer

vertikalen Ebene p' befindet, welche mit der Richtung des Gewölbes parallel ist.

Diese Projektion, welche in Fig. 153 in die horizontale Projektionsebene niedergelegt ist, ergibt sich leicht auf folgende Weise. Man ziehe durch alle Punkte des Grundrisses (Fig. 150) senkrechte Linien auf die Leitlinie der Ebene p' und trage auf diese die durch Fig. 152 gegebenen Höhen der entsprechenden Punkte auf; die hieraus hervorgehende Projektion Fig. 153 muss alsdann alle Gewölbkanten in ihrer wahren Grösse bestimmen.

Um nun auch die Breiten zu erhalten, durchschneide man das steigende Gewölbe durch eine Ebene $p''p''$, welche auf der Axe des Gewölbes senkrecht steht und drehe diese um ihre horizontale Leitlinie $p''p''$ (Fig. 150) so lange, bis sie mit der Ebene des Grundrisses zusammenfällt; die Gestalt dieses Durchschnittes zeigt Fig. 154 welche nun für jeden Stein, den auf seinen Kanten senkrecht stehenden Durchschnitt enthält.

Der Vollständigkeit wegen kann man auch noch (Figur 155) die Entwicklung der Leibung und die Gestalt der Fugenflächen konstruiren.

Steinschnitt. Ist die Länge des steigenden Gewölbes nur gering, so dass man jeden Stein aus einem einzigen Blocke darstellen kann, und soll z. B. der Gewölbstein A geschnitten werden, so richte man einen rechtwinklichen Block zu, dessen Grundfläche das Rechteck $abcd$, (Figur 154) und dessen Länge die grösste Dimension des Steines mv (Fig. 153) ist. Alsdann schneide man denselben mittelst der Lehre der Stirnfläche A' (Fig. 154) wie für ein gewöhnliches Gewölbe und reisse endlich auf den entsprechenden Flächen die Lehren der Leibung und der Fugenflächen auf. Die Ausführung der weitem Schnitte hat dann keine Schwierigkeiten mehr.

108. Man kann aber auch auf folgende Weise verfahren. Nach Zurichtung eines Parallelopipedons, dessen Grundfläche das Parallelogramm $onzx$ (Fig. 153 und Fig. 156) und dessen Dicke gleich der Entfernung der Punkte 2 und u ist, trage man die Theile ni und tz (Fig. 153) auf die äussern Kanten no und zx (Fig. 156) und ebenso die Theile os und xr auf die innern Kanten und schneide sofort die schiefen Flächen $nitz$ und $osrx$. Diese bilden alsdann die beiden Stirnflächen des Steines, auf welchen man die Lehre A (Fig. 151) so aufträgt, dass die Kante ir mit den Kanten irt und okx Fig. 156 zusammenfällt. Auf diese Weise sind alle Schnitte bestimmt.

Auf Supplementtafel 3 Figur 4 und 5 sind zwei isometrische Projektionen dieses Steines dargestellt. Die erste Figur 4 ist unmittelbar aus den auf Taf. 13 durch die Figuren 150, 153 und 154 gegebenen geometrischen Projektionen hergeleitet, und soll nur die Gestalt und die Lage des Steines angeben, während die zweite (Fig. 5) aus einem Parallelopipedon hergeleitet ist, welches mit dem Steine (Fig. 1) gleiche Richtung hat, so dass die Gewölbkanten desselben in ihrer wahren Länge erscheinen; die nöthigen Breiten wurden aus Fig. 2 abgenommen, indem man zuerst die isometrische Darstellung des Durchschnittes $12h\text{feg}$ (Fig. 1 und 5) konstruirte. Durch diese Punkte wurden sofort parallele Linien zu der isometrischen Längsaxe gelegt und auf diesen die Längen der entsprechenden Gewölbkanten aus Fig. 1 aufgetragen.

109. Wäre das steigende Gewölbe zu lang, als dass man die durchlaufenden Gewölbsteine aus einem Blocke darstellen könnte, so durchschneidet man dieselben in entsprechenden Entfernungen durch Ebenen, welche auf der Axe des Gewölbes senkrecht stehen und trägt auf diesen die durch Fig. 154 gegebenen Lehren auf.

Um z. B. den in Fig. 157 dargestellten Gewölbstein zu schneiden, richte man einen Block zu, dessen Grundfläche die vertikale Projektion $f q y g l$ ist (Fig. 153); alsdann trage man auf der äussern Fläche die Lehre $f q e i h$ auf (Fig. 153 und 157), schneide sofort die schiefe Fläche $h i g l$ an, welche in der vertikalen Mauerfläche liegt und trage auf diese die Lehre B (Fig. 151) auf, während man die Lehre B' (Fig. 154) auf der Fläche $q y$ aufreisst. Hierdurch sind alle Schnitte bestimmt.

Fig. 8 Supplementtafel 3 zeigt die isometrische Projektion dieses Steines, welche aus den geometrischen Projektionen Fig. 6 und 7 hergeleitet wurde, in welchen man der horizontalen Projektionsebene zu den Gewölbkanten des Steines eine parallele Lage gab.

Um in der horizontalen Projektion (Fig. 7) die Lage der Durchschnittslinien $l f'$ und $f' q'$ zu erhalten, musste zuvor die Neigung der schiefen Ebene $3' 3'' l f' q'$ bestimmt werden. Zu diesem Zwecke dachte man sich die vertikale Hülfs Ebene $3'' 3'$ und die schiefe Ebene $3' 3'' l f' q'$ um die Vertikale $3''$ so weit gedreht, bis die Hülfs Ebene $3'' 3'$ zur vertikalen Projektionsebene Fig. 6 eine senkrechte Lage hatte, so dass sie sich nach $3 q$ projizirte; die Projektion der schiefen Ebene musste alsdann in die durch den Punkt 3 (Fig. 6) gezogene Konstruktionslinie fallen, deren Lage dadurch bestimmt wurde, dass man durch l eine parallele Linie mit der Gewölbkante $3-3$ zog, und auf diese die senkrechte Entfernung des Punktes l von der Linie $q' h'$ auftrug. Die durch die Punkte q und f gezogenen horizontalen Hülfslinien bestimmten sofort die Entfernungen derselben von der vertikalen Ebene $3 q$ (Fig. 6) und $3' 3''$ (Fig. 7).

Zur Darstellung der Steine (Fig. 5 und 8) mittelst ihrer isometrischen Projektionen, bedarf man nur der durch Fig. 154 (Taf. 13) gegebenen elliptischen Bogenlehren.

*Verbindung eines steigenden Gewölbes mit einem runden Thurme.
(Descente dans une tour ronde).*

110. Es sei gegeben 1) (Fig. 158) die horizontale Projektion der Pfeilermauern des Gewölbes, sowie die Projektion der runden Mauer, in welche sich das erstere einmündet; 2) (Fig. 160) die vertikale Projektion des Gewölbes auf einer Ebene, welche mit der Gewölbaxe parallel ist und 3) (Fig. 159) der Durchschnitt des steigenden Gewölbes mit einer vertikalen Ebene.

Ausführung des Entwurfes. Man projizire die verschiedenen Punkte in Fig. 159 auf die horizontale Leitlinie der Ebene Cp (Fig. 158), bestimme mittelst Kreisbögen, welche aus C beschrieben werden, ihre entsprechende Lage in der vertikalen Ebene Cb , und konstruire sofort die horizontalen Projektionen der verschiedenen Gewölbkanten. In den Punkten, wo diese den Bogen oi , d. h. die horizontale Projektion der inneren Thurmsfläche durchschneiden, errichte man nun auf op senkrechte Linien und verlängere sie bis zu den vertikalen Projektionen der entsprechenden Gewölbkanten. Verbindet man endlich die erhaltenen Durchschnittspunkte durch eine stätige Linie, so ergibt sich die vertikale Projektion der Kurve nach welcher die innere Thurmsfläche von dem steigenden Gewölbe durchschnitten wird.

Es ist zu bemerken, dass man die durch die Linien ab und ed (Fig. 159) gehenden Fugenflächen nicht bis zur Durchschneidung mit der inneren Thurmsfläche fortsetzt, weil die hiedurch entstehenden Fugenschnitte auf das Auge

keinen angenehmen Eindruck machen. Man bricht daher die Ebenen ab , ed und cu , in denjenigen Punkten a' , und e' etc. wo die Kanten aa' und ee' die innere Thurmfläche durchschneiden, ab, und legt durch diese, kleine horizontale Ebenen $e'di$ und $a'b'i$.

Fig. 162 zeigt die Entwicklung der Leibungs- und die Gestalt der Fugenflächen. Die Konstruktion derselben bietet keine Schwierigkeiten dar, und ergibt sich leicht aus dem früher Gesagten.

Steinschnitt. Man richte einen rechtwinklichen Block zu, dessen Seitenfläche gleich dem Rechtecke $mnvz$ und dessen Dicke gleich der grössten Breite des Steines ist. trage auf den beiden Stirnflächen desselben die Lehre A' (Fig. 161) auf, schneide die der Leibung entsprechende Zylinder- und die beiden Fugenflächen, trage ihre Lehren (Fig. 162) auf und schneide sodann 1) die vertikale Ebene A , 2) die durch ed gehende schiefe Ebene, und 3) die daran grenzende kleine horizontale Ebene mittelst der Lehre $e'd'i$ (Fig. 158). Der Bogen $e'i$ bildet alsdann die Leitlinie für die zylindrische Mauerfläche, welche auf der horizontalen Ebene $e'd'i$ senkrecht steht.

Man kann auch den Stein nach dem Umriss seiner horizontalen Projektion schneiden, alsdann die Lehre der kleinen Horizontalebene $e'd'i$ aufreissen, und den Bogen ei derselben, als Leitlinie der zylindrischen Mauerfläche benützen. Ist diese geschnitten, so trage man sofort die Lehre der in der inneren Thurmfläche liegenden Stirnfläche auf, nachdem man dieselbe zuvor auf die in § 59 gezeigte Weise entwickelt hat. Durch die Umriss dieser und der vertikalen Stirnfläche A (Fig. 159) sind alsdann alle Schnitte bestimmt.

Wäre das Gewölbe zu lang, als dass man einen durchgehenden Gewölbstein aus einem einzigen Blocke darstellen könnte, so würde man auf die oben beschriebene Weise (109) verfahren.

Verbindung eines steigenden Gewölbes mit einer geraden Mauer.

111. Der Umstand, dass die Fugenflächen der Gewölbesteine, soweit sich dieselben in der Mauer befinden, eine horizontale Lage besitzen müssen, führt zuweilen mehrere Schwierigkeiten mit sich, die wir in der folgenden Aufgabe näher betrachten wollen.

Es sei gegeben: erstens die horizontale Projektion des halben Raumes, welcher von dem steigenden Gewölbe bedeckt werden soll (Fig. 1 Taf. 14); zweitens die vertikale Projektion des steigenden Gewölbes auf einer Ebene, welche mit der Axe des Gewölbes parallel ist (Fig. 2) und endlich drittens ein Durchschnitt des steigenden Gewölbes mit einer vertikalen Ebene (Fig. 3).

112. Einen solchen Durchschnitt nimmt man fast in allen Fällen als eine gegebene Grösse an, weil man häufig genöthigt ist, die steigenden Gewölbe in Thüren auslaufen zu lassen, deren Gestalt von der besonderen Beschaffenheit des Gebäudes abhängt.

Konstruktion des Entwurfes.

Die krumme Linie, nach welcher die vertikale Mauerfläche von dem steigenden Gewölbe durchschnitten wird, muss die Gestalt des vertikalen Durchschnittes (Fig. 3) besitzen und daher ein Halbkreis sein. Würde man jedoch in der Stirnfläche der Mauer die Zurüstung des vertikalen Durchschnittes (Fig. 3) beibehalten, so könnte es sich bei

einer starken Neigung des Gewölbes treffen, dass die Steine der zweiten Schichte im Innern des Steinsystemes viel zu dünn würden; wovon man sich leicht durch einen einfachen Versuch überzeugen kann.

113. Aus diesem Grunde wählt man für die Stirnfläche der Mauer, die in Figur 4 dargestellte Zurüstung, wo die Dicke der beiden unteren Steine entsprechend vergrößert ist.

Die steigende Gewölbkante, welche durch den Punkt a'' (Fig. 3) gegeben ist, durchschneidet die horizontale Ebene des untersten Mauersteines in einem Punkte a, a' (Fig. 2 und 1), wodurch sofort mit Hülfe des auf der Gewölbaxe senkrecht stehenden und in die horizontale Projektionsebene niedergelegten Durchschnittes cp (Fig. 1) und (Fig. 5) die Lage der Linie ($ab, a'b'$) bestimmt wird, nach welcher sich die horizontale Lagerfläche des Steines und die steigende Fugenfläche $1a''$ (Fig. 3) gegenseitig durchschneiden.

Auf gleiche Weise werden auch die Linien ($cd, c'd'$) und ($eh, e'h'$) konstruirt, welche aus der Durchschneidung der zweiten und der dritten Fugenfläche des Gewölbes mit den entsprechenden horizontalen Lagerflächen der Mauer hervorgehen.

In Fig. 6 sind die Lehren der Fugenflächen dargestellt. Die Längen derselben wurden aus Fig. 2 und die Breiten aus Fig. 5 hergeleitet.

Steinschnitt. Zur Darstellung des untersten Steines A (Fig. 4 und Fig. 7) trage man auf einen rechtwinklichen Block von entsprechenden Dimensionen die vertikale Projektion desselben $mnozba$ (Fig. 2), haue die vorspringenden Theile ab, lege auf die vertikale Fläche bz die Lehre A (Fig. 4) und auf die schiefe Fläche mn die Lehre A' (Fig. 5). Die Bögen $o1$ dieser beiden Lehren, dienen

dann als Leitlinien für die Zylinderfläche, während die geraden Linien $1b'''$ und $1b''''$ nebst der Gewölbkante 1, die Fugenfläche bestimmen, auf die man noch zur Erreichung einer grösseren Genauigkeit die Lehre derselben (Fig. 6) auftragen kann.

Wenn man, anstatt die horizontale Lagerfläche avb (Fig. 7) bis zur Fugenfläche auszudehnen, einen Schnitt $avlb$ (Fig. 8) anbringt, welcher auf der Mauerfläche senkrecht steht, so wird dadurch ein Theil der Kraft aufgehoben, mit welcher der höher liegende Stein von den schiefen Flächen herabzugleiten strebt; allein wir haben schon früher erwähnt, dass zusammengesetzte Schnitte, obgleich sie den theoretischen Bedingungen des Gleichgewichtes durchaus entsprechen mögen, doch nicht jenen einfachen Schnitten vorgezogen werden können, da sich diese mit einer viel grösseren Leichtigkeit und Genauigkeit ausführen lassen. Dessen ungeachtet darf man das Studium aller dieser Kombinationen nicht unterlassen, da man zuweilen in ordentlichen Fällen genöthigt ist, sich ihrer zu bedienen.

Die isometrischen Projektionen der drei untersten Steine des steigenden Gewölbes sind auf Supplementtafel 3 in den Figuren 12, 16 und 20 dargestellt und wurden aus ihren geometrischen Projektionen Figur 9—11, Figur 13—15 und Fig. 17—19 hergeleitet.

Da in allen Figuren gleiche Linien durch entsprechende Buchstaben bezeichnet sind, so werden die Konstruktionen schon aus dem blosen Anblick der Figuren deutlich und wir bemerken nur einfach diess, dass die isometrische Projektion eines jeden Steines unmittelbar aus derjenigen seines Grundrisses hergeleitet wurde, welche in den Figuren durch feine Konstruktionslinien ausgeführt ist.

Die Benützung der isometrischen Projektion Fig. 12 zur Darstellung des ersten Steines ist zu einfach, als dass es nöthig wäre, dieselbe besonders zu erläutern.

Schwieriger ist die Ausführung der Schnitte des zweiten Steines. Hier bestimme man zunächst die Punkte 2,1,2,1 mit Hülfe der isometrischen Projektion, ziehe die Linie 2,2 und verlängere dieselbe bis sie die hintere Ebene des rechtwinklichen Blockes durchschneidet. Nun nehme man eine Bogenlehre, welche zu dem Kreise $o123$ (Fig. 4 Taf. 14) gehört, lege dieselbe an den Punkten 1 und 2 der Stirnfläche des Steines an, und reisse den Kreisbogen 1-2 auf. Einen gleichen Kreisbogen ziehe man auf der entgegengesetzten Fläche des Blockes, durch den Punkt 1 und den oben erhaltenen Durchschnittspunkt der Kante 2-2. Dadurch ergibt sich die innere Leibungsfläche des Steines. Nun schneide man die vertikalen Ebenen $k l p m$ und $l p f h$, bestimme auf der ersteren die Punkte k und m und führe sofort den senkrechten Durchschnitt $21 i k k m$ aus. Da der Punkt i in der oberen Fläche des rechtwinklichen Blockes liegt, so lässt sich derselbe sehr leicht bestimmen. Nun schneide man erstens die horizontale Fläche $h h r i$, zweitens die kleine vertikale Fläche $i l l$, welche mit $l p f h$ in einer Ebene liegt, drittens die schiefe Fläche $k k l l$, viertens den kleinen Theil $i k i l$ der äusseren Leibung. So ist der obere Theil des Steines vollendet. Nun schneide man die horizontale Ebene $b f f p a a$, mittelst der Punkte a, a und m, m die schiefe Ebene $m m a a$, und endlich die Fugenfläche $1,1, m a b 1$.

Der in Fig. 20 dargestellte Stein, kann vermittelt seiner isometrischen Projektion auf folgende Weise ausgeführt werden. Man konstruire erstens das Viereck $s s u t$, welches in der oberen Fläche des rechtwinklichen Blockes liegt, schneide die vertikale Ebene $u s r i q$ und bestimme die Lage

der Punkte q und i mittelst ihrer (in der Figur nicht angegebenen) Entfernungen von der Linie u s. Durch die Punkte $3, 3, t, u$, und q ist die Fugenfläche $33tuqq$, sowie die Linie qq bestimmt. Nun schneide man die horizontale Ebene irr und die Fugenfläche $2rii2$, bestimme die Lage von ii und errichte auf der Gewölbkante $3-3$ die Senkrechte $3q$ und auf der Gewölbkante $2-2$ die Senkrechte $2i$. Dadurch ist nun auch die Lage des senkrechten Durchschnit-
tes $32qi$ gegeben. Die Leibungsfläche $3-3-2-2$ wird auf gleiche Weise wie beim vorhergehenden Steine dargestellt.

114. Noch müssen wir beifügen, dass es unstatthaft wäre, wenn man eine aus allgemeinen Untersuchungen hervorgegangene Anordnung der Schnitte auf alle besonderen Fälle anwenden wollte, da dieselbe nothwendig ebenso veränderlich ist, als die Höhen der zu vereinigen-
den Steinschichten, oder die Neigungen der Gewölbe.

Aus diesem Grunde hat man das vorhergehende Beispiel nur als ein Studium zu betrachten, welchem man noch mehrere andere Studien anschliessen sollte, in welchen die steigenden Gewölbe verschiedene Weite und Neigung besitzen, damit man die Schwierigkeiten, welche in der Praxis vorkommen können, leicht überwinden oder auf die einfachste Weise beseitigen lerne.

So z. B. fallen, bei denselben gegebenen Grössen wie in der vorhergehenden Aufgabe, alle Schwierigkeiten weg, indem man die in Figur 12 dargestellte Zurüstung wählt.

115. Man hat nämlich in dieser Fig. das steigende Gewölbe in zwei kleine horizontale Zylinderflächen A und B auslaufen lassen. Fig. 13 ist der senkrechte Durchschnitt des Gewölbes, welcher durch eine zweifache Drehung in die vertikale Projektionsebene niedergelegt ist.

Die Darstellung der Steine Fig. 14 und 15 bieten keine Schwierigkeiten dar.

*Verbindung eines steigenden mit einem horizontalen Zylinder-
gewölbe. (Descente pénétrant dans un berceau horizontal.)*

116. Es sei gegeben 1) der vertikale Durchschnitt des steigenden Gewölbes, welcher als Leitlinie desselben dient (Fig. 1 Taf. 15). 2) Der senkrechte Durchschnitt des horizontalen Gewölbes, in welches das erstere einmündet (Fig. 2 Taf. 15) und 3) die horizontale Projektion der beiden Mauern, welche die Pfeiler der Gewölbe bilden (Fig. 3).

Konstruktion des Entwurfes. Man ziehe sowohl die vertikalen (Fig. 4) als die horizontalen Projektionen (Fig. 3) der Leibungskanten des steigenden Gewölbes und fälle aus allen Punkten, in welchen der Bogen *ad* (Fig. 2) von den vertikalen Projektionen der Kanten durchschnitten wird, senkrechte Linien auf die Grundlinie. Aus der Durchschneidung dieser Konstruktionslinien mit den horizontalen Projektionen der Leibungskanten ergibt sich alsdann die horizontale Projektion des Gewölbgrades, welcher eine krumme Linie von doppelter Krümmung ist.

Da die Kante 1-1 des steigenden Gewölbes die Kante *b* des horizontalen Gewölbes nicht durchschneidet, so muss sie mit dieser durch einen elliptischen Bogen *1b*, *1b'* (Fig. 2 und 3) verbunden werden, welcher aus der Durchschneidung des horizontalen Zylindergewölbes mit der Fugenfläche *1b''* (Fig. 1) des steigenden Gewölbes entsteht.

Zieht man die Linie *bb* (Fig. 4) mit der Richtung des steigenden Gewölbes parallel, so durchschneidet diese die vertikale Ebene *ap* (Fig. 1) in dem Punkte *b''*; projiziert man diesen sofort nach *b'''* und beschreibt aus *c* mit der Linie *cb'''* einen Viertelskreis, so ergibt sich die Kon-

struktionslinie $b''b'$ (Fig. 9 und 3) welche die Linie $b'b$ (Fig. 3 und 2) durchschneidend, den Punkt b' bestimmt.

Auf gleiche Weise lassen sich von dem elliptischen Bogen $1b'$ so viele Punkte bestimmen als man nur immer will. Da die dem Punkte b (Fig. 2) zugehörige Fugenfläche des horizontalen Zylindergewölbes durch die Axe desselben geht, so muss sie auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehen und der Punkt m, m' (Fig. 4 und 9) in welchem die Verlängerung dieser Fugenfläche die Leibungskante 1-1 schneidet, zu der Durchschnittslinie der Fugenflächen beider Gewölbe gehören. Von dieser Linie wird jedoch nur der kleine Theil $bu, b'u'$ beibehalten, worauf man parallel mit der Axe des horizontalen Gewölbes die Linie $u'i$ zieht, in welcher die Fugenfläche bu (Fig. 2) von der horizontalen Lagerfläche uz des ersten Steines durchschnitten wird. Die Lage des Punktes u' kann übrigens auch dadurch bestimmt werden, dass man die Linie uu (Fig. 4) konstruirt, welche die vertikale Ebene p in u'' (Fig. 1) durchschneidet, woraus man sofort die Punkte u''' und u' (Fig. 9 und Fig. 3) bestimmt.

Die steigende Kante, welche durch den Punkt z'' (Fig. 1) geht, durchschneidet die obere Lagerfläche des ersten Steines des horizontalen Zylindergewölbes im Punkte z, z' (Fig. 2 und 3) und es ergibt sich hieraus die Linie $uz, u'z'$, welche den Durchschnitt der oberen Lagerfläche mit der Fugenfläche des steigenden Gewölbes bildet.

Es wird demnach die erste Fugenfläche des steigenden Gewölbes von folgenden Linien begrenzt (Fig. 5 und 10).

1) von der Leibungskante 1-1 des steigenden Gewölbes.

2) Von dem elliptischen Bogen $1b$, in welchem das horizontale Zylindergewölbe von der Fugenfläche des steigenden Zylindergewölbes durchschnitten wird.

3) von der Linie bu , nach welcher sich die Fugenflächen beider Gewölbe durchschneiden.

4) Von der Linie uz , der Durchschnittslinie der horizontalen Ebene des ersten Steines und der Fugenfläche des steigenden Gewölbes.

5) von der steigenden Kante zz und endlich

6) von der Linie $z1$ (Fig. 5) oder $z'''1$ (Fig. 9), nach welcher die Fugenfläche des steigenden Gewölbes von derjenigen Ebene durchschnitten wird, welche mit dem senkrechten Durchschnitte ap'' , der in Fig. 9 niedergelegt wurde, parallel ist.

117. Man sieht leicht ein, dass sich die gegenseitige Lage der oben genannten Linien mit der Neigung des steigenden Gewölbes verändern muss. Um dieses deutlicher zu machen, sind in Figur 6 die verschiedenen Richtungen konstruirt, welche die Durchschnittslinie der Fugenflächen beider Gewölbe bei verschiedenen Neigungen der steigenden Gewölbkante 1-1 einnimmt und man sieht, dass sogar ein Fall eintreten kann, in welchem beide Linien mit einander parallel werden. Die Linie bu , $b'u'$ ist die Durchschnittslinie der Fugenflächen in demjenigen Falle, wo beide Gewölbe horizontal sind.

118. Sollte sich's treffen, dass die geneigte Ebene, welche durch die Linie $z''x''$ (Fig. 1) geht, die horizontale Lagerfläche erst zur Rechten des Punktes u durchschneidet, so legt man durch die horizontale Kante ui (Fig. 8 und 7) eine vertikale Ebene uzx , welche alsdann die geneigte Ebene des steigenden Gewölbes mit der horizontalen Lagerfläche verbindet.

Sehen wir nun, wie die Projektion der zweiten Fugenfläche konstruirt wird.

Auch hier wird die horizontale Leibungskante des Punktes c von der entsprechenden Kante des steigenden

Gewölbes nicht durchschnitten, und muss daher mit dieser durch den elliptischen Bogen $2c$, $2c'$, welcher aus der Durchschneidung der zweiten Fugenfläche des steigenden Gewölbes und des horizontalen Gewölbes entsteht, verbunden werden. Die Konstruktion dieses Bogens geschieht auf die bereits oben gezeigte Weise. Man zieht nämlich:

- 1) cc parallel mit aa (Fig. 4);
- 2) durch den Punkt c (Fig. 1) die horizontale Linie cc'' ;
- 3) projizire man c'' nach c''' und trage endlich
- 4) diesen Punkt mittelst eines Viertelskreises in die vertikale Ebene av (Fig. 1 und 9) zurück, wodurch sich der Punkt c' leicht ergibt. Hat man nun auf gleiche Weise noch einen mittleren Punkt bestimmt, so kann man den elliptischen Bogen leicht konstruiren. Der Leser wird bemerken, dass sich die horizontalen Projektionen $1b'$, $2c'$, $3d'$, der elliptischen Bögen alle in dem Punkte a' vereinigen, in welchem das horizontale Zylindergewölbe von der Axe des steigenden Zylindergewölbes durchschnitten wird.

Dies würde nicht stattfinden, wenn der vertikale Durchschnitt (Fig. 1) statt des Halbkreises eine andere Kurve wäre und die Fugenflächen durch Normalebenen gebildet würden, weil diese nicht durch die Axe des steigenden Gewölbes gehen können.

Die Linie cv , $c'v'$, nach welcher sich die Fugenflächen beider Gewölbe durchschneiden, wird gleichfalls auf die oben gezeigte Weise bestimmt, indem man entweder die Linie vv zieht, welche die vertikale Ebene p (Fig. 1) im Punkte v'' durchschneidet und aus diesem die Punkte v''' und v' herleitet, oder indem man die Lage des Punktes n, n' (Fig. 2 und 3) bestimmt, in welchem die

Fugenfläche des horizontalen Gewölbes von der Leibungskante 2,2 durchschnitten wird.

Der aus der Durchschneidung der äusseren Leibung des horizontalen Gewölbes und der Fugenfläche $2v''$ (Fig. 1) des steigenden Gewölbes hervorgehende elliptische Bogen sv , $s'v'$ (Fig. 2 und 3) ergibt sich auf gleiche Weise wie der Bogen $2c$, $2c'$.

Zwischen s und v werden so viele Punkte bestimmt, als nöthig sind, um den Bogen $s'v'$ genau konstruiren zu können.

Verbindet man endlich den Punkt r, r' , in welchem die obere Lagerfläche des zweiten Steines von der äusseren Leibungskante rr des steigenden Gewölbes durchschnitten wird durch die kleine Linie sr , sr' , so ist die Projektion der zweiten Fugenfläche vollendet, und es wird nun dieselbe von folgenden Linien begrenzt (Fig. 11 und Fig. 10).

1) Von der Leibungskante 2-2 des steigenden Gewölbes;

2) Von dem elliptischen Bogen $2c$, welcher aus der Durchschneidung der inneren Leibung des horizontalen Gewölbes und der Fugenfläche des steigenden Gewölbes entsteht;

3) Von der Linie cv in welcher sich die Fugenflächen beider Gewölbe durchschneiden;

4) Von dem elliptischen Bogen vs , welcher aus der Durchschneidung der äusseren Leibung des horizontalen Gewölbes, durch die Fugenfläche des steigenden Gewölbes entsteht;

5) Von der kleinen Linie sr , nach welcher die Fugenfläche des steigenden Gewölbes von der horizontalen Ebene sl (Fig. 2) durchschnitten wird;

6) Von der Kante rr , welche zur äusseren Leibung des steigenden Gewölbes gehört, und endlich

7) von der kleinen Linie $2r$, nach welcher die Fugenfläche des steigenden Gewölbes von einer mit dem senkrechten Durchschnitte ap'' (Fig. 4) parallelen Ebene durchschnitten wird.

Um die horizontale Projektion zu vollenden, hat man nun noch zu konstruieren:

1) Die Linie $s's'e'$, bei welcher die äussere Leibung des horizontalen Gewölbes beginnt;

2) die Linie $k'o'$, in welcher die horizontale Ebene ls (Fig. 4) von der schiefen Ebene $k''o''$ (Fig. 1) durchschnitten wird;

3) den elliptischen Bogen $o'e'$, welcher aus der Durchschneidung der äusseren Leibungsfläche des steigenden Gewölbes mit der horizontalen Ebene ls (Fig. 4) entsteht;

4) die horizontale Projektion $e't't'$ der Kurve von doppelter Krümmung, welche aus der Durchschneidung der äusseren Leibungsflächen beider Gewölbe entsteht und deren Hauptpunkte dadurch bestimmt werden, dass man die vertikalen und die horizontalen Projektionen einer beliebigen Anzahl von Hülfslinien zieht, welche in der äusseren Leibung des steigenden Gewölbes liegen und die Leibung des horizontalen Gewölbes treffen. Aus den erhaltenen Durchschnittspunkten werden sofort senkrechte Linien auf die Grundlinie gefällt, welche die horizontalen Projektionen der Hülfslinien durchschneiden. Endlich

5) die Projektionen der beiden Fugenflächen des Schlusssteines, welche auf gleiche Weise, wie die des vorhergehenden Gewölbsteines bestimmt werden.

Fig. 9 ist der in die horizontale Projektionsebene niedergelegte senkrechte Durchschnitt des steigenden Gewölbes durch die Ebene ap'' (Fig. 4), welche auf der Richtung desselben senkrecht steht.

Figur 10 ist die Entwicklung der Leibungsfläche und zeigt zugleich die Gestalt der Fugenflächen, welche um ihre entsprechenden Kanten in die entwickelte Leibungsfläche niedergelegt sind.

Die Breiten dieser Fugenflächen sind durch Fig. 9 und ihre Längen durch Fig. 4 gegeben.

Wir haben uns bei den einzelnen Konstruktionen, die in der Ausführung des Entwurfes vorkommen, absichtlich etwas länger verweilt, da dieses Beispiel besonders geeignet ist, mit den Schwierigkeiten vertraut zu machen, welchen wir später bei der Vereinigung der verschiedenen Schnitte und Lagerflächen begegnen werden und es dürfte aus demselben Grunde zweckmässig sein, die gegebenen Grössen der Aufgaben auf verschiedene Weise zu modifiziren.

Steinschnitt. A) Darstellung des ersten Steines. Nachdem man einen Block zugerichtet, dessen Seitenfläche die Gestalt der Lehre $afbuze yg$ (Fig. 2) besitzt, reisse man auf den beiden parallelen Ebenen ye und af die Stirnfläche (Fig. 9) auf; schneide die zylindrische Fläche der Leibung sowie die Fugenfläche des Steines und trage auf diesen beiden die entsprechenden Lehren (Fig. 10) auf. Wenn man endlich die Lehre der Stirnfläche des horizontalen Gewölbes auf derjenigen Ebene aufreisst, welche auf der Richtung dieses Gewölbes senkrecht steht, so sind alle Schnitte bestimmt.

B. Darstellung des zweiten Steines. Man verfährt hierbei entweder auf ähnliche Weise oder aber man richtet zuerst einen rechtwinklichen Block zu, dessen Grundfläche ein um die Projektion des Steines auf der Ebene ap'' (Fig. 9) beschriebenes Rechteck ist. Auf den gegenüberliegenden Flächen dieses Parallelopipedons wird sodann die Lehre des senkrechten Durchschnittes aufgetragen, und die Leibungsfläche sowie die obere Fugenfläche des Steines

geschnitten und die denselben entsprechenden Lehren aufgerissen. Die krummen Linien dieser Lehren nebst dem Bogen *b c* der Stirnfläche des horizontalen Gewölbes, bilden alsdann die Leitlinien für die Leibung dieses letzteren.

Wenn man die Operation mit Genauigkeit ausführt, so lässt sich die Anwendung der Lehren der Leibungsfläche und der Fugenflächen, und daher auch die Konstruktion der Fig. 10 vermeiden. In diesem Falle bedient man sich nur der Stirnflächen beider Gewölbe (Fig. 11) und führt die Schnitte nach den Grenzen dieser Lehren und senkrecht auf die Ebenen derselben mit Sorgfalt aus.

Die isometrischen Projektionen dieser beiden Steine sind in den Figuren 4 und 8 (Supplementtafel 4) ausgeführt und zwar mit Hülfe ihrer geometrischen Projektionen Fig. 1 — 3 und Fig. 5 — 7. Was die horizontale Projektion (Fig. 7) des zweiten Steines betrifft, so wurde diese auf einer durch die steigende Kante 1-1 gelegten Ebene konstruiert, welche auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht.

Wir übergehen die nähere Auseinandersetzung der Art und Weise, wie die isometrischen Projektionen zur Darstellung der Steine selbst benützt werden können, da sich der einzuschlagende Weg aus dem Anblick der Figuren sehr leicht ergibt, zu welchem Zwecke die gleichen Punkte durchgängig mit gleichen oder entsprechenden Buchstaben bezeichnet wurden. Die nöthigen Lehren sind erstens eine Bogenlehre des steigenden — und zweitens eine Bogenlehre des horizontalen Zylindergewölbes, weil alle zu der Ausführung der Schnitte nöthigen Punkte sehr leicht durch die isometrischen Projektionen bestimmt werden können.

In Fig. 12 ist diejenige Verbindungsweise eines steigenden und eines horizontalen Zylindergewölbes darge-

stellt, deren man sich in der Praxis bedient. Eine solche Anordnung vereinigt Zierlichkeit und Festigkeit und hat den Vorthail, dass alle spitzen Winkel und Unregelmässigkeiten vermieden werden, welche aus der Durchschneidung der geneigten und der horizontalen Lagerflächen hervorgehen.

Verbindung eines schiefen steigenden und eines horizontalen Zylindergewölbes. Taf. 16. (Descente biaise pénétrant dans un berceau horizontal.)

119. Die Ausführung dieser Aufgabe stimmt im Wesentlichen mit derjenigen der vorhergehenden Aufgabe überein und unterscheidet sich von ihr nur dadurch, dass die Winkel, welche die Leibungskanten beider Gewölbe mit einander bilden, nicht mehr wie in dem vorigen Beispiele rechte, sondern spitze oder stumpfe Winkel sind, je nachdem dieselben zur rechten oder zur linken Seite des steigenden Gewölbes liegen.

Die gegebenen Grössen sind:

1) (Fig. 1) die horizontale Projektion der Mauern, welche die Pfeiler beider Gewölbe bilden;

2) (Fig. 2) der in einer vertikalen Ebene befindliche Bogen, welcher die Leitlinie des steigenden Gewölbes bildet;

3) (Fig. 3) die Projektion des ganzen Systemes auf einer Ebene, welche auf dem horizontalen Zylindergewölbe senkrecht steht.

Konstruktion des Entwurfes. Man konstruire die horizontale Projektion der Durchschnittslinie beider Gewölbe, sowie die Projektionen der in den Leibungsflächen befindlichen Gewölbkanten, ebenso wie bei einem senkrechten steigenden Gewölbe. Sollten jedoch die durch die Pro-

jektionen bestimmten Dimensionen eines Steines zur Darstellung desselben auf dem entsprechenden Blocke aufgetragen werden, so lässt sich keine der gegebenen Projektionen benützen, weil die Ebenen, worauf sich dieselben befinden zu den Leibungskanten des steigenden Gewölbes eine geneigte Lage besitzen. Aus diesem Grunde konstruirt man, (wie in § 107 geschehen ist) eine Hilfsprojektion auf einer Ebene, welche mit dem steigenden Gewölbe parallel ist.

Um die Figur nicht zu verwirren, wurden zwei solcher Hilfsprojektionen konstruirt, von welchen die erste (Fig. 4) die Steine zur linken Seite des steigenden Gewölbes die letztere hingegen (Fig. 5) die Steine zur rechten Seite desselben enthält. Der Schlussstein befindet sich in beiden Projektionen zugleich.

Wenn man den in Fig. 4 dargestellten Theil des Gewölbes durch eine Ebene p schneidet, welche auf der Richtung des steigenden Gewölbes senkrecht steht, alsdann diese Ebene parallel mit sich selbst fortrückt und in die horizontale Projektionsebene niederlegt, so erhält man die eine Hälfte der in Fig. 6 dargestellten Projektion. Die andere Hälfte ergibt sich, wenn man den zweiten Theil des steigenden Gewölbes (Fig. 5) durch die darauf senkrecht stehende Ebene p' schneidet und diese parallel mit sich selbst so weit fortrückt und verschiebt, dass wenn man sie in die horizontale Projektionsebene umlegt, die Eckpunkte des Schlusssteines, mit denselben bereits bestimmten Punkten der Ebene p zusammenfallen.

Es ist übrigens klar, dass man die beiden Theile des steigenden Gewölbes durch eine einzige Ebene hätte schneiden können, indem der Ort, in welchem die Durchschneidung geschieht, durchaus willkürlich ist, und nur von der Anordnung des Entwurfes abhängt.

120. Um die Dimensionen der Blöcke zu bestimmen, die man zur Darstellung der Steine nöthig hat, muss man die im horizontalen Gewölbe befindlichen Theile der Steine auf die Ebenen p und p' projiziren und diese Projektionen in Fig. 6 niederlegen. Dadurch ergibt sich z. B., dass der zweite Stein zur Rechten des steigenden Gewölbes von einem rechtwinklichen Parallelopipedon eingeschlossen wird, dessen Grundfläche das Rechteck $eytg$ (Fig. 6) ist und dessen Länge sich aus Fig. 5 ergibt.

Fig. 7 ist die Entwicklung der Leibungsfläche des in Fig. 4 dargestellten Theiles des steigenden Gewölbes, in welcher zugleich die Fugenflächen um die entsprechenden Gewölbkanten niedergelegt wurden; die Breiten der Fugenflächen sowie der Leibungsflächen der einzelnen Gewölbsteine ergeben sich aus Fig. 6. Auf gleiche Weise wurde die in Fig. 8 dargestellte Entwicklung des anderen Theiles des steigenden Gewölbes konstruirt.

121. Es bleibt uns jetzt noch die Bestimmung des Winkels übrig, welchen die Richtungen der beiden Zylindergewölbe mit einander bilden.

Zu diesem Zwecke lege man durch einen beliebigen Punkt o, o' (Fig. 3 und 1) der Axe des steigenden Zylindergewölbes eine Linie uz (Fig. 3), welche mit der Axe des horizontalen Zylindergewölbes parallel ist, und deren Projektion aus diesem Grunde sich als einen Punkt o (Fig. 1) darstellt; zieht man alsdann durch o , eine Linie $om, o'm'$, welche mit der Axe des steigenden Gewölbes parallel ist, so ist offenbar, dass, der von den Linien $(uo'z, o)$ und $om, o'm'$ gebildete Winkel, gleich demjenigen ist, den die beiden Gewölbe mit einander bilden. Um nun die wahre Grösse dieses Winkels zu bestimmen, drehe man denselben so lange um seinen horizontalen Schenkel uz , bis der andere Schenkel $om, o'm'$ in die

horizontale Lage on , $o'n'$ kömmt. Alsdann konstruirt man die beiden Schrägmasse $vo'u$ und $vo'z$, deren Anwendung wir sogleich kennen lernen werden.

Steinschnitt. Gesetzt es sollte der zweite Stein zur rechten Seite des steigenden Gewölbes dargestellt werden, so wähle man zunächst einen Block aus, in welchem derselbe enthalten ist (120). Alsdann richte man eine Ebene $eo b$ (Fig. 9) zu, welche mit den Leibungskanten beider Gewölbe parallel läuft und in Fig. 3 durch die Linie ab , in Fig. 6 hingegen durch die Linie ey dargestellt ist. Senkrecht auf diese Ebene schneide man nun die beiden Ebenen geo und dbo , welche einen durch das eben konstruirte Schrägmaass $vo z$ (Fig. 1 und 9) bestimmten Winkel mit einander bilden und behaue sofort die beiden Ebenen eq und bc , von welchen die erstere auf der Kante eo , die andere hingegen auf der Kante ob senkrecht steht. Endlich reisse man auf diesen Ebenen die Lehren der Stirnflächen A und B auf, wobei man Sorge tragen muss, dass dieselbe in die Rechtecke $abcd$ und $ehgq$ fallen, von welchen sie in den Figuren 3 und 6 umgeben sind.

Bevor man den stumpfen Winkel $vo z$ schneidet, kann man auch zur Erzielung einer grösseren Genauigkeit eine Ebene zurichten, welche mit der Fläche $ehgq$ parallel ist, alsdann die Stirnfläche A auf diesen beiden Ebenen auftragen die Leibungsfläche des steigenden Zylindergewölbes, sowie die obere Fugenfläche schneiden und auf diesen sofort die durch Fig. 8 gegebenen Lehren auftragen, so dass nun die Kurven, von welchen sie begrenzt werden, nebst denjenigen der Lehre B zu Leitlinien für die äussere und die innere Leibungsfläche des horizontalen Gewölbes B dienen.

Die isometrische Projektion desselben Steines ist in Fig. 12 Supplementtafel 4 dargestellt, mit Hülfe der geometrischen Projektionen Fig. 9, 10 und 11. Die Projektionen 9 und 10 sind durch die Figuren 2 und 3 Taf. 16 gegeben; die horizontale Projektion Fig. 11 hingegen, welche sich in einer Ebene befindet, die mit den Axen beider Gewölbe parallel ist, musste besonders konstruiert werden, wobei die Richtungen der Gewölbkanten auf dieselbe Weise bestimmt wurden, wie die wahre Grösse des Winkels in § 121. Das weitere Verfahren bei der Ausführung der Konstruktion ergibt sich aus der Betrachtung der vorkommenden Konstruktionslinien. Bei Ausführung der isometrischen Projektion wurde das Auge in einer solchen Stellung angenommen, dass es die unteren Schnittflächen des Steines erblicken konnte, weil diese die komplizirteren sind. Die Benützung dieser Projektion zur Darstellung eines Steines ist nun folgende:

1) Man bestimme die Lage der auf der oberen Fläche des Blockes senkrecht stehenden Ebene $e i h l k v f$ mittelst der Punkte i und k , schneide dieselbe und bestimme hierauf die Lage der übrigen Eckpunkte mit Hülfe der isometrischen Projektion.

2) An die Punkte k und l lege man die dem horizontalen Zylindergewölbe entsprechende Bogenlehre, reisse dieselbe auf, schneide senkrecht auf die Fläche $i h l k$ die Leibungsfläche $l l 1 2 k k$ und bestimme die Punkte l und k .

3) Man schneide die Fugenfläche $h h l l$.

4) Man schneide die Lagerfläche $i i h h g$, lasse aber, damit dieselbe nicht zu weit verlängert werde, den Punkt g noch unbestimmt.

5) Man schneide das kleine vertikale Dreieck $a i g$, dessen Höhe und Richtung sich sehr leicht aus der Projektion ergibt.

6) Man bestimme die Lage der Punkte $a, b, c, d, 2, 1$, und g , welche zur Stirnfläche des steigenden Gewölbes gehören, reisse die Bogenlehre 1-2 auf und schneide sowohl die Leibungsfläche 1-2-1-2 als die Fugenfläche 1 $g a g h l 1$.

7) Man bestimme die Lage der Endpunkte e und a der Linie $e a$ in der oberen Fläche des Parallelopipedons und schneide die vertikale Ebene $a a e b b$. Hieraus ergeben sich sofort die übrigen Schnittflächen des Steines mit leichter Mühe.

Zweite Auflösung.

122. Wenn man bei der Darstellung des Steines (Fig. 9 Taf. 16) mit Genauigkeit und Sorgfalt verfährt, so sind nur die Stirnflächen A und B nöthig und man kann sich daher einen grossen Theil der Arbeit ersparen, indem nun die Konstruktion der Figuren 7 und 8 überflüssig wird. Ausserdem haben wir zu bemerken, dass die horizontale Projektion (Fig. 1) nur dazu nöthig war, um die Hilfsprojektionen (Fig. 4 und 5) zu konstruiren, aus welchen wir sodann den senkrechten Durchschnitt (Fig. 6) hergeleitet haben. Wäre man nun im Stande diese letztere Figur auf direktem Wege zu konstruiren, so könnten mit Hülfe der den Stirnflächen der Steine im steigenden Gewölbe entsprechenden Lehren, sowie derjenigen, welche dem horizontalen Gewölbe angehören, die Schnitte der Steine ausgeführt werden.

Nehmen wir nun an, es seien auf Taf. 17 dieselben Grössen gegeben, wie im vorhergehenden Falle; nämlich:

1) (Fig. 1) die horizontale Projektion der Mauern, welche die Pfeiler der Gewölbe bilden;

2) (Fig. 2) der in der vertikalen Ebene befindliche Halbkreis, welcher die Leitlinie des steigenden Gewölbes bildet; und

3) (Fig. 3) die Projektion des ganzen Systemes auf einer Ebene, welche auf der Richtung des horizontalen Gewölbes senkrecht steht.

Man ziehe die Linie tr , $s'r'$ (Fig. 3 und 1) mit der Axe des steigenden Gewölbes parallel, und lege diese um ihre horizontale Projektion $s'r'$ in die horizontale Projektionsebene nach $r't''$ um. Wenn man nun durch den Punkt r,l (Fig. 1 und 3) eine Ebene lkp legt, welche auf der Richtung des steigenden Gewölbes senkrecht steht, so durchschneidet diese die niedergelegte Linie $r't''$ in einem Punkte k , welcher nach k' zurückgeführt, die Linie lk' bestimmt, worin die Kämpferebene des steigenden Gewölbes, von der auf der Richtung desselben senkrecht stehenden Ebene durchschnitten wird.

Legt man alsdann durch eine jede Kante des steigenden Gewölbes eine Ebene, welche mit der Kämpferebene parallel ist und folglich auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht, so müssen alle diese Hülfebenen den senkrechten Durchschnitt des steigenden Gewölbes nach parallelen Linien durchschneiden, deren vertikale Projektionen mit den Gewölbkanten zusammenfallen. Verlängert man daher die Linie kl , bis sie die Axe tr des steigenden Gewölbes in einem Punkte i durchschneidet — legt durch i senkrecht auf die Axe die Ebene iw , verlängert die Gewölbkanten soweit, bis sie diese Ebenen durchschneiden — trägt sofort die Durchschnittspunkte durch Kreisbögen auf die Linie iw' , welche auf ik senkrecht steht und zieht man endlich durch diese parallele Linien mit lk' — so müssen die Durchschnittspunkte dieser Konstruktionslinien mit den horizontalen Projektionen de

Gewölbkanten alle Punkte des senkrechten Durchschnit-tes bestimmen, welcher in die horizontale Projektionsebene niedergelegt ist.

Die um die Stirnflächen des horizontalen Gewölbes beschriebenen Rechtecke bestimmen erstens die Lage, welche man den Lehren bei der Darstellung der Steine zu geben hat und zweitens die Dicke der darzustellenden Steine. Die übrigen Dimensionen hängen von der grösseren oder geringeren Länge ab, welche man den zu dem horizontalen oder zu dem steigenden Gewölbe gehörenden Theile dieser Steine geben will.

Das Rechteck, welches um die Stirnfläche des ersten Steines (Fig. 3 und 4) konstruirt wurde, entspricht demjenigen Falle, wo der senkrechte Durchschnitt des im steigenden Gewölbe befindlichen Theiles durch den Punkt *e* gelegt wurde. Sollte jedoch die horizontale Lagerfläche bis zum Punkte *v* ausgedehnt werden, so müsste man auch, wie aus Figur 3 und 4 zu ersehen ist, die Dimensionen des die Lehre einschliessenden Rechteckes entsprechend vergrössern.

Die Schrägmaasse werden auf die bereits gezeigte Weise konstruirt.

In Figur 5 sind die Lagen der Lehren in ihren entsprechenden Rechtecken dargestellt, während Figur 6 die Gestalt des behauenen Steines zeigt *).

*) Die isometrische Projektion desselben Steines (Fig. 16 Supplementtafel 4) wurde aus den geometrischen Projektionen Fig. 13, 14 und 15 hergeleitet. Uebrigens kann diese Projektion nicht zur Darstellung des Steines dienen; sie soll auch nur die richtige Form desselben zur Anschauung bringen, da die auf Taf. 17 in Fig. 5 vom Verfasser dargestellte perspektivische Ansicht nicht mit den geometrischen Projektionen dieses Steines übereinstimmt. *M.*

Thüre durch ein steigendes Zylindergewölbe. Taf. 18. (Porte dans une descente).

123. Es sei gegeben: 1) der in der vertikalen Ebene befindliche Kreisbogen, welcher die Leitlinie des steigenden Gewölbes bildet (Fig. 1); 2) die Neigung des Gewölbes und die Form der Thüre, von welcher es durchsetzt wird (Fig. 2).

Konstruktion des Entwurfes. Da die krumme Linie, in welcher sich die beiden Gewölbe durchschneiden, in der Zylinderfläche liegt, welche die Leibung der Thüre bildet, so muss auch die vertikale Projektion dieser Durchschnittsline mit dem Kreisbogen $a 3 c$ zusammenfallen. Um nun hieraus die horizontale Projektion derselben zu konstruiren, bestimme man die Punkte, in welchen die zylindrische Leibungsfläche der Thüre von den erzeugenden Linien des steigenden Gewölbes durchschnitten werden. So z. B. ergibt sich die dem Punkte 1 (Fig. 2) entsprechende horizontale Projektion 1 (Fig. 3) dadurch, dass man durch 1 parallel mit der Neigung des steigenden Gewölbes, die Hülfslinien 1-1 zieht, den Punkt 1, in welchem dieselbe die vertikale Ebene (Fig. 1) durchschneidet, auf die Linie op projiziert und von hier aus durch einen aus dem Punkte o beschriebenen Kreisbogen in die vertikale Ebene op' trägt. Hierdurch wird die horizontale Projektion der Hülfslinie 1-1 (Fig. 2) und somit auch die horizontale Projektion des Punktes 1 bestimmt.

Auf gleiche Weise verfährt man zur Bestimmung aller übrigen Punkte der Durchschnittsline.

Die Anordnung der bei einem solchen Systeme vorkommenden Fugenflächen, kann hier nicht wohl auf eine

allgemeine Weise bestimmt werden, indem, wie leicht einzusehen, die Vereinigung der horizontalen und der geneigten Flächen der Gewölbsteine von der Grösse und der Neigung dieser Gewölbe, sowie von der Anzahl der Steine abhängen muss, welche das Gewölbe zusammensetzen. Es ist daher zweckmässig, sich an mehreren Aufgaben dieser Art zu üben.

Fig. 4 ist der auf den Kanten des Gewölbes senkrecht stehende Durchschnitt, welcher nach einer vorhergehenden Drehung von 90° um die durch v gehende Horizontallinie in die vertikale Ebene (Fig. 4) niedergelegt wurde.

In Fig. 5 ist die Entwicklung der Leibungsfläche der Thüre konstruirt, sowie auch die Fugenflächen um die ihnen entsprechenden Kanten in die Entwicklungsebene niedergelegt sind.

Der kleine Kreisbogen $u a$ (Fig. 2) ist mit der vertikalen Projektionsebene parallel, während die wahre Länge des Bogens $5 c$ durch Fig. 1 gegeben ist.

Da die Fugenfläche $5 n$ mit der horizontalen Projektionsebene parallel ist, so ergibt sich die Lehre derselben aus ihrer horizontalen Projektion (Fig. 3).

Steinschnitt. Gesetzt, man sollte den zweiten Stein zur linken Seite der Thüre darstellen, welcher zugleich auch der zweite Stein des steigenden Gewölbes ist, so richte man einen Block zu, dessen vordere und hintere Seitenfläche gleich der vertikalen Projektion A (Fig. 2 und Fig. 6) des Steines und dessen Dicke gleich der grössten Breitendimension desselben in Fig. 1 ist, schneide alsdann die Fugenflächen $1 m$, $2 x$ und $m n$ und reisse auf diesen die entsprechenden Lehren aus Fig. 5 auf. Trägt man endlich die Lehre B (Fig. 4) auf die Ebene $m n$, so sind alle Schnitte bestimmt.

Auf Supplementtafel 5 ist derselbe Stein in den Figuren 4 und 5 von oben und von unten betrachtet, isometrisch dargestellt, wobei die geometrischen Projektionen Fig. 1-3 benutzt wurden. Aus den gezogenen Konstruktionslinien ist leicht ersichtlich, dass für die Lage des Steines eine solche gewählt wurde, dass die Kanten des steigenden Gewölbes eine mit der horizontalen Projektionsebene parallele Richtung erhielten. Um nun mittelst der Projektionen Fig. 4 oder 5 den Stein selbst darzustellen, bestimme man zunächst die Punkte b,b , a,a , $1,1$, $2,2$ und schneide die Ebenen $a a' b b$ und $1 1 2 2$, sowie die mit einander parallelen vertikalen Ebenen $a b c e e$ und $a b c a$. Alsdann reisse man die Bogenlehren $a f$, und $d f$ auf und schneide die zylindrischen Leibungsflächen $a e f f d a a$ und $d f d f$, welche auf den entsprechenden Flächen des rechtwinklichen Blockes senkrecht stehen. Nun bestimme man die Punkte d,d , $5,4,3,2$, e,e,f,f und schneide der Reihe nach die Ebenen $1-1-5-5$, $5-5-4-4$, $a a d d$, $f f e e$, und $3-3-2-2$.

SECHSTES KAPITEL.

VERMISCHTE AUFGABEN.

Schiefes Zylindergewölbe mit elliptischen Leibungskanten. (Biais passé).

124. Wir haben bereits in § 60 gesehen, welche Anordnung zu wählen ist, wenn Mauern von schiefen Zylindergewölben durchschnitten werden. Es ergibt sich je-

doch bei einer genaueren Betrachtung, dass das Gewicht eines jeden Gewölbsteines in zwei Seitenkräfte zerlegt werden kann, welche auf den Fugenflächen des Steines senkrecht stehen und die daher, sowie man die erzeugenden Linien des Zylindergewölbes als Fugen wählt, einen Seitendruck ausüben der nicht nach der Längenrichtung der Mauer, sondern in Ebenen wirkt, welche auf der Axe des Gewölbes senkrecht stehen, so dass er den einen Pfeiler gegen die vordere und den anderen Pfeiler gegen die hintere Seite umzustürzen strebt.

Dieser Uebelstand kann nun dadurch beseitigt werden, dass man die Fugenflächen durch eine Linie ac legt, welche auf der vorderen und hinteren Stirnfläche der Mauer senkrecht steht, weil alsdann offenbar der Seitendruck in derjenigen Richtung wirkt, wo die Pfeiler den grössten Widerstand leisten können; auch ist damit zugleich der Vortheil verknüpft, dass die Fugenflächen auf den Ebenen der Mauer senkrecht stehen, was bei der früher befolgten Methode nicht stattfindet. Freilich sind alsdann die Fugen der inneren Leibungsfläche *elliptische Bögen* und die Fugenflächen selbst können nur in dem *Mittelpunkte* des Gewölbes auf der Leibung senkrecht stehen, während in allen übrigen Punkten die Winkel um so spitzer sind, je länger das Gewölbe, und je grösser die Neigung desselben zu den beiden Mauerflächen ist. Wir sehen also auch hier wieder den früher erwähnten Satz bestätigt, dass man bei der Zurüstung eines Systemes die eine Unregelmässigkeit nur durch Einführung einer anderen vermeiden kann und dass man sich daher durch vielfältige Uebungen Fertigkeit verschaffen muss, um in jedem einzelnen Falle immer diejenige Anordnung zu bestimmen, welche die wenigsten Uebelstände nach sich zieht.

Konstruktion des Entwurfes. Die vertikalen Projektionen der Leibungskanten müssen gerade Linien sein, während sich die horizontalen Projektionen derselben als elliptische Bögen darstellen. Man konstruiert diese letzteren dadurch, dass man die Punkte bestimmt, in welchen die Fugenflächen von den erzeugenden Linien der Zylinderfläche durchschnitten werden, oder auch, wie dies zum Zwecke einer grösseren Genauigkeit in Fig. 8 ausgeführt ist, indem man mehrere Kreise zieht, welche unter sich und mit der vertikalen Projektionsebene parallel sind und sofort die horizontalen Projektionen der Punkte bestimmt, in welchen diese Kreise von den Fugenflächen durchschnitten werden.

Die Lehren der Fugenflächen wurden durch Drehung um die Linie ac in die vertikale Ebene p versetzt und von hier aus in die vertikale Projektionsebene (Fig. 9) niedergelegt.

Steinschnitt. Es sei der zweite Stein zur Linken darzustellen. Man richte einen prismatischen Block zu, dessen vordere und hintere Fläche die Gestalt der vertikalen Projektion A des Steines besitzt, und reisse sofort auf denjenigen Ebenen des Blockes, welche den Fugenflächen entsprechen, die Lehren derselben auf.

Die auf den Grenzlinien der Lehren befindlichen Ziffer, bestimmen die Punkte, durch welche eine Linie oder ein Lineal gehen muss, um die zylindrische Leibungsfläche des Gewölbes zu erzeugen.

Die isometrische Projektion dieses Steines (Fig. 19 Supplementtafel 4) wurde aus den geometrischen Projektionen (Fig. 17 und 18) hergeleitet. Um dieselbe zur Darstellung des Steines zu benützen, darf man nur noch die Lage der mittleren Punkte 5, 4, 2 und 3, welche in den beiden Kreisbögen 6-3 und 4-1 liegen, durch rechtwink-

liche Ordinaten bestimmen; mit Hülfe der erzeugenden Linien 5-5, 4-4, 3-3 und 2-2 und einer Bogenlehre, welche zu dem die Leitlinie des Gewölbes bildenden Halbkreise gehört, lassen sich sodann alle Schnitte leicht ausführen.

125. In Fig. 11 Taf. 18 ist diejenige Anordnung dargestellt, durch welche eine Durchschneidung der Leibungsfläche mit den Mauerflächen unter einem zu spitzen Winkel vermieden werden kann.

SIEBENTES KAPITEL.

Ueberhängende Zylindergewölbe. Taf. 19. (Trompes).

126. Die überhängenden Gewölbe finden ihre Anwendung in allen denjenigen Fällen, wo die oberen Theile eines Gebäudes über die Grundfläche desselben hinausragen und ohne Vergrößerung der letzteren unterstützt werden sollen; so z. B. bei einem Thurme, welcher aus einer senkrechten Mauer, an die er sich anlehnt, heraustritt, oder über ein von zwei Mauern gebildetes Eck vorspringt; ferner bei einem Gebäude, dessen Mauercken gegen die Grundfläche hin abgeschnitten, für die oberen Stockwerke hingegen beibehalten werden soll, sowie endlich bei einem Kai, dessen Breite vergrößert werden soll, während das Bett des Flusses nicht verengt werden darf.

Betrachten wir zunächst die überhängenden Zylindergewölbe.

127. Gesetzt, es sollte zur Herstellung eines freieren Durchganges für Fuhrwerke, die Grundfläche eines Gebäudes, welches den Vereinigungspunkt zweier Strassen bildet, nach der geraden Linie $a'c'$ (Fig. 1 Taf. 19) abgeschnitten und für die oberen Stockwerke das scharfe Eck beibehalten werden.

Man beschreibe alsdann mit einem beliebigen Halbmesser (denn die Länge desselben hängt von der grösseren oder geringeren Höhe ab, welche man dem überhängenden Zylindergewölbe geben will) einen Kreisbogen $a''e''$ (Fig. 2), trage denselben durch Drehung um die vertikale Linie m , in die vertikale Ebene $a'e'$, und betrachte ihn als Leitlinie einer Zylinderfläche, deren Erzeugende mit der Linie $a'c'$ parallel sind. Hieraus ergibt sich als Durchschnitt der Zylinderfläche mit der vertikalen Ebene $c'e'$ der elliptische Bogen $c''e''$, welcher in Fig. 3 um die durch den Punkt $(n'n,)$ gezogene Vertikale in die vertikale Projektionsebene niedergelegt ist.

Die Fugenflächen werden nun so angeordnet, dass sie sich in der geraden Linie $(o,o'e')$ Fig. 1 und 4 vereinigen, deren horizontale Projektion den Eckpunkt e' mit dem Mittelpunkte der Linie $a'c'$ verbindet.

Wählt man alsdann zur vertikalen Projektionsebene eine solche (Fig. 4), welche auf der Linie oo' senkrecht steht, so müssen die Projektionen der Fugenflächen und ihrer entsprechenden Fugen als gerade Linien erscheinen, welche sich im Punkte o vereinigen.

Um hieraus die horizontalen Projektionen der Fugen herzuleiten, welche beiläufig erwähnt, elliptische Bögen sein müssen, ziehe man durch diejenigen Punkte, in welchen sie die vertikalen Projektionen der Erzeugenden

der Zylinderfläche durchschneiden, senkrechte Linien und verlängere dieselben bis zu den horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien.

Da die Ecken der Gewölbsteine in dem Vereinigungspunkte o der Fugenflächen zu scharf sind, als dass sie ohne Gefahr des Zerbrechens ausgeführt werden könnten, so bildet man den mittleren Stein des Gewölbes aus einem einzigen Blocke und nennt denselben *Trompillon*.

Die Fuge dieses Steines ist eine Kurve von doppelter Krümmung, indem sie aus der Durchschneidung zweier Zylinderflächen entsteht, von welchen die erstere das überhängende Gewölbe bildet und die zweite eine horizontale Lage besitzt und sich auf der vertikalen Projektionsebene als die Fuge $r s v$ des Trompillons projiziert.

Die horizontale Projektion $r's'v'$ dieser Kurve ergibt sich dadurch, dass man durch beliebige Punkte ihrer vertikalen Projektion, erzeugende Linien zieht, welche zum überhängenden Gewölbe gehören, und aus denselben Punkten senkrechte Linien auf die Grundlinie fällt, welche bis zur Durchschneidung mit den horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien verlängert werden.

128. Einige glauben, zur Vermeidung der spitzen Winkel, die Zylinderfläche, durch welche der Trompillon begrenzt wird, durch eine solche Fläche ersetzen zu müssen, welche auf dem überhängenden Zylindergewölbe senkrecht steht. Indessen ist diese Vorsicht ganz unnöthig, da die Grössen des Trompillons immer nur unbedeutend ist und die Durchschneidung desselben mit dem überhängenden Zylindergewölbe unter Winkeln statt findet, welche sich von Rechten nur wenig unterscheiden, während andererseits bei einer normalen Fugenfläche des Trompillon's die Steine des überhängenden Gewölbes, welche auf dieser Fläche aufliegen, wegen der Neigung

desselben zum Horizonte, abzugleiten und sich von der Mauer, mit welcher das überhängende Gewölbe verbunden ist, zu entfernen suchen. Aber gerade dieses muss bei solchen Konstruktionen durchaus vermieden werden und man hat in dieser Hinsicht alle mögliche Mittel anzuwenden, damit die Steine zurückgehalten werden und mit dem Mauerkörper verbunden bleiben, was dadurch geschieht, dass man ihren Schwerpunkt in eine solche Lage bringt, wo derselbe gehörig unterstützt ist.

Aus gleichen Gründen muss man den Schlussstein, so wie denjenigen Steinen, welche unmittelbar auf oder um denselben liegen, möglichst tief in den Mauerkörper hinein gehen lassen.

In Fig. 5 sind die Lehren der Fugenflächen dargestellt, welche in die horizontale Projektionsebene niedergelegt wurden. Man hat zu diesem Zwecke eine jede Fugenfläche mit sich selbst parallel bis zur horizontalen Linie *m* fortbewegt, und alsdann um diese in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

Fig. 6 ist die Entwicklung der den Trompillon begrenzenden Zylinderfläche.

Steinschnitt. Gesetzt, es sollte der zweite Stein zur Rechten des überhängenden Gewölbes dargestellt werden, so richte man zunächst einen Block zu, dessen vordere Fläche die Gestalt der vertikalen Projektion des Steines hat, gerade so, als ob er zu einer geraden Thüre gehörte. Alsdann trage man auf die horizontale Ebene *tu* die entsprechende Lehre *v i z t' u'*, welche sich aus Fig. 1 ergibt, schneide die vertikale Ebene *tu* 2-1 und reisse auf diese die Lehre *A'* (Fig. 3) auf; werden endlich noch auf den entsprechenden Ebenen des Steines die Lehren der beiden Fugenflächen und die Lehre *B* der Fugenfläche

des Trompillons aufgetragen, so sind alle Schnitte des Steines bestimmt.

Man darf übrigens nicht vergessen auf den krummen Linien, von welchen die Lehren begrenzt werden, die Punkte zu bemerken, durch welche das Lineal gehen muss, wenn es die zylindrische Leibungsfläche des überhängenden Gewölbes erzeugen soll.

In Fig. 22 Supplementtafel 4 sind die beiden untersten Steine zur rechten Seite des überhängenden Gewölbes isometrisch dargestellt; die geometrischen Projektionen derselben zeigen die Figuren 20 und 21. Obgleich in Figur 22 nicht alle Konstruktionslinien gezogen wurden, welche zur Bestimmung der Eckpunkte beider Steine nöthig sind, so ist doch leicht einzusehen, wie diess geschehen könnte und auf welche Weise hiedurch die ebenen Schnitte selbst bestimmt werden. Was die Darstellung des zylindrischen Theiles $xy12$ betrifft, welcher zum überhängenden Gewölbe gehört, so wäre es am zweckmässigsten, eine (in der Figur nicht angezeigte) Hülfs-ebene anzuschneiden, welche auf der Linie vc senkrecht steht und auf dieser denjenigen Theil der Leittinie (Fig. 2 Taf. 19) des überhängenden Gewölbes aufzutragen, welcher dem darzustellenden Steine desselben entspricht. Nach dem Umriss dieser Kurve würde man sodann die zylindrische Fläche senkrecht auf die Hülfs-ebene schneiden und alsdann erst die übrigen Schnitte ausführen.

129. Aus der Beschaffenheit der eben beschriebenen Zurüstung geht hervor, dass die Mauerflächen $a'e'$ und $c'e'$ von den Fugenflächen des Gewölbes unter spitzen Winkeln durchschnitten werden müssen. Diesen Uebelstand kann man dadurch verbessern, dass man die kleinen Schnittflächen $1bg$ und klh ausführt, welche auf den Mauerflächen senkrecht stehen. Da jedoch hiedurch die

Fugen des überhängenden Gewölbes auf eine missfällige Weise gebrochen werden, so nimmt man zu diesem Mittel nur dann seine Zuflucht, wenn die Winkel, von denen oben die Rede war, sehr spitz werden.

Kombination eines überhängenden Gewölbes mit einer runden Mauer.

130. Der Bogen $a'e'$ (Fig. 8) sei die horizontale Projektion eines Thürmchens, welches mit der Hauptmauer eines Gebäudes in Verbindung steht. Der untere Theil dieses Thürmchens besitzt das in Fig. 10 dargestellte Profil und wird durch ein überhängendes Zylindergewölbe begrenzt, dessen erzeugende Linien zu der Oberfläche der Mauer mit der es verbunden ist, parallel sind. Als Leitlinie dieses Gewölbes wurde hier eine Kurve von doppelter Krümmung gewählt, deren horizontale Projektion der Kreisbogen $a'e'$ (Fig. 8) und deren vertikale Projektion der Halbkreis aec ist. Diese Kurve kann als der Durchschnitt der äusseren Fläche des Thürmchens und eines Zylinders aec betrachtet werden, welcher auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht.

Man könnte sich auch die Bedingung stellen, dass das Profil $a''e''$ ein Kreisbogen oder eine gerade Linie sei; alsdann müsste dieses Profil zuerst konstruirt und hieraus die Kurve aec abgeleitet werden, welche alsdann kein Halbkreis mehr sein könnte, und daher auf das Auge einen weniger guten Eindruck machen würde. Man wird übrigens je nach Umständen die eine oder die andere Zurüstung wählen, indem es darauf ankömmt, ob das überhängende Gewölbe seiner Lage nach von der Fronte, oder im Profil angesehen wird.

Da die Fugenflächen, welche durch die Axe des Trompillon's gehen, auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehen, so müssen die vertikalen Projektionen der Fugen als gerade Linien erscheinen, welche sich im Punkte o vereinigen, während die horizontalen Projektionen derselben krumme Linien sind, welche ebenso wie im vorhergehenden Beispiele konstruirt werden.

Die Lehren der Fugenflächen sind in Fig. 11 in die horizontale Projektionsebene niedergelegt, während Figur 12 die Entwicklung der zylindrischen Fläche des Trompillon's ist.

Fig. 13 ist die Entwicklung der zylindrischen Fläche des Thürmchens. Dieselbe wird dadurch konstruirt, dass man die aufeinander folgenden Theile des Bogens $a'e'$ auf eine gerade horizontale Linie trägt, in den erhaltenen Punkten Senkrechte errichtet und die Höhen derselben aus Fig. 9 bestimmt.

Steinschnitt. Man richte einen Block zu, dessen Seitenfläche die Gestalt der vertikalen Projektion $t s 3 4 2 2$ (Figur 9) besitzt, zeichne auf der horizontalen Ebene $t u$ die Kurve $a'2$ (Fig. 8) auf, und schneide senkrecht auf diese die zylindrische Fläche des Thürmchens, wobei man die so eben aufgetragene Kurve als Leitlinie benützt. Auf dieser wird nun die biegsame Lehre A (Fig. 13) aufgerissen und so die Kurven $1-2$, $2-u$ und $1-v$ bestimmt. Endlich schneide man den kleinen Theil $u 2 2$ (Fig. 9), welcher nur zur leichteren Darstellung der Zylinderfläche des Thürmchens diene, ab und trage die Fugenflächen (Fig. 11) auf, welche nebst der Lehre der Fugenfläche B des Trompillon's alle Schnitte bestimmen.

Man darf übrigens nicht vergessen die Lage derjenigen Punkte zu bezeichnen, durch welche die erzeugenden

Linien, der zylindrischen Fläche des überhängenden Gewölbes gehen.

Die isometrische Projektion dieses Steines zeigt Fig. 8 Supplementtafel 5; sie wurde aus den geometrischen Projektionen Fig. 6 und 7 hergeleitet und kann zur Darstellung des Steines auf folgende Weise benützt werden, welche an Einfachheit und Genauigkeit die eben angeführte Methode weit übertrifft. Man richte einen rechtwinklichen Block zu, welcher den darzustellenden Stein umschliesst, reisse auf der vertikalen Fläche $t t t' t'$ denjenigen Theil $3'4'$ der Leitlinie (Fig. 10 Taf. 19) des überhängenden Gewölbes auf, welcher den Dimensionen des Steines entspricht und schneide senkrecht auf die Ebene $t t'$ die zylindrische Fläche $3'-2'-2-4-3$; ebenso trage man nach Bestimmung der Punkte u und v' auf die horizontale Ebene $u v' t' t'$ mittelst eines Bogenstückes, welches zum Halbkreise $a' u' e'$ (Fig. 8 Taf. 19) gehört, den Kreisbogen $2'' u v'$ auf und schneide senkrecht auf die horizontale Ebene die zylindrische Fläche $2'' v' v 1 2$. Alsdann bestimme man die Punkte $4, 4'$ $3, 3'$ und schneide die kleine zylindrische Fläche $3-3'-4-4'$. Die übrigen Schnitte ergeben sich nun ohne weitere Schwierigkeiten.

131. In Fig. 14 ist eine Kombination von mehreren überhängenden Zylindergewölben dargestellt, welche bestimmt sind, einen nach der ganzen Länge der Mauer vorspringenden Bau zu tragen.

Fig. 15 ist der Durchschnitt dieses Systemes durch eine Ebene, welche auf der Mauer senkrecht steht.

Die Schwierigkeiten, welche sich hier darbieten, sind zu gering, als dass es einer weiteren Erklärung bedürfte.

ACHTES KAPITEL.*Allgemeine Betrachtungen.*

132. Aus dem was vorhergegangen ist, wird der Leser erkannt haben, dass die Konstruktion und die Ausführung eines jeden Steinsystemes in folgende einzelne Operationen zerfällt:

- 1) In die Wahl der Projektionsebenen;
- 2) In die Konstruktion der gegebenen Grössen und der Zurüstung;
- 3) In die Bestimmung aller Linien, nach welchen sich die Gewölbe und ihre Fugenflächen durchschneiden;
- 4a) In die Niederlegung und Entwicklung aller derjenigen Flächen, deren Grösse und Gestalt bekannt sein muss, oder wenn man diese Operation vermeiden will:
- 4b) In die Konstruktion der isometrischen Projektionen der Steine, und endlich
- 5) In die Ausführung der Steine.

Wir wollen nun über eine jede dieser Operationen einige allgemeine Betrachtungen anstellen.

Projektionsebenen.

133. Die Wahl der Projektionsebenen ist von der Natur der Konstruktionen abhängig, welche zur Ausführung des Entwurfes oder zur Darstellung des Steines nöthig sind. Diese Konstruktionen zerfallen aber in zwei Klassen.

Zur ersten Klasse gehören alle diejenigen, welche zur Bestimmung der Linien dienen, die aus der Durchschneidung der mit einander kombinierten Gewölbe und ihrer Fugenflächen hervorgehen. Man muss daher wo möglich, wenigstens die eine Projektionsebene senkrecht auf einer der beiden Flächen annehmen, deren Durchschnittslinie gesucht wird, weil alsdann die Leitlinie dieser Fläche zugleich eine Projektion der Kurve bildet, woraus sich sodann die andere Projektion ohne Mühe ableiten lässt.

Zur zweiten Klasse der Konstruktionen gehören dagegen alle diejenigen, wodurch die Linien gefunden werden, welche auf die Steine zur Bestimmung der Schnittflächen aufgetragen werden müssen. So oft daher diese Linien zu den Projektionsebenen eine schiefe Lage haben, ist auch eine besondere Konstruktion nöthig, um die wahre Grösse dieser Linien zu bestimmen. Damit nun die Anzahl dieser Hülf-Konstruktionen möglichst gering werde, muss man den beiden Projektionsebenen eine solche Lage zu geben suchen, dass sie

1) *auf denjenigen Flächen, deren Durchschnitte mit anderen Flächen bestimmt werden sollen, senkrecht stehen und*

2) *mit möglichst vielen Linien, deren wahre Grösse bestimmt werden soll, parallel sind.*

134. Leider ist es jedoch fast in den meisten Fällen unmöglich, beiden Bedingungen zugleich Genüge zu leisten und in diesen Fällen behilft man sich mit Niederlegungen oder Drehungen, Entwicklungen und Hülfprojektionen.

Drehungen und Niederlegungen. (Rabattemens.)

135. Aus der darstellenden Geometrie ist bekannt, dass eine jede ebene Figur, welche mit einer der beiden Projektionsebenen parallel ist, sich in ihrer wahren Grösse projiziert. So oft daher eine ebene Figur zu den Projektionsebenen eine schiefe Lage besitzt, muss dieselbe um eine in ihr befindliche gerade Linie so gedreht werden, dass sie mit derjenigen Projektionsebene, in welcher sie dargestellt werden soll, eine parallele Lage besitzt. Bei dieser Bewegung beschreibt ein jeder Punkt einen Kreisbogen, dessen Ebene auf der Drehungsaxe senkrecht steht, so dass, wenn diese eine zu einer der beiden Projektionsebenen senkrechte normale Lage besitzt, der von einem Punkte durchlaufene Weg auf dieser Projektionsebene als ein Kreisbogen erscheint, dessen Mittelpunkt in der Projektion der Drehungsaxe liegt.

Aus diesen Betrachtungen geht demnach hervor, dass die auf einer der beiden Projektionsebenen senkrecht stehenden und daher zur andern Projektionsebene parallelen Linien die günstigste Lage besitzen, um als Drehungsaxen benützt werden zu können.

Entwicklungen.

136. Wir haben uns bisher nur mit zweierlei Arten von Flächen beschäftigt, nämlich mit Ebenen und Zylinderflächen. Während nun, wie wir so eben gesehen haben, die wahre Gestalt und Grösse der Ebenen dadurch bestimmt wird, dass man dieselben auf Ebenen projiziert,

welche mit ihnen parallel sind , oder auch auf eine solche Weise dreht , dass sie zu den bereits bestimmten Projektionsebenen eine parallele Lage erhalten , müssen die Dimensionen der Zylinderflächen , durch Entwicklungen bestimmt werden. Nun weiss man aber aus der darstellenden Geometrie , dass zur Entwicklung einer Zylinderfläche folgende Operationen nöthig sind :

1) *Die Konstruktion des Durchschnittes der Zylinderfläche mit einer Ebene , welche auf den Erzeugenden senkrecht steht.*

2) *Die Rektifikation dieses senkrechten Durchschnittes , indem man die einzelnen Theilbögen , aus welchen die ihn bildende Kurve zusammengesetzt ist , der Reihe nach und in ihrer wahren Grösse auf eine gerade Linie trägt ; endlich*

3) *Die Konstruktion der erzeugenden Linien in ihrer wahren Grösse , indem man dieselben in den zugehörigen Punkten des rektificirten Durchschnittes , auf diesem senkrecht errichtet.*

Alle diese Operationen sind leicht auszuführen , sobald man Sorge trägt , dass die zu entwickelnde Zylinderfläche mit einer der beiden Projektionsebenen eine parallele Lage besitzt. Auch ist dieses bei allen vorhergehenden Konstruktionen geschehen , mit Ausnahme des auf Taf. 16 ausgeführten steigenden Gewölbes. Es ist übrigens leicht einzusehen , dass bei solchen Steinsystemen , eine mit der Richtung des steigenden Gewölbes parallele Ebene nicht mehr senkrecht auf dem anderen Gewölbe stehen könnte , in welches sich das erstere einmündet , wodurch die Konstruktion der Durchschnittskurve viel mühsamer würde. Erst wenn diese Operation ausgeführt ist , nimmt man , um die Entwicklung des steigenden Zylindergewölbes zu erleichtern , parallel mit der Axe desselben eine Hülfebene an.

*Konstruktion der gegebenen Grössen.**Wahl der Zurüstung.*

137. Die gegebenen Grössen sind zweierlei Art: die ersteren beziehen sich immer auf das Gebäude als Ganzes betrachtet, sowie auf seine innere und äussere Einrichtung und müssen mit den Gesetzen des Gleichgewichtes in genauer Beziehung stehen; dahin gehören demnach die Gewölbe eines Gebäudes, sowie ihre Stärke und die Dicke ihrer Stützmauern. Sind diese Hauptgrössen bestimmt, so hat man sich mit der Zurüstung des Systemes zu beschäftigen. Diese Operation besteht in der Wahl der Schnitt- und Fugenflächen, durch welche die einzelnen Steine von einander getrennt werden sollen, und es muss hierbei besonders dafür Sorge getragen werden, dass

1) Die Durchschneidung nicht unter zu spitzen Winkeln geschehe; und

2) Die Anzahl der gebrochenen oder gekrümmten Fugen möglichst gering sei.

Indessen haben wir aus mehreren vorhergehenden Beispielen ersehen, dass man eine Unregelmässigkeit oft nur durch Einführung einer anderen vermeiden kann, und dass der in solchen Fällen einzuschlagende Weg einzig und allein von der Natur der speziellen Aufgabe abhängt.

Uebrigens wollen viele Baumeister durchaus keine spitzen Winkel zulassen und bringen dagegen überall Haken an. Andere wieder verwerfen die Haken und geben den spitzen Winkeln den Vorzug, während endlich ein dritter Theil zur Vermeidung der spitzen Winkel, als Fugenflächen immer solche wählt, welche auf der inneren Leibung der Gewölbe senkrecht stehen und durchaus nur regelmässige Flächen anwendet.

Indessen wäre es thöricht, sich für eines dieser Systeme ausschliesslich zu entscheiden. Ein Winkel, der von einem Rechten nur wenig abweicht, kann immer ohne Nachtheile und besonders dann zugelassen werden, wenn die Flächen oder wenigstens eine davon mit derjenigen eines anliegenden Steines zusammenfällt, so dass die dem scharfen Winkel zugehörige Kante nicht isolirt ist. Wenn daher ein Zylindergewölbe, eine Mauer in ziemlich schiefer Richtung durchsetzt, so ist klar, dass die Leibungsfläche mit der Frontfläche der Mauer so spitzen Winkel bildet, dass dieselben durch den geringsten Stoss abgebrochen werden können. Wir haben daher eine solche Anordnung der gegebenen Grössen in den vorhergehenden Beispielen nur deshalb zugelassen, weil man durch derartige Uebungen die Schwierigkeiten besiegen lernt, welche aus der Unregelmässigkeit der Schnitte hervorgehen; aber wir haben zugleich bemerkt, dass man in denjenigen Fällen, wo die Winkel zu spitz werden, das Gewölbe in einen kleinen Zylinder endigen lasse, welcher auf der Fläche der Mauer, in welche es tritt, senkrecht steht. Dagegen haben wir bei den schiefen und steigenden Zylindergewölben die spitzen Winkel, welche die Fugenflächen mit der Leibungsfläche bilden, beibehalten, weil, wenn man für diese Fugenflächen Ebenen anwenden würde, welche auf der inneren Leibung der Gewölbe senkrecht stehen, diese Ebenen zugleich zu den senkrechten Durchschnitten der Gewölbe eine normale Lage haben. In diesem Falle aber würden die Durchschnittslinien, welche die Fugenflächen mit den Frontflächen des Gebäudes bilden, auf den die Ausmündungen der Gewölbe begrenzenden Kurven nicht mehr senkrecht stehen, was nicht nur auf das Auge einen unangenehmen Eindruck hervorbringen, sondern auch in gewissen Fällen

am Gewölbgrade noch spitzere Winkel erzeugen würde, als bei Befolgung der anderen Methode, wozu kömmt, dass diese Stellen dem Zerbrechen weit mehr ausgesetzt sind, als diejenigen, welche an den Orten liegen, wo die Leibung des Gewölbes von den Fugenflächen durchschnitten werden.

Die gebrochenen Fugen oder die Haken haben zuweilen den Vortheil, dass sie, wie wir bei den flachen Gewölben und einigen Thüren, mit flachem Sturze gesehen haben, das Herabgleiten der Steine verhindern. Indessen darf man diese Schnitte niemals bei dünnen Steinen anwenden, besonders wenn die beiden Theile des Steines verschiedenem Drucke ausgesetzt sind.

138. Dieselben Gründe, welche in gewissen Fällen die Hakenschnitte als unzulässig erscheinen lassen, sprechen auch gegen die Anwendung gekrümmter Fugenflächen, besonders, wenn dieselben einem ungleichen Drucke ausgesetzt sind; denn es ist klar, dass wenn eine konkave und konvexe Fugenfläche nicht vollkommen gleich geschnitten sind, nach der Versetzung auch keine durchgehende Berührung statt finden kann und daher eine Ungleichheit des Druckes sehr leicht ein Zerbrechen der Steine zur Folge hat. Wir werden übrigens später mehrere Fälle kennen lernen, in welchen diese Art des Fugenschnittes nicht vermieden werden kann.

139. Wir haben bisher als Leitlinien der Gewölbe immer Halbkreise gewählt, weil diese Form von den neueren Architekten für die Thüren und Hauptgewölbe am meisten in Anwendung gebracht wird. Es ist übrigens klar, dass bei jeder anderen Kurve die Arbeit die nämliche sein muss. Endlich haben wir der Uebung wegen für die äussere Leibung immer zylindrische Flächen gewählt, obgleich man diese Flächen in der Praxis nur

selten schneidet, weil sie fast immer verborgen sind. Nur wenn das Gewölbe einen grossen Durchmesser hat, ist es zweckmässig, die Dicke der Gewölbsteine soviel wie möglich zu vermindern, damit den in § 41 ausgesprochenen Bedingungen Genüge geleistet werde. Weiter unten werden wir diesen Gegenstand etwas weitläufiger behandeln.

Durchdringungen.

140. Von allen Verbindungen zweier Zylindergewölbe ist diejenige, welche wir Kreuzgewölbe genannt haben die einfachste und wichtigste, da in allen Fällen, wo sich zwei Gewölbe durchdringen (und diese Fälle kommen fast allenthalben vor) zugleich auch ein Gewölbgrad entsteht und ihre Fugenflächen sich durchschneiden.

Mit besonderer Sorgfalt muss man in dieser Beziehung die steigenden und besonders die schiefen steigenden Gewölbe studieren, damit man mit den Schwierigkeiten, welche sich bei der Vereinigung der horizontalen und der verschiedenen geneigten Schnitte ergeben, hinreichend vertraut werde.

Häufig wird zum richtigen Verständniss eines Entwurfes die Konstruktion vieler Hülfslinien erfordert, welche, obgleich sie zur Vervollständigung der Projektionen dienen, dennoch im Allgemeinen entbehrlich sind. Durch solche Arbeiten werden sich die Anfänger in graphischen Konstruktionen eine nützliche Gewandtheit verschaffen; es ist ihnen jedoch zu rathen, in dem Maasse, als sie ihre Konstruktionen mit grösserer Sicherheit ausführen, auch die zur Ausführung des Steines nöthigen Linien auf dem direktesten Wege zu erhalten zu suchen und dagegen alle diejenigen zu vermeiden, wodurch der genannte Zweck nicht erreicht wird.

Die Tafeln 16 und 17 liefern das beste Beispiel, um sich zu überzeugen, wie viele Arbeit bei einem gehörigen Verfahren erspart werden kann.

Ueberhängende Gewölbe.

141. Wir haben von diesen nur der Uebung wegen gesprochen und um an ihnen die Mängel solcher Konstruktionen nachzuweisen und bemerken hier nur noch, dass dieselben aus der neueren Baukunst fast ganz verbannt sind.

Steinschnitt.

142. Der Leser hat aus dem Vorhergehenden ersehen, dass es drei Methoden gibt, welche man bei der Darstellung der Steine zu Grunde legen kann, nämlich:

1) Die Methode der Bearbeitung aus dem Rechtwinklichen mit Hülfe der Lehren der Leibungs- und Fugenflächen.

2) Die isometrische Methode, d. h. die Bearbeitung aus dem Rechtwinklichen mit Hülfe einer isometrischen Projektion, ohne die Lehren der Leibungs- und Fugenflächen; und

3) Die Methode der *Bearbeitung* mittelst des Schrägmaasses.

143. Die erste Methode besteht darin, dass man auf den Ebenen eines rechtwinklichen Blockes mit Hülfe der Lehren, die Leitlinien einzelner Flächen aufreisst, von welchen der Stein begrenzt wird; sind diese geschnitten, so trägt man auf sie wieder die Lehren anderer Flächen und fährt so fort, bis *alle* Schnitte des Steines vollendet sind.

Es versteht sich wohl von selbst, dass man bei dieser Operation mit der Ausführung solcher Schnitte beginnen

muss, welche am leichtesten und genauesten dargestellt werden können. Man schneidet daher z. B. vor Allem die ebenen und im allgemeinen diejenigen Flächen, welche sich in den sichtbaren Theilen des Steinsystemes befinden.

Die zweite oder die isometrische Methode stimmt mit der ersteren darin überein, dass auch bei ihr die vorgängige Zurichtung eines rechtwinklichen Blockes nöthig ist, unterscheidet sich aber von derselben dadurch, dass sie nur die Lehren der *Leitlinien* anwendet, so dass für jeden einzelnen Stein, ja in vielen Fällen für ein ganzes System nur *eine Lehre*, seltener hingegen *mehrere* nöthig sind, welche zudem nie eine besondere Konstruktion erfordern, sondern unmittelbar aus den gegebenen Grössen hervorgehen. Alle übrigen Lehren werden durch die isometrische Projektion des Steines ersetzt, in welcher die Hauptpunkte durch Ordinaten, die sich unter Winkeln von 60° oder 120° durchschneiden, bestimmt sind; alle diese Linien entsprechen in der Wirklichkeit rechtwinklichen Ordinaten und geben die wahren Grössen derselben an. Solche Projektionen besitzen, wenn sie mit Sorgfalt ausgeführt sind, den Vorzug, dass sie die Arbeit des Steinhauers leiten, nicht wie die Lehren der Fugenflächen in wahrer Grösse ausgeführt zu sein brauchen, sondern beliebig, wie die Umstände erlauben, verkleinert sein können und mittelst eines Winkels und eines Schrägmaasses, die Darstellung der schwierigsten Steine möglich machen. Bei dieser Methode sind es in den meisten Fällen gewöhnlich die krummen Flächen, welche zuerst geschnitten werden müssen; eine allgemeine Regel lässt sich übrigens hierüber nicht wohl aufstellen.

144. Die dritte Methode endlich oder die Bearbeitung

der Steine mittelst des Schrägmaasses besteht darin , dass man auf einem beliebig geformten rauhen Blocke von entsprechender Grösse eine ebene oder krumme Fläche bearbeitet , in dieser die Linien bestimmt , nach welchen sie von den anliegenden Flächen durchschnitten wird und nun die letzteren mit Hülfe von Schrägmaassen , welche die Winkel enthalten , unter denen die erste Fläche von den anliegenden geschnitten wird , anschneidet ; solche Schrägmaasse sind , wie wir schon oben angegeben haben , aus zwei Holzstücken zusammengesetzt , welche je nach der Form der Flächen selbst von geraden oder krummen Linien begrenzt werden ; der Winkel , welchen die Holzstücke eines jeden Schrägmaasses mit einander bilden , wird aus dem Entwurfe bestimmt , worauf man dieselben , damit sie ihre Lage während der Arbeit nicht verändern können , fest vernagelt. Wenn ein und dasselbe Schrägmaass bei mehreren Steinen angewendet werden soll , so wird es aus Eisen verfertigt.

Ob , oder in welchen Fällen diese Methode vor den beiden ersteren oder umgekehrt die ersteren vor dieser den Vorzug verdiene , kann wohl nicht allgemein angegeben werden. Was die Oekonomie hinsichtlich des Materials betrifft , so sind die beiden ersteren voranzustellen , indem sie die Grösse des kleinsten Blockes , in welchem der darzustellende Stein enthalten ist , mathematisch genau bestimmen ; während bei der dritten Methode an Zeit und Arbeit gespart wird , indem hier die darzustellenden Flächen unmittelbar geschnitten werden. Ein geschickter Steinhauer wird sich daher je nach Umständen bald der beiden ersteren bald der dritten Methode bedienen , ja es kann sich treffen , dass er die erste und die dritte Methode bei demselben Steine zugleich anwendet.

DRITTER ABSCHNITT. VON DEN DURCH KEGELFLÄCHEN BEGRENZTEN STEINSYSTEMEN.

ERSTES KAPITEL.

Konische Mauern und Gewölbe.

145. Wenn die horizontalen Projektionen (Fig. 1 Taf. 20) zweier Böschungsmauern gegeben sind, und man will das scharfe Eck vermeiden, welches sie bei ihrer Durchschneidung bilden würden, so verbindet man ihre Böschungsflächen durch die Fläche eines Kegels, dessen Spitze auf der horizontalen Projektionsebene in dem Punkte s' , in der vertikalen Projektionsebene aber in dem Durchschnittspunkte der Linien ae und cd (Fig. 2) liegt. Da die Axe des Kegels auf der horizontalen Projektionsebene senkrecht steht und eine kreisförmige Grundfläche besitzt, so sind die Durchschnitte desselben mit den Ebenen, welche die Lagerflächen der Steine bilden, horizontale Kreise, deren Mittelpunkte auf der Axe des Kegels liegen, so dass die horizontalen Projektionen dieser letzteren mit dem Punkte s' (Fig. 1) zusammenfallen müssen.

Fig. 2 ist ein vertikaler Durchschnitt der Mauer, welcher durch die Axe des Kegels geht, und auf der Richtung der einen Böschungsmauer senkrecht steht, so dass die Linie ae , die Neigung der Böschungsfläche ergibt. Um die spitzen Winkel zu vermeiden, welche die horizontalen Lagerflächen der Steine mit der Böschungsfläche der Mauer bilden; kann man die Schnitte in einer gewissen Entfernung von der Böschungsfläche senkrecht auf diese richten; diese müssten alsdann Kegelflächen sein, deren Spitzen auf der Axe der konischen Böschungsfläche liegen; übrigens ist die Neigung der letzteren selten so gross, dass

man zu diesem Mittel seine Zuflucht nehmen muss, welches die schon früher angegebenen Nachtheile mit sich führt.

Die innere Mauerfläche gehört zu einem senkrechten Kreiszylinder, dessen Grundfläche zum Radius die Linie $s'u'$ hat.

Steinschnitt. Es sei ein Stein aus der dritten Schichte darzustellen (Fig. 3). Man schneide auf einem Blocke von entsprechenden Dimensionen zwei horizontale Flächen, deren Entfernung gleich derjenigen der Lagerflächen ist und reisse die Lehren $r'u'v'x'$ und $r'u'e'o'$ (Fig. 1) auf. Wenn man alsdann die Kreisbögen eo und vx in dieselbe Anzahl gleicher Theile theilt, so ergeben sich die Punkte, welche die Lagen des Richtscheites bestimmen, das die, die Böschung der Mauer bildende Kegelfläche erzeugt.

Die isometrische Projektion dieses Steines ist in Fig. 11 (Supplementtafel 5) dargestellt. Ihre Benützung bei der Darstellung dieses Steines ergibt sich von selbst.

Schiefe Kegelmauer.

146. Wenn eine senkrechte Mauer mit einer Böschungsmauer vereinigt werden soll, so kann man die in Fig. 4 dargestellte Anordnung wählen, wo die Verbindungsfläche einem schiefen Kegel angehört, dessen Spitze in die horizontale Projektionsebene nach s' projizirt ist und in dem Durchschnittspunkte der Linie ae , $a'e'$, welche die Neigung der Böschungsmauer bestimmt und der Vertikalen cd liegt.

Die Erzeugenden dieser Kegelfläche sind in der horizontalen Projektionsebene nach Linien projizirt, welche sich in dem Punkte s' vereinigen.

Die horizontalen Lagerflächen der Steine durchschneiden die Kegelfläche nach Kreisen, deren Mittelpunkte in

den Punkten t', e', z' und i' liegen und deren Radien diejenigen horizontalen Linien sind, welche aus diesen Punkten parallel mit der Grundlinie bis zur Linie $(ae, a'e')$ gezogen werden.

Die steigenden Fugenflächen werden durch vertikale Ebenen bestimmt, welche auf der Leitlinie der Kegelfläche oder wenn man dies vorzieht, auf dem in der halben Mauerhöhe befindlichen horizontalen Durchschnitte senkrecht stehen. In Fig. 6 ist eine Fugenfläche dieser Art niedergelegt.

Um diese letztere zu erhalten, wurde dieselbe durch Drehung um die vertikale Linie t' in eine Ebene $t's'$ gebracht, welche auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht und alsdann um die horizontale Leitlinie $t's'$ in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

Steinschnitt. Man richte auf einem Blocke (Fig. 7) von entsprechenden Dimensionen zwei horizontale Ebenen zu, deren Entfernung gleich derjenigen der beiden Lagerflächen des Steines ist und reisse auf diesen die Lehren $u'r'v'x'$ und $u'r'h'o'$, sowie diejenige der vertikalen Fugenfläche $rroux$ (Fig. 6) auf und bemerke auf den ersteren die Punkte, in welchen sie von den Erzeugenden des schiefen Kegels durchschnitten werden.

In Fig. 14 (Supplementtafel 5) ist die isometrische Projektion dieses Steines dargestellt, welche aus dessen geometrischen Projektionen (Figur 12 und 13) hergeleitet wurde.

Die Benützung derselben bei der Darstellung des Steines ergibt sich im Allgemeinen aus der einfachen Betrachtung der Figur. Nur das in der Kegelfläche liegende Dreieck xoo könnte nach derselben nicht genau dargestellt werden, da die Zwischenpunkte, welche die Erzeugenden

der Kegelfläche bestimmen, auf der Linie xo fehlen; um nun die etwas umständliche Konstruktion dieser Zwischenpunkte zu vermeiden, schneide man nach dem Kreisbogen $e'o'y$ Fig. 13 (Supplementtafel 5) eine Lehre (Fig. 14) und bestimme auf dieser die Entfernung der Punkte o' und y wie Fig. 13 zeigt; dadurch erhält man die Erzeugende xy und und das kleine Stück oox der Kegelfläche, welches zwischen den Erzeugenden oo und xy liegt ist nun leicht zu behauen.

Konische Gewölbe (Taf. 20 Fig. 8–14).

Voûtes coniques.

147. Es sei in Fig. 8 die horizontale Projektion eines runden Thurmes gegeben, welcher durch ein konisches Gewölbe bedeckt werden soll. In diesem Falle bedient man sich der in Fig. 9 dargestellten Anordnung. Die Leibungsflächen des Gewölbes werden von Kegelflächen gebildet, deren Spitzen in den Punkten S und s liegen. Eine Reihe von anderen Kegelflächen bilden die Lagerflächen der Gewölbsteine, welche auf den Leibungsflächen senkrecht stehen; die ansteigenden Fugen endlich liegen in vertikalen Ebenen, welche durch die Axe des Thurmes gelegt sind.

Wenn das Gewölbe sehr flach ist, so wendet man gebrochene Schnitte an, wie Fig. 11 zeigt.

Steinschnitt. Man richte einen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projection $aaoo$ (Fig. 8), des Steines, und dessen Höhe gleich der senkrechten Entfernung der durch die Kanten cc und uu gelegten horizontalen Ebenen ist. Dieser Block, welcher von zwei konzentrischen Zylinderflächen, zwei horizontalen und zwei vertikalen Ebenen begrenzt wird, besitzt jetzt eine solche Gestalt, als ob er zu einer zylindrischen Mauer gehörte.

Man lege nun auf die beiden vertikalen Flächen desselben die Lehre A (Fig. 9) und reisse mittelst zweier ausgeschnittenen Lehren aus Karton, oder auch mittelst eines Zirkels, dessen eine Spitze an dem Rande der zylindrischen Fläche hingeführt wird, die Bögen cc und uu auf; mittelst eines dünnen Lineales, welchem man die Krümmung der beiden Zylinderflächen geben kann, werden nun auch die Bögen aa und oo aufgetragen. Theilt man endlich die vier Kreisbögen aa , oo , cc und uu in dieselbe Anzahl gleicher Theile, so ergeben sich die Punkte, durch welche die erzeugenden Linien der vier Kegelflächen gehen, von denen der Stein begrenzt wird.

In den Figuren 15 und 16 (Supplementafel 5) ist der Stein für sich geometrisch und in Fig. 17 isometrisch dargestellt. Dass durch diese Projection die Lehre A bei der Darstellung des Steines überflüssig wird, ist von selbst klar; die in der isometrischen Projection nicht konstruirten erzeugenden Linien sind aus den geometrischen Projectionen Fig. 15 und 16 mittelst ihrer Ordinaten leicht zu bestimmen.

Wenn das Gewölbe sehr flach ist, so bedient man sich, wie schon oben erwähnt wurde, der in Fig. 11 (Taf. 20) dargestellten Anordnung. In diesem Falle wird ein jeder Stein von 8 Kegelflächen begränzt; man verfährt übrigens bei der Darstellung eines solchen Steines gerade so wie eben gezeigt wurde.

Zweite Methode.

148. Bei der Darstellung der Steine muss man immer auf Zweierlei bedacht sein, nämlich erstens: auf Ersparung an Handarbeit, und zweitens: auf Ersparung an Material; die Geschicklichkeit des Steinhauers besteht daher

besonders darin, dass er beides auf die vortheilhafteste Weise zu verbinden weiss.

Man sollte aus diesem Grunde bei einem jeden einzelnen Falle die Aufgabe stellen, durch welche Mittel der darzustellende Stein aus einem möglichst kleinen Blocke geschnitten werden kann.

Um diese Aufgabe für den obigen Fall zu lösen, sei Fig. 12 die horizontale Projektion eines Steines, der zu einem konischen Gewölbe gehört, welches auf der vertikalen Projectionsebene in Fig. 13 dargestellt ist; man dachte sich hierbei den Stein seiner Länge nach durch eine Ebene geschnitten, welche durch die Mitte desselben geht, mit der vertikalen Projectionsebene parallel ist und die Axe der Kegelfläche enthält.

Der Stein selbst wird, wie sich aus der Figur ergibt, von einem Prisma eingeschlossen, dessen Grundfläche das Viereck $a o u c$ (Fig. 13) und dessen Länge die Linie $c'c'$ (Fig. 12) ist.

Verlängert man nun die erzeugenden Linien der beiden Kegelflächen, welche die innere und die äussere Leibung des Gewölbes bilden, bis zur Ebene cu , welche auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht und den Stein von unten berührt, so kann die Figur, welche sich aus der Durchschneidung der beiden Kegelflächen, der beiden vertikalen Fugenflächen und der Ebene cu ergibt, mit leichter Mühe bestimmt werden. Die Lehre dieses Durchschnit-tes wurde in A Fig. 12 durch Drehung um die horizontale Linie $c, c'c'$ in die horizontale Projectionsebene niedergelegt. Auf gleiche Weise bestimmt man auch den aus der Durchschneidung der Ebene ao mit denselben Flächen hervorgehenden Durchschnitt, indem man demselben durch Drehung um die Horizontale $o, o'o'$ zu der horizontalen

Projectionsebene eine parallele Lage gibt, und alsdann auf letztere projecirt.

Beschreibt man endlich aus dem Punkte S mit den Radien Si und Sc' zwei konzentrische Kreise und trägt auf den ersteren die Theilbögen, aus welchen der Kreisbogen $n'n'$ (Fig. 12) besteht, so ergibt sich die Lehre B , welche die entwickelte äussere Leibungsfläche des Steines ist. Auf gleiche Weise konstruirt man auch die Lehre B' oder die Entwicklung der inneren Leibungsfläche des Steines.

Steinschnitt. Man schneide ein vielseitiges Prisma (Fig. 14), dessen Grundfläche die vertikale Projektion $a o u c$ (Fig. 13) des Steines ist, und trage die Lehren A und A' (Fig. 12) auf die entsprechenden Flächen des Blockes auf. Die Linien, durch welche die Lehren begrenzt werden, bestimmen alsdann die vertikalen Fugenflächen des Steines, während man durch die Eintheilung der krummen Linien, in dieselbe Anzahl gleicher Theile die Theilungspunkte erhält, welche die Lagen des Richtscheites bestimmen, um die konischen Leibungsflächen darzustellen. Sind diese letzteren Flächen geschnitten, so reisse man die Lehren B und B' auf, wodurch sich die Leitlinien für die beiden anderen Kegelflächen ergeben, welche die Lagerflächen des Steines bilden; hiermit sind alle Schnitte bestimmt.

ZWEITES KAPITEL.

Thüre durch eine konische Mauer (Taf. 21. Fig. 1–7).

Porte dans un mur conique.

Es sei Fig. 1 Taf. 21 die horizontale Projektion einer runden Böschungsmauer, welche von einer zylindrischen Thüre durchsetzt werden soll. Da die vertikale Projektionsebene auf der Axe der, die Thüre bildenden, Zylinderfläche senkrecht angenommen wurde, so ist die vertikale Projektion der Leibungsfläche der Thüre ein Halbkreis ace , welcher zugleich die Projectionen der beiden doppelt-gekrümmten Kurven bildet, von welchen die Leibungsfläche begrenzt wird; die horizontale Projection der ersten dieser beiden Kurven, welche aus der Durchneidung der Leibungsfläche mit der inneren Mauerfläche entsteht, ist der Kreisbogen $a'e'$, während diejenige der zweiten Kurve welche sich aus der Durchschneidung der Leibungsfläche mit der konischen Böschungsfläche der Mauer ergibt, die krumme Linie $a''c''e''$ ist, welche auf folgende Weise bestimmt wird. Man konstruire eine Linie tr , die mit der Grundlinie der Projectionsebenen einen Winkel bildet, welcher gleich der Neigung der Böschungsebene der Mauer ist, indem man durch die konische Böschungsfläche eine vertikale Ebene $s'r''$ führt, und den hieraus entstehenden Durchschnitt um die vertikale Linie tt' soweit dreht, bis derselbe eine mit der vertikalen Projektionsebene parallele Lage $t'r'$ erhält, woraus sich sofort die Linie tr leicht ergibt. Denkt man sich nun durch irgend einen Punkt u (Fig. 2) eine horizontale Ebene gelegt, so wird diese die Linie tr in einem Punkte u''' durchschneiden; projecirt man

denselben sofort auf die Linie $t'r'$, führt ihn alsdann in die Ebene $t'r''$ zurück und beschreibt man endlich aus dem Punkte s' mit der Linie $s'u''''$ den Kreisbögen $u''''u''$, so muss dieser die gesuchte Durchschnittslinie der horizontalen Hülfebene uu''' mit der Kegelfläche seyn, und aus der Durchschneidung dieses Bogens mit der aus dem Punkte u gezogenen Projectionslinie uu'' muss sich endlich der Punkt u'' ergeben. Auf diese Weise werden auch alle übrigen Punkte der Kurve $a''u''e''$ sowie die elliptischen Bögen bestimmt, welche aus der Durchschneidung der Kegelfläche mit den Fugenflächen der Thüre entstehen. Die beiden Kurven av und ex (Fig. 2), welche die Durchschnittslinien der konischen Böschungsfäche mit den vertikalen Ebenen der Pfeiler bilden, sind hyperbolische Bögen, welche durch Drehung um die vertikalen Linien a'' und e'' in die vertikale Projektionsebene niedergelegt wurden. Es ist übrigens die Krümmung dieser Kurven so unmerklich, dass man von den Lehren derselben in der Praxis niemals Gebrauch macht, und wir haben sie daher nur zur Vervollständigung des Ganzen konstruirt. $\times$ Die gleiche Bewandtniss hat es mit Figur 4, welche die Gestalt der vertikalen Fläche des Steines A zeigt, wenn derselbe durch eine Ebene mn begrenzt würde, welche auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht. Es ist indessen zweckmässiger, die Schritte, wie Fig. 1 zeigt, durch vertikale Ebenen zu führen, welche die Spitze der Kegelfläche enthalten. Fig. 5 zeigt die Entwicklung der Leibungsfläche, sowie die Gestalt der Fugenflächen, welche um ihre entsprechenden Kanten niedergelegt sind.

Steinschnitt. (Fig. 6.) Man richte nach der Lehre A (Fig. 2) einen entsprechenden Block zu, als ob er zu einer geraden Thüre gehörte, und trage alsdann 1) die Lehre

der Leibungsfläche, 2) die Lehren der Fugenflächen und 3) die horizontale Lehre *B* auf, wobei man, wie schon früher bemerkt, Sorge haben muss, dass diejenigen Punkte, durch welche die erzeugenden Linien der Kegelfläche gehen (Fig. 7) gehörig bemerkt werden.

Bei Benützung der isometrischen Projektion Fig. 20 Suppl.-tafel 5, welche aus den geometrischen Projektionen Fig. 18 u. 19 hergeleitet wurde, hat man ganz dasselbe Verfahren zu befolgen, mit dem einzigen Unterschiede, dass hier nur zwei Bogenlehren nöthig sind, welche zu den Kreisen $a'c'e'$ (Fig. 1) und ace (Fig. 2) gehören und auch für die übrigen Steine benützt werden können. Wenn nämlich der Block soweit behauen ist, als ob er zu einer zylindrischen Thüre gehörte, bestimme man in der oberen Horizontalebene oi , die Punkte, 0, 5, 4, 3, 2, i mittelst der in Fig. 20 dargestellten Ordinaten, schneide sodann die kleine zylindrische Fläche $nnzz$, und bestimme darin den Punkt 5; endlich bestimme man mittelst der angezeigten Ordinaten $3''3$, $1''1$, $1'''1$, die Punkte 3, 1, 1, und behaue sofort die Kegelfläche nach den Erzeugenden 55 , $4z$, 33 , $2u$ und 11 .

Man kann übrigens die Operation des Steinschnittes auch mit der Darstellung der Kegel- und der Zylinderfläche beginnen, welche die beiden Mauerflächen bilden. Zu diesem Zwecke bearbeitet man zwei horizontale Ebenen, welche den Stein von oben und von unten begrenzen, und reisst in diesen die Kreisbögen auf, nach welchen die zylindrische und konische Mauerfläche von den Ebenen durchschnitten werden. Diese Bögen können sodann als Leitlinien der Kegel- und der Zylinderfläche benützt werden, auf welchen man sofort die Lehren, welche ihren Entwicklungen entsprechen, und in diesem Falle zu konstruiren wären, aufzureissen hat. Die Grenzlinien dieser Lehren

würden dann die Leibungs- und die Fugenflächen bestimmen. Dieses Verfahren ist jedoch wegen der grossen Länge des Halbmessers, den man bei der Entwicklung der Kegelfläche anzuwenden hat, nicht vortheilhaft und daher dem früher angegebenen nachzusetzen.

Thüre durch eine schiefe Kegelfläche (Taf. 21. Fig. 8–10).

Porte pénétrant dans un cône oblique.

150. Es sei (Fig. 8) die horizontale Projection s' der Spitze der Kegelfläche und die Höhe ss' derselben gegeben. Die Leitlinie des Kegels sei der Kreisbogen $a''e''r''$, dessen Mittelpunkt in o liegt.

Konstruktion des Entwurfes. Man lege durch die Axe des Kegels eine vertikale Ebene or , verlängere dieselbe bis sie die vertikale Projectionsebene durchschneidet und lege sie in die horizontale Projectionsebene nieder. Auf diese Weise fällt die Axe des Kegels nach os und die Erzeugende, nach welcher die Kegelfläche von der vertikalen Ebene durchschnitten wird nach str . Legt man nun durch irgend einen Punkt u der Thüre eine horizontale Ebene, so wird dieselbe den Kegel nach einem Kreise durchschneiden, dessen Mittelpunkt auf der Axe des Kegels und dessen horizontale Projektion, wie sich aus Figur ergibt, im Punkte v' liegt; der Endpunkt des Radius dieses Kreises muss hingegen auf der Erzeugenden sr und daher die horizontale Projektion desselben in dem Punkte u'''' liegen; die horizontale Projektion des Punktes u ergibt sich demnach aus der Durchschneidung der Senkrechten uu' und des aus dem Punkte v' mit dem Radius $v'u''''$ beschriebenen Kreises $u'u''''$. Auf gleiche Weise werden auch die übrigen Punkte $v'u''''$ der horizontalen Projektion bestimmt.

In Fig. 10 ist die Entwicklung der Leibungsfläche konstruirt, in welche zugleich die Fugenflächen um ihre entsprechenden Leibungskanten niedergelegt wurden.

Flacher Sturz durch eine runde Böschungsmauer (Taf. 21 Fig. 11–13).

Plate-bande dans un mur rond en talus.

151. Die Aehnlichkeit dieser Aufgabe mit der vorhergehenden macht eine nähere Erklärung der Aufgabe überflüssig, zumal da die Figuren 11, 12 und 13 die Lösung auszuführender Operationen genügend anzeigen.

DRITTES KAPITEL.

Konische Thür - Gewölbe.

Portes coniques.

152. Man bedient sich der konischen Gewölbe gewöhnlich bei Kellerlöchern und Lichtöffnungen, sowie bei den Schiessscharten in Festungsbauten.

Konische Thüre durch eine gerade Mauer (Taf. 22. Fig. 1–3).

Porte conique dans un mur droit.

Konstruktion des Entwurfes.

153. Es sei (Fig. 1 Taf. 22) der trapezförmige horizontale Durchschnitt $a'c'c'a'$ der Mauer in der Höhe der Kämpferebene des Gewölbes gegeben. Man verlängere die schiefen Seiten des Trapezes soweit, bis sie sich in einem Punkte s durchschneiden, und betrachte diesen als die

Spitze eines Kegels, welcher die innere Leibung des Gewölbes bildet.

Man nehme nun als Leitlinie der Kegelfläche eine beliebige Kurve *aec* (Fig. 1) an, deren Gestalt von der grösseren oder geringeren Höhe abhängig ist, welche man dem Gewölbe geben will, theile dieselbe in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Gewölbsteine betragen soll, und vollende nun die Zurüstung des Systemes in der vertikalen Projectionsebene. Projicirt man die Theilungspunkte der Kurve *aec* auf die Linie *ac* und verbindet die sich ergebenden Projectionen derselben mit der Spitze *s* des Kegels, so erhält man die horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien, welche in Verbindung mit ihren vertikalen Projektionen in der Ebene Fig. 2 die Kurve *a'c'e'* bestimmen, nach welcher die zweite Mauerfläche von der Kegelfläche durchschnitten wird. Diese Kurve ist der Kurve *aec* ähnlich und in unserer Figur ein Halbkreis, dessen Durchmesser die Linie *a'c'* bildet. Die Fugenflächen des Systemes vereinigen sich in der Linie *so*, welche die Spitze der Kegelfläche mit dem Mittelpunkte der Leitlinie verbindet, woraus hervorgeht, dass die Durchschnitte dieser Flächen mit den horizontalen Ebenen zu der Linie *so* parallel sein müssen.

Würde sich die Leitlinie des Kegels von einem Halbkreise auffallend unterscheiden, so wählt man zu den Fugenflächen zweckmässiger solche Ebenen, welche durch die Normallinien der Kurve und durch die Spitze des Kegels gehen. In diesem Falle können sich die Fugenflächen nicht mehr in derselben Linie durchschneiden und ebensowenig ihre Durchschnitte mit den horizontalen Ebenen zu einander parallel sein. Der Leser mag sich übrigens an einer solchen Kombination selbst versuchen.

Steinschnitt. Man richte (Fig. 3) die horizontale Fläche zu, welche den Stein von oben begrenzt und schneide senkrecht darauf die beiden Stirnflächen des Steines; alsdann reisse man die horizontale Lehre $mn m' n'$ und sofort die beiden Lehren A und A' auf und führe endlich nach den Grenzlinien derselben die übrigen Schnitte aus.

Die Benützung der aus den geometrischen Projektionen dieses Steines (Fig. 1—3 Supplementtafel 6) hergeleiteten isometrischen Projektion (Fig. 4) ergibt sich nach dem oben Gesagten von selbst. In Betreff der geometrischen Projection (Fig. 3) muss bemerkt werden, dass die Höhen der Punkte q' und r' mittelst der Punkte q und r (Fig. 1) bestimmt wurden.

Schiessscharte (Taf. 22. Fig. 4—6).
Embrasure.

154. Figur 4 zeigt eine Kombination zweier Kegeltgewölbe, mit einem kleinen Zylindergewölbe, dessen Axe mit derjenigen der Kegeltgewölbe zusammenfällt.

Konstruktion des Entwurfes. Es sei die Leitlinie der Kegelfläche, deren Spitze in s liegt ein Halbkreis. Dieser Voraussetzung gemäss muss auch der Durchschnitt jenes Kegels mit der vertikalen Ebene $a'c'$, welche mit ac parallel ist, ein Halbkreis sind, und es kann nun dieser als die Leitlinie der kleinen Zylinderfläche, sowie endlich der Durchschnitt dieser Fläche mit der vertikalen Ebene $a''c''$ als die Leitlinie des zweiten Kegels betrachtet werden, dessen Durchschnitt mit der Mauerfläche $a'''c'''$ auf die früher gezeigte Weise gefunden wird. Ist $a'''c'''$ mit ac parallel, so ist klar, dass auch dieser Durchschnitt ein Kreis sein muss, dessen Durchmesser die Linie $a'''c'''$ bildet.

Steinschnitt. (Fig. 6.) Nach Zurichtung der horizontalen Fläche $m n$ (Fig. 4), welche den Stein von oben begrenzt, schneide man senkrecht auf dieselbe die beiden Stirnflächen an, trage die horizontale Lehre $m n m' n'$ auf und reisse mittelst der Lehre $m n t r$ (Fig. 6)* die beiden parallelen Kreisbögen $t r$ (Fig. 6) auf, welche die Leitlinien der kleinen Zylinderfläche bilden, die man sofort nach der ganzen Länge des Steines bearbeitet. Endlich reisse man mittelst eines biegsamen Lineals die Bögen $t' r', t'' r''$ (Fig. 4) auf, welche nebst den Kurven der Lehren A und A' als Leitlinien der Kegelflächen dienen.

Die isometrische Projektion des Steines ist in Figur 7 Supplementtafel 6 dargestellt; es wurden hierbei die geometrischen Projectionen (Fig. 5 und 6) benützt. In Betreff der vertikalen Projektion Fig. 5 muss bemerkt werden, dass dieselbe keine *senkrechte*, sondern eine *schiefe* ist, indem die projicirenden Linien mit der Axe ss' der Kegelflächen parallel angenommen wurden.

Die isometrische Projektion der Steines kann zur Darstellung desselben auf folgende Weise benützt werden. Man konstruire sich drei Bogenlehren 1—2, 1'—2' und $t r$ (Fig. 5) und theile eine jede derselben in 3 oder 4 gleiche Theile, um die nöthigen Merkpunkte zu erhalten. Alsdann behaue man die kleine vertikale Ebene $t' t''$, bestimme die Lage der Punkte t', t'', r', r'' und schneide nun mit Vorsicht nach der Lehre $t r$ die kleinen vertikalen Ebenen $t' r'$ und $t'' r''$; diese Schnitte sind ohne Schwierigkeit auszuführen,

* Man erhält dieselbe, wenn man durch die Punkte t' und r' mit der Axe ss' parallele Linien bis zur Grundlinie zieht, und in den Durchschnittspunkten Senkrechte errichtet, welche die verlängerten Fugen des Steines A durchschneiden. (Vergleiche Figur 6.)

weil man die hinderliche Steinmasse in der Nähe dieser Ebenen wegnehmen kann. Nun trage man auch die Bogenlehren 1—2 und 1'—2' nebst ihren Merkpunkten auf und schneide sofort die Leibungsflächen $1'2't''r''$, $t''r''t'r'$ und $t'r'12$. Ueber die Ausführung der übrigen Schnitte glauben wir nichts bemerken zu dürfen.

Konische Thüre durch eine Böschungsmauer (Taf. 22 Fig. 7—9).

Porte conique dans un talus.

155. *Konstruktion des Entwurfes.* Man nehme als Leitlinie der Kegelfläche eine von den Kurven an, nach welchen dieselbe die beiden Mauerflächen durchschneidet, und bestimme die andere Kurve auf die früher angegebene Weise.

Steinschnitt. Nach Zurichtung der horizontalen Fläche, welche den Stein von oben begrenzt, und der darauf senkrechten Ebene, welche in der vertikalen Mauerfläche liegt, schneide man mit Hülfe eines Schrägmaasses (Fig. 8) oder mittelst einer Lehre, welche die Gestalt der, in der Hülfebene (Fig. 8) liegenden vertikalen Projektion des Steines besitzt, die Böschungsebene an. Trägt man endlich die horizontale Lehre $mn m'n'$, sowie die Lehre A und A' auf die entsprechenden Flächen des Blockes, so werden hiedurch alle Schnitte bestimmt.

Die isometrische Projektion des Steines zeigt Figur 11 Supplementtafel 6; die geometrischen Projektionen sind in den Fig. 8, 9 und 10 dargestellt.

Bei der Darstellung des Steines mittelst seiner isometrischen Projektion, richte man einen rechtwinkligen Block so zu, als ob die Mauer, welche von der konischen Thüre durchsetzt wird, eine gerade wäre. Man hat daher durch

den Punkt o Fig. 9 Supplementtafel 6 eine vertikale Ebene oa gelegt*, welche mit der vertikalen Projektionsebene mr parallel ist, und alsdann den Kreisbogen $ap''r''$ konstruirt, dessen Radius durch die Linien so und $sa'a$ bestimmt wurde. Dieses ist der Kreisbogen, nach welchem die vertikale Ebene ao von der Kegelfläche durchschnitten wird. Mittelst der Kreisbögen $p''r''$ und pr schneide man nun die Kegelfläche $pp''rr''$ (Fig. 11) und bestimme sofort durch die Punkte $m'n'v'q'$ die Lage der Böschungsfäche. Die übrigen Schnitte sind nun mittelst der in der isometrischen Projection angezeigten Punkte sehr leicht auszuführen.

Konische Thüre durch eine runde Mauer. (Taf. 23. Fig. 1—6).

Porte conique dans une tour ronde.

156. Es sei die horizontale Projection einer runden Mauer gegeben (Fig. 1 Taf. 23), welche von einer konischen Thüre durchsetzt werden soll; die Spitze des Kegels liege in dem Punkte s, s' auf der Axe der runden Mauer und die Leitlinie sei die Kurve ce , welche in die horizontale Projectionsebene (Fig. 2) niedergelegt ist. Man bestimme in dieser Figur die Anzahl der Gewölbsteine sowie die Leitlinien der Fugenflächen und die Höhen der Steinschichten und projicire sofort die Endpunkte der Fugen in die vertikale Ebene (oo, op Fig. 1 und 3). Hiedurch ergeben sich sowohl die horizontalen als die vertikalen Projectionen aller Gewölbkanten. Die erzeugenden Linien der Kegelfläche vereinigen sich in der Spitze s des Kegels, während

* Man hätte diese Ebene noch zweckmässiger durch den Punkt p' führen können; nur der grösseren Deutlichkeit wegen wurde der Punkt o gewählt.

die Durchschnitte der Fugenflächen und der horizontalen Ebenen mit der Axe des Kegels parallel sind.

Da die beiden konzentrischen Zylinderflächen, von welchen die runde Mauer begrenzt wird, auf der horizontalen Projektionsebene senkrecht stehen, so müssen die horizontalen Projektionen der Kurven, nach welchen die Mauerflächen von der Kegelfläche durchschnitten werden, mit den Kreisbögen ao und $v'u'$ zusammenfallen. Zieht man daher durch diejenigen Punkte, in welchen die beiden Bögen von den horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien des Kegels durchschnitten werden, senkrechte Linien auf die Grundlinie, so ergeben sich aus der Durchschneidung derselben mit den vertikalen Projektionen der erzeugenden Linien die vertikalen Projektionen ae und vu jener beiden Kurven. Auf gleiche Weise bestimmt man die elliptischen Bögen, welche aus der Durchschneidung der zylindrischen Mauer- und der Fugenflächen entstehen; zur Erreichung einer gehörigen Genauigkeit muss man für jede dieser Fugen neben ihren Endpunkten noch einen mittleren Punkt bestimmen.

Sind die beiden Projektionen des Steinsystemes vollendet, so trage man alle Theile des Kreisbogens $a-1-2-3-o$ (Fig. 1) auf eine gerade Linie (Fig. 4), errichte in jedem Punkte eine Senkrechte und trage auf dieser die Höhe des Punktes aus der vertikalen Projektion (Fig. 3) auf. Hierdurch ergibt sich die Entwicklung der Zurüstung des Steinsystemes in der konvexen Mauerfläche. Ebenso wird dann auch die Entwicklung der konkaven Mauerfläche (Fig. 5) konstruirt.

Steinschnitt. (Fig. 6.) Man richte einen Block so zu, dass er die Gestalt eines Prismas hat, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion $3m't'x'3$ (Fig. 1) des Steines ist und trage auf die entsprechenden Flächen des-

selben die Lehre $m't'x'z'n$ (Fig. 1 u. 6), sowie die Lehren der entwickelten Flächen A und A' auf; indem man die letzteren den zylindrischen Flächen durch Biegung anpasst. Auf diese Weise sind alle Schritte bestimmt.

Die isometrische Projektion des Steines von oben gesehen zeigt Fig. 15 und von unten gesehen Fig. 16 Supplementtafel 6; seine geometrischen Projektionen sind in den Figuren 12, 13 und 14 dargestellt. Die erstere wird zur Darstellung des Steines auf folgende Weise benützt. Man richte einen rechtwinklichen Block so zu, als ob derselbe zu einer geraden Mauer gehörte, trage alsdann auf die beiden Stirnflächen desselben die Kreisbögen $3''2''$ und $3'2'$ (Fig. 13 und Fig. 15 Supplementtafel 6) mittelst entsprechender Lehren auf. Dieses sind die Kreisbögen, nach welchen die vertikalen Mauerflächen von dem konischen Gewölbe durchschnitten werden, und sie bilden daher die Leitlinien für die konische Fläche des Steines. Nun ziehe man auf der oberen horizontalen Fläche $mntxz$ des Steines die Kreisbögen mn und xz , und schneide alsdann der Reihe nach 1) die kleine horizontale Ebene $m'm''o''o'$ 2) senkrecht auf die Ebene $mtxzn$ die Zylinderflächen $mmo23n$ und $xz32px$ und 3) die Fugenflächen $op22$ und $nz33$.

Konisches Gewölbbau in einem horizontalen Zylinder-Gewölbe
(Taf. 23 Fig. 7–13).

Lunette conique pénétrant dans un berceau horizontal.

157) Es sei gegeben:

- 1) die horizontale Projektion der Mauern und der Oeffnung des Gewölbbaus (Fig. 7);
- 2) der senkrechte Durchschnitt des horizontalen Gewölbes (Fig. 8);

3) die Kurve ac , welche die Leitlinie des konischen Gewölbauges bildet (Fig. 9).

Konstruktion des Entwurfes. Nachdem (Fig. 9) die Zurüstung des Systemes bestimmt ist, konstruirt man die horizontalen und vertikalen Projektionen aller Gewölbkanten. Von diesen vereinigen sich die in der Kegelfläche befindlichen in der Spitze derselben, während die anderen Kanten der Steine mit der Axe des Kegels parallel sind. Da die innere Leibung des Zylindergewölbes auf der vertikalen Projectionsebene senkrecht steht, so muss die Kurve, nach welcher dieselbe von dem Gewölbauge durchschnitten wird, zur vertikalen Projektion den Kreisbogen ve (Fig. 8) haben. Um die horizontale Projektion dieser Kurve zu konstruiren fällt man aus den Punkten, in welchen der Bogen ve von den vertikalen Projektionen der erzeugenden Linien der Kegelfläche durchschnitten wird, Senkrechte auf die Grundlinie und verlängere dieselben, bis sie die horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien durchschneiden.

Da die Leibungskanten des konischen Gewölbauges diejenigen des Zylindergewölbes nicht durchschneiden, so müssen dieselben durch elliptische Bögen, welche aus der Durchschneidung der inneren Leibung der Zylinderfläche mit den Fugenflächen des konischen Gewölbauges entstehen, vereinigt werden.

Um daher z. B. den Punkt c, c' (Fig. 7 und 8) zu bestimmen, welcher zu einem dieser elliptischen Bögen gehört, verbinde man den Punkt c (Fig. 8), durch welchen die zweite Fuge des horizontalen Gewölbes geht, mit der Spitze des Kegels durch die Gerade cs , und verlängere dieselbe, bis sie die vertikale Ebene op in einem Punkte t durchschneidet, welcher in die horizontale Projektions-

ebene niedergelegt den Punkt t'' bestimmt, da die Linie cs zugleich in der Fugenfläche $o't''$ (Fig. 9) liegt. Hieraus ergibt sich sofort der Punkt t' und die horizontale Projektion $s't'$ der Linie st . Aus der Durchschneidung dieser Linie mit der aus dem Punkte c gezogenen Senkrechten, ergibt sich endlich die horizontale Projektion c' .

Auf gleiche Weise werden auch die mittleren Punkte des Bogens $2-c'$, sowie diejenigen aller übrigen elliptischen Bögen $1b'$, $3d'$ etc. konstruirt.

Die geraden Linien $(bn, b'n')$, $(cz, c'z')$, $(dh, d'h')$, welche aus der Durchschneidung der Fugenflächen beider Gewölbe entstehen, vereinigen sich alle in demselben Punkte und zwar hier in der Spitze des Kegels, was offenbar nur dann statt findet, wenn die Spitze des Kegels entweder auf der Axe des Zylindergewölbes liegt, oder wenn die Fugenflächen beider Gewölbe durch ihre Axen gehen, und diese sich durchschneiden. In Fig. 10 ist die Entwicklung der inneren Leibung des zylindrischen Gewölbes und in Fig. 11 diejenige der Kegelfläche konstruirt. Zur Ersparung des Raumes kann man, wie es hier geschehen ist, die Lehren der Leibungsflächen der einzelnen Steine aufeinander legen, zumal da die hier angewandte Kegelfläche zur Leitlinie einen Kreis hat, folglich alle Leibungsflächen gleiche Breite besitzen und sich nur hinsichtlich ihrer Längen unterscheiden. Diese letzteren ergeben sich aus Fig. 8, indem man eine jede erzeugende Linie der Kegelfläche soweit um ihre Axe dreht, bis sie mit der Erzeugenden se zusammenfällt.

In Fig. 12 sind die Lehren der Fugenflächen dargestellt. Zu diesem Zwecke wurden dieselben um die Axe o' der Kegelfläche (Fig. 9) in die vertikale Ebene $o'p'$ niedergelegt, von hier aus parallel mit sich selbst, bis zur Linie or

fortbewegt, und endlich in die Ebene (Fig. 12) niedergelegt. Die Längen dieser Lehren ergaben sich aus Fig. 7.

Steinschnitt. (Fig. 13.) Man schneide einen prismatischen Block, dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion $mkhd22$ (Fig. 8) ist, trage auf die Ebene mu (Fig. 8) die Lehre A (Fig. 9) und auf die Zylinderfläche $2cd$, die Lehre A (Fig. 10). Nach den Grenzen dieser Lehren schneide man nun die übrigen Flächen des Steines; dass die Punkte, durch welche die erzeugenden Linien der Kegelfläche gehen, besonders bemerkt werden müssen, braucht wohl nicht mehr erwähnt zu werden.

Man könnte auch die Operation des Schnittes mit der Zurichtung eines prismatischen Blockes beginnen, dessen Grundfläche gleich der *horizontalen* Projektion des Steines ist. Alsdann reißt man in den beiden vertikalen Ebenen nq und $3y$ (Fig. 7), welche auf der Richtung des Zylindergewölbes senkrecht stehen, die Kurve $2d$ Fig. 8 auf, schneidet die Zylinderfläche und trägt auf letztere die Lehre der Entwicklung A (Fig. 10), welche nebst der Lehre A alle Schnitte bestimmt.

Eine dritte Methode, deren man sich ebenfalls bedienen könnte, ist folgende: Man richte einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche die vertikale Projektion des Steines in der Hülfebene (Fig. 9) ist, reisse auf dieser die Lehre A und auf der gegenüberliegenden Grundfläche eben dieselbe aber bis zu den Punkten 2 und 3 verlängerte Lehre; diese letzteren Punkte, welche in der vertikalen Ebene qy (Fig. 7) liegen, begrenzen den Kreisbogen 2 — 3, welcher nebst dem entsprechenden grösseren Kreisbogen, der die Lehre A begrenzt, die Leitlinie für die Erzeugenden der Kegelfläche bildet. Werden sodann die Fugenflächen geschnitten und die Lehren

aus Fig. 12 und Fig. 11 aufgetragen, so sind alle Schnitte des Steines vollkommen bestimmt.

Die isometrische Projektion dieses Steines zeigt Fig. 4 Supplementtafel 7; die geometrischen Projektionen desselben sind in den Figuren 1, 2 und 3 dargestellt. Um den Stein mittelst seiner isometrischen Projektion auszuführen, verlängere man die erzeugenden Linien $2', 2'$ und $3', 3'$ (Fig. 1) der Kegelfläche des Steines soweit, bis sie die vertikale Ebene dd in den Punkten $2''$ und $3''$ durchschneiden. Nun konstruiere man den Kreisbogen $2''3''$ und trage die Bögen $2''3''$ und $2'3'$ (Fig. 3) mittelst entsprechender Lehren auf die vertikalen Ebenen dd und $I II III$ des rechtwinklichen Steinblockes (Fig. 4) auf. Diese Bögen bilden die Leitlinien der Kegelfläche $2''2'3''3'$, welche sofort geschnitten werden kann. Man reisse nun auf der Ebene $d'h'k'm$ (Fig. 4) den Bogen $d'2''$ auf, welcher die Leitlinie der Zylinderfläche bildet, und schneide dieselbe senkrecht auf die eben erwähnte Ebene an. Die Ausführung der übrigen Schnitte ergibt sich nun aus der bloßen Ansicht der isometrischen Projektion.

Schiefes konisches Gewölbbauge (Taf. 24 Fig. 1—9).

Lunette conique biaise.

158) Es sei gegeben :

- 1) die horizontale Projektion der Mauer und der Oeffnung, welche durch das schiefe konische Gewölbbauge gebildet wird (Fig. 1);
- 2) der senkrechte Durchschnitt eines horizontalen Zylindergewölbes, in welches das Gewölbbauge einmünden soll (Fig. 3).

Konstruktion des Entwurfes. Man verlängere die Linien $a'v'$ und $e'u'$ bis sie sich in einem Punktes durchschneiden und wähle diesen zur Spitze der Kegelfläche, welche die innere Leibung des Gewölbauges bilden soll. Als Leitlinie der Kegelfläche kann man nun irgend eine Kurve wählen, welche in der Mauerfläche $a'e'$ liegt; es ist jedoch einfacher, so oft diess die Haupteinrichtungen des Gebäudes zulassen, als Leitlinien einen Halbkreis zu nehmen, dessen horizontale Projektion $m'n'$ auf der Linie $s'o'$, welche den Würfel $a's'e'$ in zwei gleiche Theile theilt, senkrecht steht. Auf diese Weise entspricht die innere Leibung des Gewölbauges einem senkrechten Kegel mit kreisförmiger Grundfläche und die Konstruktionen werden sehr vereinfacht.

Man projicire nun die Leitlinie $m'n'$ auf eine Ebene, welche auf der Axe des Kegels senkrecht steht, und lege dieselbe in der horizontalen Projektionsebene (Fig. 2) nieder.

Nachdem man den Halbkreis in eine entsprechende Anzahl gleicher Theile getheilt, projicire man die Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 auf die Linie $m'n'$ (Fig. 1) und ziehe die horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien des konischen Gewölbauges. Zieht man sofort aus den Punkten m' , 1, 2, 3, 4, 5, 6, n' , sowie aus der Spitze s des Kegels senkrechte Linien auf $o''v$ (Fig. 3) und trägt auf diese die Höhen der ebenerwähnten Punkte aus Fig. 2 auf, so ergeben sich die vertikalen Projektionen der erzeugenden Linien in der Ebene Fig. 3. Werden ferner die Durchschnittspunkte dieser Erzeugenden mit der vertikalen Ebene $o''p''$ durch Kreisbögen in die Ebene Fig. 4 getragen, so ergibt sich die elliptische Kurve $a'c''e'$, nach welcher die Mauerfläche $a'e'$ von dem konischen Gewölbauge durch-

schnitten wird. Die in der Mauerfläche befindlichen Fugen vereinigen sich im Punkte o' und die Höhen der Steinschichten werden nach Belieben jedoch immer so bestimmt, dass sie über den Punkten liegen, in welchen die Kurve $a'c'''e'$ von den Leibungskanten durchschnitten wird. Die horizontale Projektion der Kurve, nach welcher das Zylindergewölbe von dem konischen Gewölbbauge durchschnitten wird, sowie die Linien, nach welchen sich die Fugenflächen beider Gewölbe durchschneiden, ergeben sich eben so wie in der vorhergehenden Aufgabe. So z. B. ziehe man um den Punkt x' (Fig. 1) zu bestimmen, die Linien $sx''r''$ (Fig. 3) und $o'r''^*$ (Fig. 4), und trage den Punkt r'' (Fig. 3) mittelst eines Viertelskreises in die Ebene Fig. 4; endlich projicire man den Punkt r'' nach r' (Fig. 1) und ziehe die Linie sr' , welche in ihrer Durchschneidung mit der Linie $x''x'$ den Punkt x' bestimmt.

In Fig. 5 ist die Entwicklung desjenigen Theiles der Zurüstung konstruirt, welcher sich aus der Durchschneidung der beiden Gewölbe ergibt. Zu diesem Zwecke wurden die aufeinander folgenden Theile des Kreisbogens vi (Fig. 3) auf eine gerade Linie vi (Fig. 5) getragen, welche zu der Richtung des Zylindergewölbes eine normale Lage hat, und in einem jeden der erhaltenen Theilungspunkte auf dieser Hülfslinie eine Senkrechte errichtet, deren Länge aus Fig. 1 bestimmt wurde. Der Leser darf bei dieser Konstruktion nicht vergessen, dass die Fugenschnitte, wie z. B. qi etc. Kurven sind, zu deren Konstruktion die Be-

* Es muss bemerkt werden, dass man, um diese Linie zu ziehen, die Lage des Punktes r'' nicht zu wissen braucht, da diese Linie die Leitlinie der zweiten Fugenfläche in der vertikalen Projectionsebene ist.

stimmung mittlerer Punkte nöthig ist, welche man in der horizontalen Projektion (Fig. 1) nach Belieben annimmt, von hier aus auf die Kurve *vi* projiziert und alsdann in die Entwicklung Fig. 5 überträgt.

In Fig. 6 sind die Leibungsflächen der einzelnen Gewölbsteine dargestellt, und wie in der vorhergehenden Aufgabe übereinander gelegt. Die Längen der Leibungskanten wurden dadurch bestimmt, dass man die horizontalen Projektionen derselben auf die Kante *su'n'e'* projicirte, und dieselben mittelst der aus 3 beschriebenen Kreisbögen auf die Linien, welche die gemeinschaftlichen Grenzen (Fig. 6) der Leibungsflächen bilden, auftrug.

In Fig. 7 sind die Lehren der Fugenflächen niedergelegt. Da die Fugenflächen durch die Axe des Kegels gehen, so müssen sie auf der Ebene, in welcher die Fig. 2 konstruirt wurde, senkrecht stehen, und daher ihre Projektionen in dieser Ebene gerade Linien sein, welche sich in dem Punkte *o* vereinigen. Die Ellipse *ace* (Fig. 2) ist die Projektion der Kurve *a'c''e'* und die krumme Linie *vqu* ist die Projektion des Durchschnittes beider Gewölbe. Denkt man sich nun die Fugenflächen um die Axe *o'o* des Kegels so gedreht, dass sie mit der durch *o'o* gelegten vertikalen Ebene zusammenfallen, projicirt ferner dieselbe von hier aus in die vertikale Ebene, deren Leitlinie *o''p* mit der Axe des Kegels *oo'* parallel ist, dreht diese Ebene alsdann um 90° und legt sie endlich nieder, so erhält man die Fig. 7, in welcher die Breitedimensionen der Fugenflächen aus Figur 2 und die Längen aus Figur 1 bestimmt wurden.

In Figur 8 sind die Schrägmaasse konstruirt, wodurch die Winkel bestimmt werden, unter welchen sich die Axe

der Zylinderfläche und diejenige des Gewölbauges durchschneiden.

Steinschnitt. (Fig. 9.) Man richte, wie im vorhergehenden Beispiele, einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche entweder nach der vertikalen Projektion (Fig. 3), oder nach der horizontalen Projektion (Figur 1) oder endlich nach der Lehre A (Fig. 2) behauen sein kann. Im letzteren Falle muss der Stein von zwei Ebenen begrenzt werden, welche auf der Axe des Kegels senkrecht stehen; auf diesen reisse man nun die beiden Kreisbögen auf, nach welchen sie von der konischen Leibung durchschnitten werden, führe die Leibung aus und bestimme ihre Gestalt mit Hülfe der entsprechenden Lehre aus Fig. 6. Nun trägt man die beiden Fugenflächen auf und bestimmt sofort entweder mittelst des Schrägmaasses (Fig. 8) oder mittelst der Lehre der den Stein von oben begrenzenden horizontalen Fläche, die Linie ld (Fig. 9), welche die Richtung des Zylindergewölbes bestimmt. Endlich wird senkrecht auf dieser eine Ebene angeschnitten, und darauf die Lehre der vertikalen Projektion $r''di x''z''$ (Fig. 3) bestimmt. Alle Schnitte können nun ausgeführt werden.

Die isometrische Projektion dieses Steines ist in Fig. 7 Supplementtafel 7 dargestellt; die geometrischen Projektionen, welche hierbei benützt wurden, zeigen die Figuren 5 und 6.

Die Ausführung der isometrischen Projektion und des darauf beruhenden Steinschnittes geschieht auf folgende Weise. Man fälle aus den Punkten 5 und 5'' (Fig. 6 Supplementtafel 7) auf die Axe $m'm''$ der Kegelfläche senkrechte Linien $5m'a'$ und $5''m''a''$, und konstruirt darüber die Kreislinien $a'b'$ und $a''b''$, welche die vertikalen Durchschnitte der Kegelfläche mit den Ebenen, $5a'$ und $5''a''$

bilden. Die Bögen $5''4''$ und $54'$ bilden dann die Leitlinien für die Kegelfläche der Steines. Nun umgebe man die horizontale Projektion (Fig. 6) mit einem Rechtecke $iABC$ dessen Seiten durch die Punkte $4'$ und $4''$ gehen, bestimme in der isometrischen Projektion Fig. 7 die Lage der Punkte $5, 4', 4'', 5''$, schneide alsdann die vertikalen Ebenen $5''5''4''4''$ und $554'4'$ und reisse auf diesen die Bögen $54'$ und $5''4''$ auf und schneide endlich die Kegelfläche $5''4''54'$. Nun bestimme man die Punkte i, x und $5'''$ (Fig. 7), reisse den Bogen $ix5'''$ auf und schneide sofort senkrecht auf die vertikale Ebene CE die Zylinderfläche $ii455'''x$.

Die Ausführung aller übrigen Schnitte hat nun keine weiteren Schwierigkeiten.

VIERTES KAPITEL.

Ueberhängende Kegelgewölbe (Taf. 25 Fig. 1–10.)

Trompes coniques.

159. Es sei der horizontale Durchschnitt der Mauern in der Höhe der Kämpferebene gegeben und hierbei angenommen, dass der Durchschnitt des Kegelgewölbes nach Linien begrenzt werde, welche einen rechten Winkel $m's'n'$ einschliessen; ferner dass die Leibungsfläche des überhängenden Gewölbes zu einem senkrechten Kegel gehöre, dessen Leitlinie ein Halbkreis ist, der in Fig. 1 nach der geraden Linie $m'n'$ projicirt wurde; endlich sei die vertikale Projektionsebene mit der Leitlinie der Kegelfläche

parallel, so dass die vertikale Projektion der Leitlinie ein Halbkreis mon (Fig. 2) ist und die Axe des Kegels ihre Projektion in dem Punkte s hat.

Konstruktion des Entwurfes. Man theile den Halbkreis mon in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, projicire die Theilungspunkte nach $m'n'$ und verbinde dieselbe durch gerade Linien mit den Punkten s und s' . Hierdurch ergeben sich sowohl die vertikalen als die horizontalen Projektionen der Leibungskanten, indem die Fugenflächen durch die Axe der Kegelfläche gehen, und daher dieselbe nach geraden Linien durchschneiden müssen.

Da die Linie $m'c'$ mit der Linie $s'n'$ und ebenso $c'n'$ mit der Linien $s'm'$ parallel ist, so muss die Leibung des überhängenden Kegelgewölbes von den äusseren Mauerflächen nach zwei parabolischen Bögen durchschnitten werden, deren horizontale Projektionen die geraden Linien $e'm'$ und $e'n'$ sind. Um die vertikalen Projektionen derselben zu konstruiren errichte man in denjenigen Punkten, wo die Linien $e'm'$ und $e'n'$ von den horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien der Kegelfläche durchschnitten werden, senkrechte Linien und verlängere dieselben bis zu den vertikalen Projektionen der Erzeugenden. So z. B. ergibt sich der Punkt u (Fig. 2) aus der Durchschneidung der Erzeugenden su und der Senkrechten $u'u$ (Fig. 2 und 2). Noch genauer bestimmt man denselben dadurch, dass man die Fugenfläche $s'u'e'$ durch Drehung um die Axe des Kegels in die horizontale Projektionsebene niederlegt. Auf diese Weise fällt die Erzeugende $s'u'$ nach $s'u''$; aus u'' ergibt sich sofort der Punkt u''' und aus u''' der Punkt u . Auf gleiche Weise verfährt man bei Bestimmung der übrigen Punkte.

Die Fugenfläche der Mittelstückes (Trompillons) des überhängenden konischen Gewölbes besteht aus der Verbindung einer Zylinder- und einer Kegelfläche; die Leitlinie dieser Kegelfläche ist der Halbkreis xz , $x'z'$ (Fig. 1 und 2); ihre Spitze liegt im Punkte s'' und ihre erzeugenden Linien stehen auf der Leibung des überhängenden Gewölbes senkrecht. Diese Kegelfläche wird in einer entsprechenden Entfernung von der Leibungsfläche des überhängenden Gewölbes, durch eine mit dem Halbkreise $x'z'$ parallele Ebene $t'r'$ geschnitten und von hier an, mit einer Zylinderfläche $k't'r'$ verbunden, deren Leitlinie der Halbkreis $t'r'$, tr (Fig. 1 und 2) ist.

In Fig. 3 ist die Zurüstung des Systemes in den vertikalen Ebenen $e'm'$ und $e'n'$ konstruirt. Man dachte sich hierbei die Ebene $s''''e'$ (Fig. 1) um die Vertikale s'''' , $s'''l$ so lange gedreht, bis sie eine mit der vertikalen Projectionsebene parallele Lage erhielt, worauf sie in diese niedergelegt wurde. Die Höhen der Punkte ergaben sich aus Fig. 2.

In Fig. 4 sind die Lehren der Fugenflächen konstruirt, welche mit sich selbst parallel, soweit fortgerückt wurden, dass ihre gemeinschaftliche Axe $s'e'$ (Fig. 1) mit der Linie $s'''s''''$ zusammenfiel, worauf man sie in die horizontale Projektionsebene niederlegte. Die Breitendimensionen der Fugenflächen wurden, wie sich aus der Vergleichung der Figuren 1, 2, 3 und 4 ergibt, aus Fig. 2 und die Längendimensionen aus Fig. 1 hergeleitet.

In Fig. 5 ist die Entwicklung der Leibungsfläche dargestellt. Zu diesem Zwecke wurde aus dem Punkte s'''' mit einem Halbmesser $s''''m$, welcher gleich der Linie $s'n'$ ist, ein Kreisbogen $m-1-2-3-3$ beschrieben, auf diesem die einzelnen Theile des Halbkreises mon (Fig. 2) auf-

aufgetragen und durch die erhaltenen Theilungspunkte die erzeugenden Linien gezogen, deren Längen auf der Linie $s'e'$ Fig. 1 oder auf der, den Fugenflächen in Fig. 4 gemeinschaftlichen Linie $s'''e'''$ bestimmt sind, und von diesen abgetragen wurden.

Behufs der Darstellung der Steine mittelst des Schrägmaasses hat man nun noch die Winkel zu konstruiren, welche die Fugenflächen mit der Leibung des Gewölbes und den beiden vertikalen Mauerflächen bilden. Die hierbei nöthigen Konstruktionen sind in Fig. 8 für die Winkel bei dem Punkte u Fig. 2 ausgeführt. Der ebene Winkel a liegt in der vertikalen Mauerfläche und ist gegeben durch die Lehre D (Fig. 3); der Winkel b liegt in der durch die Leibungskanten s_3 und s_2 gelegten Ebene, welche statt der Leibungsfläche su_2 genommen wird, und ist gegeben durch die Lehre E (Fig. 5); der dritte Winkel c endlich liegt in der Fugenfläche su und ist durch die Lehre derselben (Fig. 4) bekannt.

Um nun aus diesen nebeneinander in dieselbe Ebene niedergelegten Winkeln die horizontale Projektion des von ihnen gebildeten Körperwinkels und hieraus wieder die eingeschlossenen Flächenwinkel zu konstruiren, denke man sich die Winkel a und c um die mit Winkel b gemeinschaftlichen Schenkel gedreht. Es muss auf diese Weise ein jeder Punkt der beiden anderen Schenkel der Winkel einen Kreis beschreiben, der auf demjenigen Schenkel senkrecht steht, um welchen sich der respektive Winkel dreht. Setzt man daher in dem gemeinschaftlichen Scheitelpunkte der 3 Winkel ein, und beschreibt mit beliebiger Oeffnung einen Kreisbogen, der die Schenkel der Winkel a und c durchschneidet, so müssen die von den Durchschnittspunkten auf die Schenkel des Winkels b oder auf ihre Verlänge-

rungen gefällten Senkrechten, die horizontalen Projektionen der Kreise sein, welche die erwähnten Punkte bei der Drehung der Winkel a und c beschreiben. Verbindet man daher den Durchschnittspunkt dieser Senkrechten mit dem Scheitel der Winkel, so ergibt sich die horizontale Projektion derjenigen Kante des Körperwinkels, nach welcher sich die Winkel a und c berühren. Die übrigen in der Figur angezeigten Konstruktionen durch welche die Flächenwinkel oder die Schrägmaasse A , B und C bestimmt wurden, wird sich nun der Leser leicht erklären können, wenn er sich erinnert, dass man den von zwei Ebenen eingeschlossenen Flächenwinkel dadurch erhält, dass man auf die Kante des Flächenwinkels durch irgend einen Punkt eine senkrechte Ebene legt und um den Durchschnitt derselben mit den beiden Ebenen in die eine derselben niederlegt. (Darstellende Geometrie.)

Steinschnitt. (Fig. 6.) Man schneide einen prismatischen Block, dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion des Steines (Fig. 2) ist, und trage auf die horizontale Ebene, welche denselben von oben begrenzt, die Lehre $h'k'q'v'$, und auf die vertikale Ebene vqu (Fig. 2) die Lehre D (Fig. 3). Der Bogen dieser letzteren und die leicht zu bestimmende Kante, womit der Stein an die Fuge des Mittelstückes (Trompillons) gränzt, dienen sodann als die Leitlinien der Kegelfläche. Alsdann reißt man in der vertikalen Ebene hk den zum Halbkreise tr (Fig. 2) gehörenden Bogen auf, welcher die Leitlinie der kleinen Zylinderfläche bildet, die den Trompillon begrenzt. Diese wird nun geschnitten und bis zur Ebene $t'r'$ (Fig. 1) fortgeführt, wo die kleine Kegelfläche beginnt, deren Leitlinien die zu den Halbkreisen $t'r'$ und xz gehörenden Bögen sind.

Will man sich bei der Darstellung des Steines der Schrägmaasse bedienen, welche in Figur 8 konstruirt wurden, so wähle man nach dem Augenmaasse einen Block (Fig. 9), welcher den darzustellenden Stein enthält, richte auf demselben eine Ebene zu und reisse auf dieser die Lehre *E* (Fig. 5) auf, wodurch die als eben angenommene Leihungsfläche des Steines bestimmt wird. Nun schneide man mit Hülfe der Schrägmaasse die anliegende Stirn- und Fugenfläche und reisse die Lehren derselben auf, wodurch die Hauptschnitte bestimmt sind. Die noch ebene Leihungsfläche wird später ausgehöhlt und zuletzt werden die Flächen des Trompillons geschnitten, wie oben.

Die isometrische Projektion des Steines ist in Fig. 10 Supplementtafel 7 mittelst der geometrischen Projektionen Fig. 8 und 9 dargestellt werden. Nach dem, was bereits in diesem und in den vorhergehenden Paragraphen über die Darstellung der Kegelflächen gesagt wurde, bedarf es wohl keiner weiteren Erklärung, wie die isometrische Projektion bei der Ausführung des entsprechenden Steines benützt werden müsse. Wir bemerken daher nur soviel, dass die beiden Kreisbögen $u2''$ und $2-3$ (Fig. 10) die Leitlinien für die grössere, und die Kreisbögen $3-2$, $3-2$ die Leitlinie für die kleinere Kegelfläche des Steines bilden.

Darstellung des Mittelstückes (Trompillons). (Figur 7.) Man schneide einen Zylinder, dessen Länge gleich derjenigen des Trompillons und dessen Leitlinie der Halbkreis *tr* (Fig. 2) ist; auf der vorderen Grundfläche des Zylinders reisse man nun den Halbkreis xz und auf der Mantelfläche des Zylinders den Halbkreis $t'r'$ (Fig. 1) auf, bestimme die Lage des Punktes s' in der Ebene xz (Fig. 2) und führe sodann die Schnitte aus.

160) Wenn man die Figuren 6 und 9 aufmerksam vergleicht, so wird man, was wir schon früher erwähnten, bestätigt finden: dass nämlich bei der Bearbeitung der Steine aus dem Rechtwinkelichen im Allgemeinen weniger Material verbraucht wird, als bei der Bearbeitung mittelst der Schrägmaasse. Denn es ist klar, dass man sich bei der ersteren Methode eines jeden Steines bedienen kann, welcher die durch die Konstruktion bestimmten Dimensionen besitzt, und dass man sogar enteckte Steine gebrauchen könnte, wenn z. B. das Eck an derjenigen Stelle fehlt, wo die konische Leibungsfläche hinfällt. Nicht so verhält es es sich bei der zweiten Methode, indem es unmöglich ist, mittelst des blosen Augenmaasses den möglichst kleinen Block auszusuchen, welcher den darzustellenden Stein noch einschliesst. Und dennoch gibt es Viele, welche bei dieser Methode an Material zu sparen glauben. Dieser Irrthum hat übrigens seinen Grund darin, dass die betreffenden Baumeister oder Steinhauer entweder aus Mangel an geometrischen Kenntnissen, oder aus Mangel an Zeit die graphischen Operationen, welche zur Bestimmung der Dimensionen des möglichst kleinsten Blockes nöthig sind, nicht ausführen können.

Diese Operationen bestehen aber im Allgemeinen

- 1) *In der Ausführung einer Projektion des Steines auf einer Ebene, welche auf der grössten Dimension des Steines senkrecht steht, und*
- 2) *In der Konstruktion des kleinsten Rechteckes, welches diese Projektion einschliesst.*

Die beiden Seiten des Rechteckes und die Länge des Steines bilden alsdann die Dimensionen des kleinsten Blockes, welcher den darzustellenden Stein einschliessen muss.

Diese Konstruktion wurde in der That auch bei vorliegender Aufgabe ausgeführt.

Man kann aber auch bei der Bearbeitung des Steines mittelst des Schrägmaasses den kleinsten Block bestimmen und zwar dadurch, dass man:

- 1) *den Stein auf eine Ebene projecirt, welche die Fläche enthält, die man unter allen zuerst bearbeiten will, und sofort um diese Projektion das kleinste Viereck konstruirt,*
- 2) *den Abstand der zuerst behauenen Fläche von dem entferntesten Punkte des Steines bestimmt.*

Uebrigens ist die Methode der Bearbeitung mittelst des Schrägmaasses nur dann vortheilhaft, wenn die äussere Leibung des Gewölbes nicht genau ausgeführt werden soll, oder sehr nahezu mit der inneren Leibung parallel ist.

Nichstdestoweniger kann man keiner dieser beiden Methoden einen unbedingten sondern nur einem relativen von den jedesmaligen Verhältnissen abhängenden Vorzug einräumen, indem es hierbei nicht nur auf die mehr oder weniger einfache Form des Steines, sondern auch auf die Genauigkeit ankömmt, mit welcher derselbe geschnitten werden soll; denn es ist gewiss, dass bei der Bearbeitungsmethode mittelst des Schrägmaasses die Schnitte eher fehlerhaft ausfallen können, als bei der Bearbeitung aus dem Rechtwinkelichen, da die Flächen mittelst der Schrägmaasse unmittelbar geschnitten werden, und die Fehler, welche bei den Flächenwinkeln der zuerst geschnittenen Flächen statt finden, und durch die Ungenauigkeit der Schrägmaasse verursacht werden, sehr leicht durch diejenige der zuletzt geschnittenen Flächen vergrössert anstatt aufgehoben werden können. Dieses findet bei der anderen

Methode niemals statt, indem die meisten Schnitte unabhängig von einander mit Hülfe der senkrechten Ebenen des rechtwinklichen Blockes mit der grössten Genauigkeit ausgeführt und die Richtigkeit derselben auf verschiedene Weise geprüft werden kann. Während demnach die Bearbeitungsmethode mittelst des Schrägmaasses nur eine Ersparniss an Arbeit gewährt, besitzt die andere Methode den doppelten Vorzug einer grösseren Genauigkeit und eines geringeren Bedarfes an Material.

Schiefes überhängendes Kegelgewölbe durch eine Böschungsmauer
Trompe biale dans un mur en talus.

(Taf. 26 Fig. 1—10).

161) Es sei gegeben 1) der Durchschnitt der Gewölbpfeiler in der Höhe der Kämpferebene (Fig. 1 Taf. 26). 2) Der Böschungswinkel der Mauer auf eine Ebene projicirt (Fig. 2), welche auf der Richtung der Böschungsmauer senkrecht steht.

Konstruktion des Entwurfes. Als Leibungsfläche des überhängenden Gewölbes wähle man die Fläche eines kreisförmigen Kegels, dessen Spitze in s' liegt, und dessen Axe $s'o'$ (Fig. 1) den Winkel $m's'e'$ in zwei gleiche Theile theilt.

Die Leitlinie dieses Kegels ist alsdann ein Halbkreis, dessen horizontale Projektion die Linie $m'n'$ bildet, welche auf der Axe des Kegels senkrecht steht.

Man projicire nun die Punkte m' und n' auf eine Ebene (Fig. 3), welche auf der Axe des Kegels senkrecht steht, denke sich dieselbe in die horizontale Projektionsebene niedergelegt und konstruire sofort den Halbkreis $m, 1, 2, 3, 4, 5$, welcher die zweite Projektion der Leitlinie bildet.

Die Linien s_1, s_2, s_3, s_4 (Fig. 3) sind daher eben sowohl die Leitlinien der Fugenflächen, als die vertikalen Projektionen der Erzeugenden der Kegelfläche.

Werden die Punkte 1, 2, 3, 4 auf die Linie $m'n'$ (Fig. 1) projicirt, so erhält man die horizontalen Projektionen der erzeugenden Linien. Endlich ergeben sich die vertikalen Projektionen dieser Linien, wenn man die Spitze s' der Kegelfläche, nebst den Punkten 1, 2, 3, 4 auf die vertikale Ebene (Fig. 2) projicirt. Aus den Durchschnittspunkten dieser Linien mit der Böschungsfläche $m''p''$ kann sofort die Kurve $m'c'e'$ bestimmt werden, nach welcher die Böschungsfläche von der Kegelfläche durchschnitten wird. Diese Kurve ist in Fig. 4 niedergelegt.

Da die Leibung des überhängenden Gewölbes die Fläche eines Kreiskegels bildet, so würde man für die Fuge des Trompillons am einfachsten einen Halbkreis nehmen, dessen Ebene auf der Axe des Kegels senkrecht steht; wegen der Unregelmässigkeit der Zurüstung dürfte es jedoch vielleicht noch zweckmässiger sein, zur sichtbaren Grenzlinie des Trompillons eine Ellipse zu nehmen, welche in einer vertikalen Ebene liegt und parallel ist mit der Durchschnittsline $m'm''$ der Böschungsebene der Mauer und der horizontalen Kämpferebene.

Diese Ellipse, deren horizontale Projektion in $x'z'$ liegt, wird nun als die Leitlinie eines Kegels betrachtet, dessen Spitze in a', a'' liegt, so dass die Linie $a''y''$ auf $s''c''$ (Fig. 2) senkrecht steht. Die Oberfläche des so erzeugten Kegels steht zwar nicht überall senkrecht auf der Leibung des überhängenden Gewölbes, aber die Winkel in den Punkten x' und z' sind so wenig von rechten Winkeln verschieden, dass sie als solche wohl betrachtet werden können. Aus der Durchschneidung der

Fugenfläche des Trompillons durch die vertikale Ebene $t'r'$, welche mit $x'z'$ parallel ist, ergibt sich eine zweite Ellipse, die nun als Leitlinie der kleinen Zylinderfläche dient, welche die Leibung des Trompillons bildet. Diese beiden Ellipsen wurden parallel mit sich selbst fortgerückt und in die Ebene Figur 7 niedergelegt.

In Fig. 8 ist die Entwicklung desjenigen Theiles der Leibung des Trompillons konstruirt, welcher durch die vertikale Ebene der Mauer abgeschnitten wird.

In Fig. 5 ist die Entwicklung der Leibungsfläche des Kegelgewölbes dargestellt. Die Konstruktion ist dieselbe wie im vorhergehenden Beispiele.

Man beschreibt nämlich aus s''' mit einem Radius $s'''m''' = s'm'$, einen Kreisbogen $m'''n'''$ und bestimmt auf diesem die Theilungspunkte 1, 2, 3, 4, n''' , welche man von dem Halbkreise $m1234n$ (Fig. 3) auf den Bogen $m'''n'''$ überträgt. Zieht man sofort die Linien $s'''1$, $s'''2$, $s'''3$, $s'''4$ und trägt auf diese die Längen der ihnen entsprechenden erzeugenden Linien auf, — deren wahre Grösse man dadurch erhält, dass man sie um die Axe des Kegels dreht, bis sie mit der Linie $s'm'$ zusammenfallen — so ist die Entwicklung (Fig. 5) bestimmt.

In Fig. 6 sind die Lehren der Fugenflächen konstruirt. Hierbei wurde eine jede Fugenfläche zuerst um die Axe des Kegels gedreht, bis sie mit der vertikalen Ebene sp zusammenfiel, alsdann parallel mit sich selbst fortgerückt und endlich in die Ebene (Fig. 6) niedergelegt.

Die Längen dieser Lehren ergaben sich aus Fig. 1, die Breiten aus Fig. 3 auf eine leicht von selbst verständliche Weise. Der Leser wird ohne Zweifel die Aehnlichkeit bemerkt haben, welche zwischen der Anordnung des vorliegenden Steinsystemes, und zwischen derjenigen des auf

Tafel 23 dargestellten stattfindet. Dieser Umstand ist eine natürliche Folge der Aehnlichkeit der beiden Steinsysteme selbst, denn der Unterschied zwischen dem konischen Gewölbbau und dem überhängenden konischen Gewölbe besteht einzig und allein darin, dass bei dem ersteren die beiden Mauerflächen von der Leibung desselben durchsetzt werden, während die Spitze des letzteren im Innern der Mauer liegt.

Steinschnitt. Man reisse auf den entsprechenden Flächen eines rechtwinklichen Blockes von gehöriger Grösse die Lehre *A* Fig. 3 auf, führe die durch die Grenzen derselben vorgezeichneten Schnitte senkrecht auf die Ebene des Blockes aus, und trage alsdann die horizontale Lehre *qvhk* (Fig. 1) und die Lehren der beiden Fugenflächen (Fig. 6) auf. Hierdurch wird sowohl die in der Mauerböschung als auch die in der vertikalen Mauerfläche befindliche Ebene des Steines bestimmt. Alsdann reisse man auf der Böschungsebene die Lehre *A*, und in der kleinen Zylinderfläche, deren Leitlinie die Ellipse *xz* (Fig. 3) ist, den kleinen Bogen auf, welcher zur Ellipse *x'b'z'* (Fig. 1) gehört. Diese Kurve, nebst derjenigen, durch welche die Lehre *A'* (Fig. 4) begrenzt wird, bilden die Leitlinien der in dem überhängenden Kegelgewölbe liegenden Leibungsfläche des Steines, die man sofort ausführt. Endlich bleibt noch die Zylinderfläche zu schneiden übrig, mit welcher der Stein auf dem zylindrischen Theile des Trompillons aufruht. Diess geschieht dadurch, dass man den der Ellipse *tr* (Fig. 7) entsprechenden Bogen an den beiden horizontalen und parallelen Seiten der Fugenflächen so hingleiten lässt, dass die Kurve immer in einer mit der vertikalen Mauerfläche parallelen Ebene liegt. Statt des Bogens *tr* (Fig. 7) könnte man sich auch des elliptischen Bogens *tr*

(Fig. 3) bedienen, nur müsste dann die Ebene dieser Kurve auf den Seitenkanten der Fugenflächen senkrecht stehen.

Die auf der kegelförmigen Fugenfläche des Trompillons aufliegende Fläche des Steines wird durch die beiden Bögen bestimmt, welche den Ellipsen xz und tr angehören.

Darstellung des Trompillons. Man schneide nach der elliptischen Lehre tr (Fig. 3) die Fläche eines senkrechten Zylinders, trage auf dieser die Entwicklung des kleinen Abschnittes (Fig. 8) auf, und führe nun die beiden schiefen Ebenen aus, von welchen die erste in der vertikalen Mauerfläche liegt, die andere aber den Gewölbgrad des Trompillons enthält, den man sofort mittelst der in Fig. 7 niedergelegten Lehre tr aufreissen kann. Zeichnet man endlich in die schiefe Ebene $x'z'$ die kleine Ellipse xz ein, und bestimmt sofort in der horizontalen Lagerfläche des Trompillons die Lage des Punktes s' , so kann nun auch die konische Leibungsfläche des Trompillons dargestellt werden.

Eine andere Methode ist folgende: Man schneide zuerst die horizontale Lagerfläche und die beiden vertikalen Ebenen des Trompillons, von welchen die erste in der Mauerfläche liegt, und die zweite den Gewölbgrad des Trompillons enthält. Auf diesen beiden Ebenen reisse man nun die Lehre $trxz$ (Fig. 7) auf. Die grössere der beiden Ellipsen dient sofort als Leitlinie der Zylinderfläche und die kleinere als Leitlinie der Kegelfläche. Mit dem Punkte s' sind dann alle Schnitte bestimmt.

Unter den oben angegebenen Mitteln zur Darstellung des Steines haben wir der Lehre der Leibungsflächen (Fig. 5) nicht erwähnt. In der That bedient man sich dieser Lehren nur dann, wenn der Stein mit Hülfe der Schräg-

maasse dargestellt werden soll. In diesem Falle verfährt man wie in § 159 angegeben wurde. Zuvor jedoch müssten die Schrägmaasse konstruirt werden, indem man die Entwicklungen der Körperwinkel konstruirt, welche durch die Lehren der Fugenflächen, der Stirnflächen und der als eben betrachteten Leibungsflächen gebildet werden.

*Ueberhängendes konisches Gewölbe, welches ein Thürmchen trägt.
Trompe conique supportant une tourelle.*

(Taf. 26 Fig. 11–16.)

162. Fig. 11 ist ein horizontaler Durchschnitt in der Höhe der Kämpferebene.

Fig. 12 ist die Projektion in einer Ebene, welche auf der Axe der Kegelfläche, die die Leitung des überhängenden Gewölbes bildet, senkrecht steht; *mun* ist eine Kurve von doppelter Krümmung, welche aus der Durchschneidung der Zylinderfläche des Thürmchens und der Kegelfläche des Gewölbes entsteht.

Fig. 13 ist die Entwicklung der halben Zylinderfläche des Thürmchens; die Figuren 14 und 15 enthalten die Entwicklung der Leibungsfläche, und die in eine Ebene niedergelegten Fugenflächen. Die Leibungen der Steine wurden hierbei als Ebenen betrachtet, d. h. für die Bögen $m_1, 12, 22$ etc. Fig. 12 wurden die Entfernungen der Punkte $m, 1, 2$ etc. genommen und auf dem aus s''' mit einem Radius $= s'm'$ beschriebenen Bogen $m122$ aufgetragen.

Steinschnitt. Man schneidet einen prismatischen Block dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion A (Fig. 12) des Steines ist, und reißt auf diesem die horizontale Lehre $hkvmq$ auf; alsdann wird die kleine Zylinder-

fläche behauen, welche in der äusseren Mauerfläche des Thürmchens liegt, und auf dieser die Entwicklung A' (Fig. 13) mittelst einer Lehre aufgetragen; die Ausführung der übrigen Schnitte ist dann ein Leichtes.

Die symmetrische Beschaffenheit dieses überhängenden Gewölbes macht hier die Anwendung des Schrägmaasses geeignet. Zu diesem Zwecke legt man durch den Punkt c, c' (Fig. 11 und 12) eine Ebene, welche auf der Kämpferlinie $s'n'$ senkrecht steht. Diese Ebene enthält den von der Leibungsfläche des ersten Steines und der horizontalen Ebene gebildeten Flächenwinkel. Um denselben in die horizontale Ebene niederzulegen, trägt man die Höhe des Punktes c , nach $c'c''$ (Fig. 11) und konstruirt sofort das Schrägmaass, welches für die übrigen Steine gleichfalls dient, da die Grundfläche des Kegels ein Kreis ist, und daher die als eben gedachten Leibungsflächen der Steine mit ihren Fugenflächen überall dieselben Winkel bilden. Um nun den Stein selbst darzustellen richte man eine Ebene zu, welche die beiden Kanten der Leibungsfläche enthält, schneide an diese mit Hülfe des Schrägmaasses die beiden Fugenflächen und reisse auf denselben die entsprechenden Lehren dieser Fugenflächen auf.

Dadurch werden die vertikalen und die horizontalen Flächen des Steines bestimmt. Alsdann trage man die Lehre $hkv m'q$ auf, schneide die kleine Zylinderfläche des Thürmchens und bestimme die Grenze derselben mit Hülfe der Lehre A' (Fig. 13). Endlich hat man noch die zylindrische und konische Fugenfläche des Steines zu behauen, womit dieser auf dem Trompillon aufliegt. Die Kurve, durch welche die Lehre A' begrenzt wird, und der Gewölbgrad xz des Trompillons dienen als Leitlinien der konischen Leibungsfläche des Steines.

Isometrische Methode. Die isometrische Projektion Fig. 3 (Suppl.-Tafel 8) welche aus den geometrischen Projektionen Fig. 1 und 2 hergeleitet wurde, kann zur Darstellung des Steines auf folgende Weise benützt werden.

- 1) Man bestimme mittelst einer Lehre den Bogen ba und schneide die kleine Zylinderfläche $abab$ (Figur 3).
- 2) Man bestimme mittelst einer Lehre den Bogen cd , und schneide die Zylinderfläche $ccdd$.
- 3) Man reisse mittelst einer Bogenlehre ln (Fig. 1) den Kreisbogen ln (Fig. 3) auf und schneide die Kegelfläche $lban$.
- 4) Man zeichne mittelst einer Lehre den Kreisbogen $l'h$ auf und schneide senkrecht auf die Ebene $iiggh$ die Zylinderfläche $l'hhml$, welche in der äusseren Mauerfläche des Thürmchens liegt.

Die Ausführung der übrigen Schnitte ergibt sich nun von selbst. —

Anwendung der überhängenden Gewölbe. (Taf. 27).

Application des trompes.

163. In Fig. 1 Taf. 27 ist der Grundriss eines rechtwinkelig begrenzten Raumes gegeben, welcher ein *Treppenhaus* (la cage d'un escalier) bilden soll. Das Quadrat $s'm'e'n'$ ist die horizontale Projektion eines Treppenabsatzes, welcher durch ein überhängendes konisches Gewölbe getragen wird, dessen Scheitel in s' (Fig. 1) liegt. Als die Leitlinie der Kegelfläche, welche die Leibung des Gewölbes bildet, wird eine Ellipse $m'n'$ (Fig. 1) genommen, welche in Fig. 3 niedergelegt ist. Die halbe kleine Axe

dieser Ellipse ist $\equiv \frac{1}{2} ne$ (Fig. 2) und wird daher durch die grössere oder geringere Steigung des Gewölbes bestimmt.

Nachdem man die Theilpunkte, durch welche die Fugen der Gewölbsteine gehen sollen, auf der Kurve $m''c''n''$ (Fig. 3) gewählt hat, trage man dieselben auf die horizontale Projektion $m'n'$ (Fig. 1) über und leite sofort aus dieser die vertikale Projektion scn (Fig. 2) her; die Höhen der Punkte ergeben sich aus Fig. 3. Alsdann ziehe man die horizontalen und die vertikalen Projektionen der Leibungskanten und konstruirt den parabolischen Bogen, welcher aus der Durchschneidung der Kegelfläche des überhängenden Gewölbes und der vertikalen Ebene $m'e'$ bestimmt wird. Ein zweiter parabolischer Bogen, welcher in der Ebene $e'n'$ (Fig. 1) liegt, ist dem ersteren vollkommen gleich; seine vertikale Projektion ist die Linie ne (Fig. 2). Man bestimme nun in den Figuren 2 und 3 die Höhen der Lagerflächen und leite aus diesen die horizontalen Projektionen der Fugenfläche her. So ergibt sich für die Fugenfläche des Schlusssteines das Fünfeck $v'u'z'z'x'$, dessen Seiten von folgenden Linien gebildet werden:

- * 1) Von der Leibungskante $v'u'$.
- 2) Von der Linie $u'z'$, nach welcher die vertikale Ebene $n'e'$ von der Fugenfläche durchschnitten wird.
- 3) Von der Linie $z'z'$, nach welcher die horizontale Ebene rz (Fig. 3) von der Fugenfläche durchschnitten wird.

* Die zu diesem Gewölbe gehörenden Projektionen, nebst einer perspektivischen Ansicht sind in grösserem Maassstabe auf Supplementtafel 8 Fig. 4—8 dargestellt.

- 4) Von der Linie $z'x'$, oder dem Durchschnitte der Fugenfläche mit der Fläche der Mauer, welche das Treppenhaus bildet. Endlich
- 5) Von der kleinen Linie $x'v'$, nach welcher die Fugenfläche von der konischen Oberfläche des Trompillons durchschnitten wird.

Man hätte die Fugenfläche noch durch die Mauer fortsetzen können; es ist jedoch zweckmässiger, die Schnitte so auszuführen, wie es die Figuren 5 und 7 zeigen.* Diese Zurüstungsmethode hat den Vortheil, dass sie der Mauer die nöthige Stärke lässt, um die höherliegenden Massen des Gebäudes tragen zu können.

Wenn die Dimensionen des überhängenden Gewölbes zu gross sind, so werden die Steine aus mehreren Stücken zusammengesetzt. So wurde im vorliegenden Beispiele der Schlussstein aus drei Theilen zusammengesetzt. Der erste (Figur 5 Tafel 27 und Figur 8 Supplementtafel 8) ruht auf dem Trompillon oder bildet mit diesem ein Ganzes; der zweite (Fig. 6) ruht auf dem ersten Theile und enthält die Kämpferebene der steigenden Zylindergewölbe; ein drittes Stück endlich, welches hinter dem zweiten liegt, ist mit dem Ecksteine der Hauptmauer verbunden.

Unter diesen ist das zweite Stück (Fig. 6 Taf. 27. und Fig. 8 Suppl.-Taf. 8) das wichtigste. Es ist von dem dritten durch eine vertikale Fugenfläche ti (Fig. 1) getrennt, von

* Da diese Figuren auf der Originaltafel durchaus verkehrt und unrichtig gezeichnet sind, so verweise ich hier den Leser ein für allemal auf die Figuren 8 und 9 der Supplementtafel 8, sowie auf Figur 1 und 2 Supplementtafel 9.

den zweiten aber durch eine konische Fugenfläche, deren Spitze in e' liegt und deren Leitlinien, der elliptische Bogen 3-3 Fig. 3 ist. Die Durchschnittslinie dieser Kegelfläche mit der oberen Lagerfläche der zweiten Steinschichte ist ein hyperbolischer Bogen.

Da die Fugenflächen auf der Projektionsebene (Fig. 3) senkrecht stehen, so müssen ihre Projektionen in dieser Ebene gerade Linien sein. Es wurden dieselben in Fig. 3 parallel mit sich fortgerückt bis zum Punkte o und alsdann in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

Die Fugenfläche des Trompillons ist eine Kegelfläche, deren Leitlinie eine, derjenigen des überhängenden Gewölbes ähnliche Ellipse ist.

Statt des überhängenden Kegelgewölbes könnte man zur Unterstützung des Treppenabsatzes auch den 4ten Theil eines Klostergewölbes anwenden. Ein solches System stellt Figur 4 dar.

164. Die parabolischen Bögen se und en (Fig. 2) bilden die Leitlinien für die überhängenden Zylindergewölbe, welche die Stufen zu tragen haben. Die Zurüstung kann ausgeführt werden, wie Fig. 2 zeigt; sind die Gewölbe zu lang, so wird dieselbe Zurüstung mehrere Male wiederholt.

Damit die Mauer so wenig als möglich geschwächt werde, gibt man den Steinen durch einen Theil der Mauerdicke horizontale Schnittflächen, wie wir bereits bei dem überhängenden Kegelgewölbe bemerkt haben.

Die Neigung des Systemes macht die Eintheilung in eine ungerade Anzahl von Gewölbsteinen unnöthig, indem hier der Schlussstein durch denjenigen Gewölbstein ersetzt wird, welcher sich der vertikalen Lage am meisten nähert.

165. Wenn die obere Steinlage des überhängenden Gewölbes soweit von der vertikalen Mauer entfernt ist, dass die Steine nicht mehr fest genug mit der Mauer verbunden werden können, so muss man zu folgenden Mitteln seine Zuflucht nehmen. Bei dem letzten Gewölbsteine wird statt der gewöhnlichen Fugenfläche ein Hackenschnitt ausgeführt, wie der Durchschnitt des Steines *a* (Fig. 4) zeigt. Bringt man zugleich in der obern Lagerfläche des Steines eine kleine Vertiefung an, in welche eine entsprechende Vorragung des darüberliegenden Steines genau passt, so sieht man leicht ein, dass die äusserste Reihe der Gewölbsteine weder von den Fugenflächen der vorletzten Reihe herabgleiten, noch von der Hauptmauer, in welcher die Stufen mit ihrem einen Ende eingelagert sind, sich entfernen kann.

Man könnte die Steine auch auf die in Figur 8 dargestellte Weise miteinander verbinden, wo die Steine *a* mit den Steinen *b* und diese mit *c* theils durch Hacken, theils durch zapfenartige Vorsprünge miteinander verbunden sind.

Wenn die Treppe nur eine geringe Breite besitzt, so kann man die Stufen so schneiden, dass sie zugleich die äusserste Reihe der Gewölbsteine bilden; eine jede Stufe (Fig. 9) wird dann mit ihrem einen Ende in der Mauer befestigt, und trägt am anderen Ende ein Stück der Treppentwange.

Endlich kann man auch, wie Fig. 4 zeigt, den am meisten vorspringenden Steinen die beim flachen Sturze angewandten Schnittflächen geben, was jedoch nicht hindert, auch noch den in *a* angezeigten Hackenschnitt auszuführen.

Dass die Schnitte *a* und *c* (Fig. 4) für diejenigen Steine, welche in den Ecken des Treppenabsatzes liegen, nicht

nöthig sind, indem dieselben hinreichend durch den Druck der steigenden Zylindergewölbe in ihrer Lage erhalten werden, dürfte sich wohl von selbst verstehen.

Die Anwendung eiserner Klammern, Bolzen und anderer Befestigungsmittel, welche bei den Steinkonstruktionen häufig benützt werden, können wir hier nur erwähnen, da unsere Aufgabe einzig und allein in der Bestimmung der zur Festigkeit der Steinsysteme nöthigen Schnittflächen besteht.

Steinschnitt. (Fig. 6 Taf. 27 und Fig. 8 Supplem. 8.) Als Beispiel wählen wir den mittleren Theil des Schlusssteines des überhängenden konischen Gewölbes. Man richte einen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion des Steines ist, in welcher man auch die auf dem steigenden Zylindergewölbe senkrechten Schnittflächen begreift; auf der vertikalen Ebene $e'd'$ des einspringenden Winkels $b'e'd'$ (Fig. 1) wird nun die Lehre A (Fig. 2) aufgetragen und so die Neigung des ansteigenden Gewölbes bestimmt. Senkrecht auf die Neigungslinie wird alsdann eine Ebene angeschnitten und auf dieser mittelst einer Lehre die Fläche B aufgezeichnet; nun kehrt man die Lehre A um, legt sie in die vertikale Ebene $b'e'$, bestimmt die Richtung des absteigenden Gewölbes, führt die auf der Neigungslinie senkrecht stehende Schnittfläche aus und trägt auf dieser die Lehre des senkrechten Durchschnittes B auf.

In der vertikalen Ebene ti wird nun die Lehre E (Fig. 3) eingezeichnet; diese bestimmt die Lage der beiden Fugenflächen und einen kleinen horizontalen Zylinder $3\ 3\ 3''\ 3''$, welcher den Bogen 3-3 enthält, womit der mittlere Theil des Steines an den ersten Theil grenzt.

Um die Leibungsfläche des Steines zu bestimmen kann man auf zweierlei Weise verfahren. Die erste Methode besteht darin, dass man zuerst die zylindrischen Flächen schneidet, welche den steigenden Gewölben angehören, und die Grenzen derselben mittelst der Lehre *F* (Fig. 2) bestimmt; nach der 2ten Methode schneidet man die Leibung des ansteigenden Zylindergewölbes nur bis zur vertikalen Ebene *e'u'* (Fig. 4 Supplementtafel 8), zeichnet auf dieser den kleinen parabolischen Bogen *eu* auf, und führt dieselbe Operation auch für das absteigende Gewölbe aus. Die beiden symmetrischen Bögen *eu* und der Bogen 3-3 bilden dann die Leitlinien für die konische Leibungsfläche.

Die konische Fugenfläche, mit welcher das mittlere Stück des Schlusssteines an das erste Stück grenzt, wird durch den elliptischen Bogen 3-3 und durch den kleinen hyperbolischen Bogen bestimmt, nach welchem die obere Lagerfläche der zweiten Steinschichte von der konischen Fugenfläche 33*e'* durchschnitten wird. Um den hyperbolischen Bogen auf dem Steine aufzutragen, hat man die Lehre *C* zu konstruieren.

Die Darstellung des Trompillons (Fig. 5 Taf. 27 und Fig. 9 Supplementtafel 8), bietet keine Schwierigkeiten dar; die Kante der konischen Fugenfläche und der parabolische Bogen reichen hin, um alle Schnitte zu bestimmen.

Isometrische Methode. Obgleich die in Fig. 8 Supplementtafel 8 dargestellte isometrische Projektion des Steines keineswegs geeignet ist, um zur Ausführung der Schnitte benützt zu werden, weil die Lage des den Grundriss einschliessenden Rechtekes so gewählt wurde, dass sich die Flächen, durch welche der Stein begrenzt wird, in der isometrischen Projektion so wenig als möglich decken konnten, so hindert diess doch nicht, die zu befolgende

Methode mit Hülfe dieser Projektion auseinander zu setzen.

Die der Reihe nach auszuführenden Operationen sind folgende :

- 1) Man schneidet einen rechtwinklichen Block, dessen Seitenflächen mit der vertikalen Ebene *titi* theils parallel sind, theils senkrecht darauf stehen.
- 2) In die beiden Grundflächen dieses Parallelopipedons wird nun mittelst der in der isometrischen Projektion anzugebenden Ordinaten die horizontale Projektion des Steines aufgetragen und nach den Grenzen derselben ein prismatischer Block geschnitten.
- 3) In die vertikale Fläche *titi* wird mittelst einer Lehre der kleine elliptische Bogen $3''3''$ eingerissen, und die Zylinderfläche $333''3''$ geschnitten.
- 4) Man schneide mit Vorsicht die kleine horizontale Ebene *fhgl*, indem man den hyperbolischen Bogen *hl* durch die Ordinaten der isometrischen Projektion bestimmt; diese Ordinaten müssen durch Merkpunkte gehen, welche den auf dem Bogen $3-3$ angenommenen Merkpunkten entsprechen. Nun wird
- 5) die kleine Kegelfläche $33hl$ geschnitten.
- 6) Man schneide die horizontale Ebene *tmnr'p'r'nm* nachdem man zuvor die nöthigen Punkte bestimmt hat, und behaue dann auch die kleinen schiefen Ebenen *nqq'r'*.
- 7) Man schneide mit Vorsicht die vertikalen Ebenen *ue'e''*, *ue'e''* und bestimme aus der isometrischen Projektion die auf den Kurven *ue'* liegenden Merkpunkte.

8) Man schneide mittelst der zuvor bestimmten Punkte e, r, d, u', w', w, q die auf dem überhängenden Zylinder- gewölbe senkrecht stehende Ebene $erdu'w'wq$ und ebenso die Ebene $bduw'wqq'b$ mittelst der Punkte b, q', q, w, d . Sofort werden auch mittelst eigener Leh- ren die Bögen ud und $u'd$ aufgetragen, die nöthigen Merkpunkte darauf bestimmt und nun

9) und 10) sowohl die beiden parabolischen Zylinder- flächen $ue'd$ und $uu'de'$ als auch die konische Lei- bungsfläche $33ue'u$ des überhängenden Gewölbes geschnitten.

11) Noch sind jetzt folgende Flächen zu behauen:

- a) die horizontalen Flächen $m'n'z$,
- b) die Fugenflächen $fh3uzmi$ und $gl3uzm't$,
- c) die schiefen Flächen $n'zw'w$ und endlich
- d) die beiden Fugenflächen $zw'uu'$.

Der dem Schlusssteine (Fig. 8 Supplementtafel 8) an- liegende Gewölbstein ist von derselben Seite gesehen in Figur 1 und 2 Supplementtafel 9 von oben und von unten dargestellt; es muss jedoch bemerkt werden, dass die Darstellung Figur 2, welche den Stein von unten zeigt, gleichsam als das Bild des Steines in der Spiegel- fläche $ABCD$ zu betrachten ist, indem zwischen bei- den Zeichnungen in Folge der bei der zweiten Figur eingehaltenen Konstruktion dieselbe Beziehung stattfindet, wie zwischen einem Gegenstande und seinem Bilde; denn beide Figuren wurden aus einem und demselben Grundrisse hergeleitet und die zweite Projektion dadurch erhalten, dass man die Höhen der Punkte, welche in Figur 1 aufwärts getragen wurden, abwärts trug. Es ist aber leicht einzusehen, dass wenn man den Stein von un- ten gesehen, so darstellen wollte, wie er sich dem Auge in

der Wirklichkeit zeigt, alsdann der Punkt *D* an die Stelle des Punktes *B* fallen und darnach der ganze isometrische Grundriss verändert werden müsste; die Höhen der Punkte müssen dann aufwärts getragen werden. Unser Zweck war hierbei, diesen wegen seiner eigenthümlichen Verbindungsweise mit der Mauer ziemlich schwer in der Anschauung zu fixirenden Stein dem Leser von allen Seiten vor Augen zu stellen. Aus diesem Grunde wurde auch die in Figur 10 (Supplementtafel 8) dargestellte Ansicht nach der Richtung *I—III* konstruirt.

Da in allen Figuren dieselben Punkte durch gleiche Buchstaben bezeichnet sind, so kann der Leser die verschiedenen Flächen des Steines leicht mit einander vergleichen und die Begrenzungsweise sowie die Darstellungsmethode desselben dem Studium unterwerfen.

Die Figuren 11, 12 und 13 zeigen die drei Theile, aus welchen man den Stein, im Falle derselbe zu gross sein sollte, zusammensetzen kann; hiedurch dürfte die in Figur 10 vorgenommene Zerlegung für den Leser verständlicher werden, als es durch die Ansicht der zehnten Figur allein möglich ist. Wir bemerken nur noch, dass diese Zerlegung in der isometrischen Projektion selbst ausgeführt wurde, weil sie in den geometrischen Projektionen, wegen der grossen Anzahl der sich deckenden Linien kaum möglich gewesen wäre. Ueberhaupt lassen sich mit Hülfe der isometrischen Projektionen die Durchschnitte der verschiedenen Flächen, meistens eben so leicht, ja weil dem Auge Alles gleichsam offen da liegt, oft viel leichter und schneller ausführen, als in den geometrischen Projektionen. Wir haben dieses durch die Konstruktion des kleinen hyperbolischen Bogens $2'\alpha'\beta'$ (Fig. 10 Supplementtafel 8), dessen horizontale Projektion $\beta''\alpha''2''$ in Figur 4 eine gerade Linie ist, zu zeigen

versucht. Nachdem der Punkt M , welcher die Spitze der durch den elliptischen Bogen 23 gelegten konischen Fugenfläche bildet, aus Fig. 4 durch seine Ordinate MM' bestimmt war, wurden durch die Punkte $2'$, α' und β' die Linien $M2'2''$, $M\alpha'\alpha''$ und $M\beta'\beta''$ gezogen, und so die Punkte $2''$, α'' und β'' bestimmt. Durch diese wurden nun vertikale Ordinaten konstruiert, und sofort die Erzeugenden $M22'$, $M\alpha\alpha'$, $M\beta\beta'$ der konischen Fugenfläche $22'\alpha'\beta'3'3$ gezogen; durch die Vereinigung der hiedurch bestimmten Punkte $2'$, α' und β' ergab sich sofort die gesuchte Kurve $2'\alpha'\beta'$; auf gleiche Weise kann man auch den Punkt $3'$ bestimmen, obgleich dieser unmittelbar dadurch erhalten wird, dass man durch w parallel mit zz die Horizontale $w3'$ zieht.

Konische Thüreinvölbungen (Taf. 28).

Arrière-voussures coniques.

166) Die konischen Flächen werden zuweilen auch bei Vorgewölben oder bei Einwölbungen von Thüren angewendet. Hierher gehörende Beispiele sind auf Taf. 28 dargestellt. In Fig. 1 und Fig. 4 ist der horizontale Durchschnitt der Thürpfeiler in der Höhe der Kämpferebene gezeichnet. Der zu überwölbende Flächenraum besteht aus zwei Rechtecken und einem Trapeze; das erste, grössere Rechteck, welches die eigentliche Thüröffnung bildet, wird mit einem kreisförmigen Zylindergewölbe überdeckt, dessen Axe auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht und dessen Leitlinie der Halbkreis $a e c$ (Figur 5 und 2) ist.

Das kleine Rechteck $v'u'v''u''$ wird mit einem anderen Kreiszyldergewölbe überdeckt, dessen Leitlinie der

Halbkreis $v4u$ ist. Dadurch entsteht eine zylindrische Vertiefung, welcher wir früher den Namen Falze gegeben haben. Dieser Raum ist zur Aufnahme der Thürflügel bestimmt, wenn die Thüre geschlossen werden soll.

Das Trapez $v''u''b'd'$ endlich kann mit der Oberfläche eines schiefen Kreiskegels überwölbt werden, dessen Leitlinie der Halbkreis $v4u$ bildet, und dessen Scheitel in die Punkte s und s' projicirt ist. Die Durchschnittlinie dieses Kegels mit der äusseren Mauerfläche ist dann offenbar ein Kreisbogen, dessen Mittelpunkt in i liegt und welchen man den Stirnbogen (*arc de tête*) nennt.

Indessen gehört dieser Bogen fast immer zu den gegebenen Grössen der Aufgabe, so dass die Kegelfläche, welche die Leibung des Gewölbes bildet, meistens dadurch bestimmt wird, dass sie die parallelen Kreisbögen $v4u$ und $b1d$ enthalten soll. Um dieser Bedingung Genüge zu leisten projicire man die Punkte 1 und 4, welche die Scheitelpunkte der beiden gegebenen Kreise bilden, in die Hülfs-ebene (Fig. 3) und verbinde dieselben durch eine gerade Linie 1 — 4. Diese muss alsdann eine Erzeugende der Kegelfläche sein. In dieselbe Hülfs-ebene projicire man nun auch die Mittelpunkte o und i der beiden gegebenen Kreisbögen, und verbinde ihre Projektionen o'' und i'' durch die Linie $o''i''$; diese Linie bezeichnet nun die Axe des Kegels und bestimmt in ihrer Durchschneidung mit der Linie 1 4 die Projektion s'' der Spitze des Kegels. Aus dieser lassen sich sofort auch die beiden anderen Projektionen s und s' herleiten.

Die schiefen Seiten $v''b'$ und $u''d'$ (Fig. 1 und 4) des Trapezes bilden die Leitlinien zweier vertikalen Ebenen, an welche sich die Thürflügel bei geöffneter Thüre anlehnen. Diese Ebenen müssen die konische Fläche der

Thüreinvölbung nach zwei hyperbolischen Bögen durchschneiden, welche man dadurch erhalten würde, dass man in den Durchschnittspunkten der Linien $v''b'$ und $u''d'$ und der erzeugenden Linien des Kegels senkrechte Linien errichtete, und dieselben soweit verlängerte, bis sie die entsprechenden vertikalen Projektionen der erzeugenden Linien durchschneiden. Da jedoch die Durchschnitte unter sehr spitzen Winkeln statt finden, so ist es zweckmässiger, auf der Oberfläche des Kegels eine gewisse Anzahl von Kreisen zu wählen, welche mit der vertikalen Ebene parallel sind, und in den Punkten, wo die horizontalen Projektionen dieser Kreise von den Leitlinien der vertikalen Ebenen $u''b'$ und $u''d'$ durchschnitten werden, senkrechte Linien zu errichten.

Werden diese Kreise durch die Punkte 1, 2, 3, 4, gelegt, welche die Linie 1 — 4 in 4 gleiche Theile theilen, so erhält man die Mittelpunkte derselben dadurch, dass man die Entfernung (oi , $o''i''$) der Mittelpunkte o und i in eben so viele gleiche Theile theilt.

Die Zurüstung des Systemes wird nun auf folgende Weise bestimmt. Man theile den Halbkreis $v4u$ in so viele gleiche Theile, als man Gewölbsteine haben will, und lege durch die Theilungspunkte und den Mittelpunkt des Kreises Fugenflächen. In Folge dieser Anordnungen müssen die Leibungskanten in dem Zylindergewölbe, welches die eigentliche Thüre bildet, und in der zylindrischen Falze, gerade Linien sein, in der konischen Fläche hingegen hyperbolische Bögen, deren vertikale Projektionen mit den Leitlinien der Fugenflächen zusammenfallen. Die horizontalen Projektionen dieser Kurven ergeben sich dadurch, dass man aus den Punkten, wo die Leitlinien der Fugenflächen die vertikalen Projektionen der Kreise 1, 2, 3 und 4

durchschneiden senkrechte Linien auf die Grundlinie fällt, und dieselben verlängert, bis sie die entsprechenden horizontalen Projektionen der Kreise durchschneiden.

Wir haben diese Konstruktion nur für die eine Hälfte des Systemes ausgeführt, um die andere Hälfte für das Folgende vorzubehalten.

In Fig. 6 sind die drei Fugenflächen in ihrer wahren Grösse dargestellt. Damit ihre oberen Kanten k , h und x in eine Linie zusammenfielen, wurden sie um horizontale Linien gedreht, deren vertikale Projektionen in den Punkten m , n und r liegen und welche von der vertikalen Linie $1\ i''$ (Fig. 3) ebensoweit entfernt sind, als von den Endpunkten k , h und x der Fugen ok , oh und ox ; die erste Fugenfläche wurde daher in die horizontale Ebene mp , die zweite in die Ebene nq , die dritte in die Ebene rg niedergelegt. Wie die Punkte m , n und r zu finden seien, lehrt die geometrische Konstruktionslehre.

In Fig. 7 ist die von dem hyperbolischen Bogen begrenzte vertikale Ebene $b'v''$ in die vertikale Projektionsebene umgelegt.

Fig. 8 ist derjenige Theile der Stirnfläche des Steines A, welcher in der äusseren Mauerfläche liegt.

167. Bevor wir zur Darstellung der Steine übergehen, müssen wir noch einer Operation erwähnen, ohne welche das Gewölbe ganz fehlerhaft ausfallen könnte. Diese Operation besteht in der Untersuchung ob die Thüreinsenkung eine hinreichende Höhe besitze, damit sich die Thürflügel frei darunter bewegen und an die vertikale Ebene $b'v''$, und $d'u''$ anlegen können, ohne dass sie die Leibung des konischen Gewölbes berühren. Um sich zu versichern, dass dieser Uebelstand nicht statt finde, kann man auf

folgende Weise verfahren. Durch einen beliebigen Punkt w , welcher auf dem, die Leitlinie der Falze bildenden, Halbkreise liegt, lege man eine horizontale Ebene und konstruirt die Kurve $w'l$ Fig. 4, nach welcher die konische Leibung der Gewölbes von dieser Ebene durchschnitten wird. Beschreibt man nun aus v'' mit der Linie $v''w'$ einen Kreis, so wird der Durchschnittspunkt l dieses Kreises und der so eben konstruirten Kurve den Ort bestimmen, wo die Leibung des konischen Gewölbes von dem Punkte w des Thürflügels berührt wird; liegt der Punkt l ausserhalb des Trapezes $v''u''b'd'$, so wird sich auch der Punkt w des Thürflügels unter dem Gewölbe frei bewegen können; die gleiche Prüfung nimmt man mit mehreren in verschiedenen Höhen liegenden Punkten vor. Würde für einen dieser Punkte eine Berührung des Gewölbes innerhalb des Trapezes satt finden, so müssten die gegebenen Grössen verändert und die Konstruktion des Systemes von Neuem begonnen werden. Gewöhnlich wird jedoch diese Prüfung von den Baumeistern vernachlässigt, indem dieselben, wenn das Gewölbe eine freie Bewegung der Thüre verhindert, an Ort und Stelle nachhelfen.

Steinschnitt. Man behaue den Stein nach der vertikalen Projektion A desselben zuerst so, als ob er zu einem gewöhnlichen Zylindergewölbe gehörte und reisse dann die Lehren der Fugenflächen (Fig. 6), sowie die Lehre A' (Fig. 8) auf. Hieraus ergeben sich die Linien by und yz , welche die Lage der vertikalen Ebene byz (Fig. 5) bestimmen, die man nun mit Vorsicht herausarbeitet, bis man die Lehre byz (Fig. 7) hineinpassen kann. Die Merkpunkte, welche man auf den Kurven $b1$, 14 , $4t$ und zb bezeichnet hat (Fig. 5 u. 9) bestimmen die Lagen der Erzeugenden der Kegelfläche. In Fig. 9 ist der Stein perspektivisch dargestellt.

Isometrische Methode. Die isometrische Projektion dieses Steines ist in Figur 5 Supplementtafel 9 aus den geometrischen Projektionen Fig. 3 und 4 hergeleitet worden. Um dieselbe bei der Darstellung der Steine zu benutzen, verfährt man auf folgende Weise:

Man schneide zuerst die Zylinderfläche $1'2'3'4'4321$ sowie die vertikale Ebene $b'bzz'$ und bestimme in derselben die Lage der Punkte 1, 2, 3 und 4; alsdann werden die Ebenen $i'h'i h$, $h'e d u 4 1 h$, $z'x'x z$, $f x'x y z t t c f$, sowie die Zylinderfläche $e f c''d''$ dargestellt, und die Lage der Punkte d , u , $d''c$, c'' , t , t , bestimmt.

Man kann nun die kleine Zylinderfläche $4 u t t$ schneiden, indem man eine dem Bogen $c d$ entsprechende Lehre in senkrechter Richtung an den Kanten $4u$ und $t t$ hingleiten lässt. Zuletzt wird die konische Fläche $b 1 2 3 4 t z b$ geschnitten, wobei man sich der Erzeugenden 2-2, 3-3, 4-4 etc. bedient.

Konische Thüreinvölbung nach einer andern Methode.

(Taf. 28 Fig. 10—13.)

168. Wenn die Thürwölbung durch einen Kreisbogen ae bestimmt ist, und der Stirnbogen bi gleichfalls ein Kreisbogen sein soll, so kann die Einwölbung durch eine Kegelfläche gebildet werden, deren Spitze man dadurch findet, dass man die gegebenen Endpunkte (a, a') und (b, b') der beiden Bögen durch gerade Linien $(ab, a'b')$ verbindet und dieselben bis zu der durch die Mitte der Figur gehenden vertikalen Linie verlängert. Hieraus ergibt sich die Spitze (s, s') der Kegelfläche. Die erzeugenden Linien derselben bilden nun die Leibungskanten des Gewölbes und die Fu-

genflächen müssen durch den Scheitelpunkt s, s' gehen. Damit der Stirnbogen von den Fugenflächen nicht unter zu spitzen Winkeln durchschnitten werde, muss man eine jede Fugenfläche aus zwei verschiedenen Ebenen zusammensetzen, von welchen die erste Ebene durch die Linie uz , welche eine Normale des Thürbogens ist, und durch die Leibungskante des Zylindergewölbes, — die zweite Ebene dagegen durch die Leibungskante vu und durch die Normale vn des Stirnbogens geht. Diese Anordnung zeigt Figur 11.

Anstatt die beiden Theile der Fugenfläche durch eine Ebene uxz (Fig. 11) zu trennen, könnte man dieselben auch soweit verlängern, bis sich dieselben nach einer Linie $u'r'$ (Fig. 10) durchschneiden; will man endlich die Fugenflächen nicht aus zwei Ebenen zusammensetzen, so darf man nur einen mittleren Durchschnitt der Kegelfläche konstruiren und in den Theilungspunkten derselben Normalen errichten.

Steinschnitt. Man schneide einen prismatischen Block, dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion ist; die Lehren A und A' bestimmen dann alle übrigen Schnittflächen.*

Isometrische Methode. Die isometrische Projektion ist in Fig. 8 Supplementtafel 9 dargestellt, und aus den geometrischen Projektionen des Steines (Fig. 6 und 7) hergeleitet worden. Um dieselben zum Steinschnitt zu benützen,

* Die Angabe des Verfassers ist, wie der Leser aus dem Folgenden ersehen wird, wegen ihrer Mangelhaftigkeit unrichtig.

werden zuvor die Punkte $c, c', g', a', u', z', a, u$ bestimmt und sodann folgende Flächen geschnitten:

- 1) die horizontale Ebene $cc'g'gfc$;
- 2) die Fugenfläche $g'ga'a'$ und $z'zu'u'$;
- 3) die Zylinderfläche $a'u'a'u$.

Nun wird der Kreisbogen bv aufgerissen und mittelst einer entsprechenden Anzahl von Merkpunkten 1, 2, 3 etc. die Kegelfläche $aubv$ geschnitten: die noch auszuführenden Schnitte sind nun

- 1) die Fugenfläche $nvux$,
- 2) die kleine vertikale Ebene xzu ,
- 3) die Fugenfläche $bcfa$ und
- 4) die kleine vertikale Ebene afg .

Konische Thüreinvölbung nach einer dritten Methode.

169) In Fig. 12 wird die Thüreinvölbung von der Fläche eines elliptischen Kegels gebildet, dessen Leitlinie der Kreis der Ellipse td und dessen Spitze in den Punkten s' und o projicirt ist.

Eine jede Fugenfläche wird hier aus zwei Ebenen zusammengesetzt, von welchen die erste auf dem Zylindergewölbe der Thüre, und die zweite auf der Ellipse td senkrecht steht. Die Durchschnittslinie beider Gewölbe ist eine Kurve ($ce, c'e'$) von doppelter Krümmung, deren Konstruktion keine Schwierigkeiten darbietet.

In Figur 13 sind die Leibungsflächen der Gewölbsteine entwickelt.

Schliesslich müssen wir bemerken, dass diese Gewölbform nur bei solchen Durchgängen anwendbar ist, welche entweder gar nicht geschlossen werden, oder deren Thüren nicht bis zum Zylindergewölbe hinaufzureichen brauchen; denn es ist klar, dass der über c' vorspringende Theil der Zylinderfläche die Bewegung des Thürflügels um die vertikale Kante des Punktes c, c' , verhindern müsse.

Steinschnitt. Man schneide einen prismatischen Block, dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion des Steines (Fig. 12) ist, und reisse auf der zylindrischen Fläche desselben die Lehre der Leibungsfläche des Steines (Fig. 13) auf. So ergibt sich der Gewölbgrad. Durch die Lehre A werden dann die übrigen Schnittflächen des Steines bestimmt.

Da dieser Stein sehr einfach ist und leicht dargestellt werden kann, so können wir die Ausführung der isometrischen Projektion und ihre Anwendung beim Steinschnitte dem Selbststudium des Lesers überlassen.

VIERTER ABSCHNITT.

KUGELFLÄCHEN.

ERSTES KAPITEL.

KUGELGEWÖLBE.

Zurüstung mit horizontalen Lagerflächen.

Appareil par assises horizontales.

(Taf. 29 Fig. 1–13).

170. Die einfachste Zurüstung eines Kugelgewölbes, welche zugleich den Bedingungen des Gleichgewichtes am meisten entspricht, ist die in Fig. 1 (Taf. 29) dargestellte. Die Leibungskanten werden hier durch horizontale Kreise, die Lagerfugen durch Kegelflächen, deren Scheitel in dem Mittelpunkte der Kugel liegen und die vertikalen Fugenflächen durch Meridian-Ebenen gebildet. Die äussere Leibung des Kugelgewölbes ist ein Kugelabschnitt, welcher zu einer Kugel gehört, deren Mittelpunkt unterhalb der Kämpferebene des Gewölbes liegt.

Die Konstruktion des Entwurfes bietet keine Schwierigkeit dar, und wir überlassen ihre Erklärung dem Nachdenken des Lesers.

Steinschnitt. Die Gewölbsteine eines Kugelgewölbes können auf mehrfache Weise dargestellt werden. Die wichtigsten Methoden sind folgende:

Erste Methode.

171. *Darstellung aus dem Rechtwinkelichen.* (Fig. 3.) Wie bei den Kegelflächen, so wird auch hier zuerst ein Block dargestellt, dessen Grundriss gleich der horizontalen Projektion $v'v'c'c'$ (Fig. 2 und 3) und dessen Höhe gleich der grössten Höhe des Steines ist. Trägt man sodann auf die beiden vertikalen Ebenen die Lehre A (Fig. 1) auf, so sind alle Schnitte bestimmt.

Um die Leibungsfläche zu schneiden, theile man die beiden horizontalen Kreisbögen ($aa, a'a'$) und ($cc, c'c'$) Fig. 1 und 2 in dieselbe Anzahl gleicher Theile und lasse nun an diesen eine Bogenlehre aus hartem Holze oder aus Eisen so hingleiten, dass dieselbe immer durch zwei entsprechende Theilungspunkte geht, und auf den beiden Bögen, welche hier die Leitlinien bilden, senkrecht steht.

172. Die vorhergehende Methode ist wohl für die unteren Gewölbsteine, sowie für diejenigen, welche durch horizontale Lagerflächen mit der zylindrischen Mauer vereinigt sind, die geeignetste; nicht aber auch für die höheren Gewölbsteine, da hier neben beträchtlichem Abfalle auch ein bedeutender Zeitverlust stattfindet, um die horizontalen Ebenen und die Zylinderflächen zu schneiden, welche zum Auftragen der Lehren unentbehrlich sind. Aus diesem Grunde haben mehrere Schriftsteller die folgenden Methoden vorgeschlagen.

Zweite Methode.

Es sei Fig. 4 die horizontale und Fig. 5 die vertikale Projektion eines Gewölbsteines, welcher durch eine vertikale Meridian-Ebene in zwei symmetrische Hälften getheilt ist. Das um die vertikale Projektion beschriebene Rechteck $mnb d$ kann als die Grundfläche eines Parallelopipedons betrachtet werden, welches den Stein einschliesst. Die Länge desselben wird durch die Linie $m'm'$ bestimmt. Ferner ergibt sich aus Fig. 5, dass die Kugelfläche von der Ebene Sn nach einem Kreise durchschnitten wird, dessen Durchmesser die Linie vu ist, und dessen Umfang durch die vier Ecken der Leibungsfläche des Steines geht.

173. Die Darstellung des Steines selbst geschieht nun auf folgende Weise: Man wählt einen Block, gross genug um den Gewölbstein einzuschliessen, und richtet auf diesem (Fig. 6) eine Ebene $mmnn$ zu, welche die vier Eckpunkte der Leibungsfläche enthalten soll. In dieser ziehe man die Linie su , trage auf dieselbe vom Rande mm aus, die Linie mo (Fig. 5) und beschreibe aus dem Endpunkte der aufgetragenen Linie mit einem Halbmesser ov (Fig. 5), welcher $= \frac{1}{2}vu$ ist, den Kreis $caac$, der den Kugelabschnitt begrenzt, in welchem die Leibungsfläche des darzustellenden Steines enthalten ist. Man konstruiere sich nun eine Bogenlehre B (Fig. 7), welche einem grössten Kreise der Kugelfläche entspricht, und höhle den Stein mit Vorsicht soweit aus, bis die Bogenlehre mit ihren beiden Endpunkten u und v auf zwei gegenüberliegende Punkte des Kreises gesetzt, um ihren Mittelpunkt gedreht werden kann, ohne dass die Endpunkte u und v aus der Ebene des Kreises heraustreten. Bei dieser Bewegung muss man beobachten,

dass die Ebene der Bogenlehre auf derjenigen der Kreises fortwährend senkrecht steht.

Man hat nun noch die Grenzlinien der Leibungsfläche zu bestimmen, welche, wie leicht einzusehen, von 4 Kreisbögen gebildet werden, nämlich von den beiden horizontalen Bögen aa und cc , welche zu den Parallelkreisen ae und ch (Fig. 5) der Kugel gehören, und von den beiden vertikalen Bögen ace , die in den Meridianebenen liegen, durch welche die vertikalen Fugenflächen des Steines gebildet werden. Zu diesem Zwecke verlängere man die Ebene sn (Fig. 5) soweit, bis sie die vertikale Axe der Kugel in einem Punkte s durchschneidet, und betrachte nun denselben als die Spitze eines Kreiskegels, auf dessen Oberfläche sich die beiden Kreise ($aa, a'a'$) und ($cc, c'c'$) Fig. 4 befinden; es kann nun offenbar der Punkt s als ein Mittelpunkt dienen, aus welchem die genannten Bögen mit den Linien sh und se als Radien sich beschreiben lassen.

Stellt man daher auf dem Bauplatze einen Stein auf, dessen obere Fläche eine Verlängerung der Ebene $mmnn$ (Fig. 6) bildet, und der soweit von dem darzustellenden Gewölbsteine entfernt ist, man die Linie ms (Fig. 5) von m nach s (Fig. 6) tragen kann, so lässt sich aus diesem Punkte mit der Linie sh (Fig. 5) der Bogen chc und mit der Linie se der Bogen aea beschreiben.

Um nun auch die beiden Bögen ac, ac aufzureissen, beschreibe man gleichfalls aus s mit einem Radius $= st$ (Fig. 5) den mittleren Bogen iti und trage auf diesen von t aus, die Bögen ti , deren Längen durch ihre horizontalen Projektionen $t'i'$ (Fig. 4) gegeben sind. Auf gleiche Weise könnte man auf den Bögen ac eine beliebige Anzahl von Punkten und dadurch die Bögen selbst bestimmen.

Da bei der oben angegebenen Methode die Aufstellung eines Steines in einer bestimmten Entfernung und in einer solchen Lage, dass die obere Fläche in der verlängert gedachten Ebene *mmnn* liegt, oft mit Schwierigkeiten verbunden ist, so hat man zur Vermeidung derselben folgende Methode vorgeschlagen.

Dritte Methode.

174. Man bestimme zunächst auf dem Umfange des Kreises *caac* die Lage der vier Endpunkte; alsdann schneide man nach den horizontalen Projektionen (Fig. 4) der Bögen *aa* und *cc*, zwei Lehrbögen aus, senke diese in den Kugelabschnitt so ein, dass sie denselben überall berühren, und reisse nun nach ihrer Begrenzung die ebengenannten Bögen auf.

Was die, zu grössten Kreisen gehörenden Bögen *ac*, *ac* betrifft, so ist klar, dass dieselben mittelst der Lehrbögen und ihrer beiden Endpunkte allein nicht wohl bestimmt werden können, da die normale Lage der Ebene des Lehrbogens eine nothwendige Bedingung ist, um die Bögen *ac* richtig ziehen zu können. Diese Lage aber ist unbekannt.

Man nagelt daher senkrecht auf den ersten Lehrbogen noch einen zweiten (Fig. 8), so dass keiner von beiden zu der Kugelfläche eine andere Lage, als eine normale erhalten kann.

Statt dessen könnte man auch mittelst einer Lehre in den Kugelabschnitt den Bogen *iti* einreissen und die Punkte *i* aus Figur 4 bestimmen; durch diese wird eine normale Lage der Lehrbögen gleichfalls gesichert.

175. Wäre der Radius der Kugel so gross, dass man für den Bogen *ac* ohne merklichen Fehler auch seine Sehne setzen könnte, so würde man die Leibungsfläche des

Gewölbsteines als einen Theil der Oberfläche eines abgestutzten Kegels betrachten, die Entwicklung desselben (Fig. 9) konstruiren und diese in der Höhlung (Fig. 6) des Kugelabschnittes auftragen; indessen muss, wie bereits gesagt, der Halbmesser der Kugel sehr gross sein, wenn man sich dieser Methode bedienen will.

Wenn die Grenzlinien der Leibungsfläche in der Höhlung des Kugelabschnittes aufgerissen sind, so bietet die Ausführung der übrigen Schnitte keine Schwierigkeiten mehr dar. Man konstruirt ein Schrägmaass (Fig. 10), wovon der eine Schenkel die Krümmung eines grössten Kreises der Kugel besitzt, während der andere Schenkel in der Verlängerung eines Kugelhalbmessers liegt. Damit können nun alle Fugenflächen geschnitten werden, indem man das Schrägmaass an den Grenzlinien der Leibungsfläche so herumführt (Fig. 11), dass die Ebene desselben beständig senkrecht auf ihnen steht.

Nun werden die Grenzlinien der äusseren Leibungsfläche bestimmt, indem man die Lehre *C* (Fig. 5) auf den vertikalen Fugenflächen aufreisst, und in den beiden konischen Fugenflächen die äusseren Parallelkreise zieht. Mittels eines konkaven Lehrbogens, den man an den beiden horizontalen Parallebögen hingleiten lässt, kann nun die äussere Leibungsfläche geschnitten werden.

Um die so eben erläuterte Methode zur Darstellung solcher Gewölbsteine anzuwenden, welche mit Hacken in die Mauer eingreifen, wie z. B. der Stein *A* Fig. 1, schneide man zuerst die Leibungs- und dann die Fugenflächen der Steine auf die oben gezeigte Weise, trage alsdann den Meridianschnitt *A* mittelst einer Lehre auf die beiden vertikalen Fugenflächen auf, und bearbeite, den Stein mit Vorsicht aushöhlend, die beiden Ebenen *vu* und

zx (Fig. 1); endlich ziehe man in diesen die beiden parallelen Kreise, welche die Leitlinien der Zylinderfläche sind, wodurch die äussere Mauerfläche gebildet wird.

Isometrische Methode. Der in den Figuren 4 und 5 Tafel 29 dargestellte Stein ist in Fig. 3 Supplementtafel 10 isometrisch projicirt. Es wurde hierbei die vertikale Projektion desselben (Fig. 1 Supplementtafel 10) als Grundriss betrachtet und die Entfernungen der in der horizontalen Projektion Fig. 2 befindlichen Punkte von der Ebene $ABDC$, als die Höhen dieser Punkte in der isometrischen Projektion aufgetragen.

Will man diese Projektion zur Darstellung des betreffenden Steines benützen, so bestimme man zunächst den Mittelpunkt o des Kreises $aacc$, sowie die Punkte a, a , und c, c , beschreibe sofort den Kreis $aacc$ und schneide mittelst einer Lehre den diesem Kreise entsprechenden Kugelabschnitt. Man lege nun nach der Richtung $e''h''$ ein Lineal an und bestimme mittelst der Ordinate $e''e''$ den Punkt e , und ebenso mittelst der Ordinaten $i''i''$ die Punkte i, i . Nun verzeichne man mittelst entsprechender Bogenlehren die Kreisbögen aea , aic , chc und cai . Um sofort die Fugenflächen darzustellen, bedient man sich am einfachsten des in Fig. 10 Taf. 29 dargestellten Schrägmaasses und zieht endlich durch die Punkte d, d, f, f , welche man bereits vor der Anwendung des Schrägmaasses bestimmt hat, mittelst entsprechender Lehren, die Bögen dgd , df , fkf und fd ; endlich wird die äussere Leibung des Gewölbes geschnitten, was nun ohne alle Schwierigkeit auf die bereits angegebene Weise geschehen kann.

In Fig. 6 Supplementtafel 10 ist die isometrische Projektion des Steines A (Fig. 1 Taf. 29) aus der zweiten Schichte des Kugelgewölbes dargestellt; sie wurde herge-

leitet aus den geometrischen Projektionen Fig. 4 und 5. Um dieselbe beim Steinschnitte zu benützen, werden zuvor die Punkte $a', a', a, a, d, d, u, v, v, v'', u'', z, z'' x$ und $c c$ bestimmt, alsdann die horizontalen Ebenen $u v v'' v u$ und $x z z'' z x$ geschnitten, diess muss mit Vorsicht geschehen, indem man sich der den Bögen $u u$ und $x x$ entsprechenden Lehren bedient, und auf diesen zugleich die zur Darstellung Kegelflächen nöthigen Merkpunkte bestimmt.

Nun werden der Reihe nach folgende Flächen geschnitten:

- 1) die Ebene $aduvzxa'$,
- 2) die Zylinderflächen $vvzz$ und $a'a'aa$,
- 3) die Kegelflächen $aa d d$ und $c c x x$ mittelst der auf den Bögen aa, dd, cc und xx bezeichneten Merkpunkte,
- 4) die Kugelfläche $aacc$.

Um die Radien der zum Aufreissen der Kreisbögen nöthigen Bogenlehren zu erhalten, kann man in der isometrischen Projektion die Lage des Mittelpunktes m der Kugel bestimmen.

Zurüstung nach Art eines Backofengewölbes.

Appareil dit cul-de-four.

(Tafel 29 Figur 12 — 13.)

176. Die Figuren 12 und 13 sind die Projektionen eines Kugelgewölbes, dessen Zurüstung nach Art eines Backofengewölbes ausgeführt ist. Die Leibungskanten werden von Kreisen gebildet, welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel sind, während die aufeinander-

folgenden Schichten der Gewölbsteine durch konzentrische Kegelflächen getrennt werden, deren Spitzen in dem Mittelpunkt der Kugel liegen, und deren gemeinschaftliche Axe mit dem Durchmesser bd der Kugel zusammenfällt, welcher auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht. Die Gewölbsteine, welche zu einer und derselben Schichte gehören, werden durch Ebenen getrennt, welche gleichfalls den Durchmesser bd enthalten.

Diese Zurüstung unterscheidet sich, wie man leicht sieht, von derjenigen mit horizontalen Lagerflächen nur durch die verschiedene Anordnung der Lagerflächen der Gewölbsteine; denn man braucht in der That die in Fig. 1 dargestellte Zurüstung nur um einen rechten Winkel zu drehen, so erhält man diejenige, mit welcher wir uns so eben beschäftigen. Wir halten uns aus diesem Grunde nicht länger bei diesem Systeme auf, indem die bereits oben auseinandergesetzten Verfahrensweisen auch hier ihre Anwendung finden.

Gabelförmige Zurüstung (Taf. 29 Fig. 14—19).

Appareil par en fourchement.

177. Man kann die Zurüstung eines Kugelgewölbes auch auf eine solche Weise ausführen, dass die horizontalen Projektionen der Leibungskanten mit den Seiten des in dem grössten Kreis der Kämpferebene eingeschlossenen Quadrates parallel sind. Aus dieser Anordnung ergibt sich, dass diejenigen Leibungskanten, welche nicht bis zur Kämpferebene herabgehen, in der Oberfläche der Kugel krummlinichte Vierecke bilden müssen, welche sich in der horizontalen Projektionsebene als konzentrische Quadrate dar-

stellen. Die höheren Lager der Gewölbsteine bilden da, wo sie sich durchschneiden, sogenannte *gabelförmige Gewölbsteine*, deren Projektionen durch die Buchstaben *a* bezeichnet sind.

Da, wenn die Leibungskanten bis zur gegenseitigen Berührung verlängert werden, die gabelförmigen Gewölbsteine ziemlich scharfe Kanten erhalten (siehe Figur 14 zur linken Seite), so führt man zur Vermeidung dieses Uebelstandes, die in Fig. 14 auf der rechten Seite dargestellten Schnitte aus.

Wir wollen nun die Begrenzung eines gabelförmigen Gewölbsteines etwas näher betrachten und untersuchen, wie ein solcher auf die zweckmässigste Weise zu schneiden sei.

178. In den Figuren 15 und 16 sind die beiden Projektionen des Gewölbsteines konstruirt. Wie man sieht, wird derselbe von 8 Kreisbögen begrenzt, worunter sechs, nämlich $(ac, a'c')$, $(cc, c'c')$, $(ac, a'c')$, $(ei, e'i')$, $(ii, i'i')$ und $(ei, e'i')$, auf der horizontalen Projektionsebene senkrecht stehen; die beiden anderen aber in den schiefen Ebenen liegen, welche die Radien ok und $ou'x'$ enthalten. Alle Fugenflächen, welche durch die sechs ersten Kreisbögen gehen, sind Kegelflächen, deren gemeinschaftliche Spitze in dem Mittelpunkte der Kugel liegt.

Steinschnitt. Da sich die Konstruktion der Projektionen des Steines sehr leicht * aus der näheren Betrachtung

* Man hat als gegeben anzusehen (Supplementtafel 10 Figur 7—10), die Linien $a'c'$, $c'c'$, $a'c'$, $e'i'$, $e'i'$ (Fig. 7) und die Linie et (Fig. 8). Hieraus lassen sich nun alle Grenzlinien beider Projektionen bestimmen; denn aus den noch unbe-

der Figur ergibt, so wollen wir sogleich zu jenen Operationen übergehen, welche zur Darstellung des Steines nöthig sind. Zu diesem Zwecke konstruire man eine Hilfsprojektion (Fig. 17), welche mit der Ebene oc , die den Stein in zwei symmetrische Hälften theilt, parallel ist. In dieser Projektionsebene müssen nun je zwei und zwei symmetrische Punkte des Gewölbsteines z. B. $e'e'$ in einem einzigen (e'') zusammenfallen. Demgemäss kann die Linie $m''u''$ als die vertikale Leitlinie einer Ebene betrachtet werden, welche die 4 Eckpunkte (e, e') (i, i') (i, i') (e, e') der Leibungsfläche enthält, und die daher, da sie zur Oberfläche der Kugel gehören, auf dem Umfange des Kreises liegen müssen, welcher den Durchschnitt der Kugel und der Ebene mn bildet; der aus dieser Durchschneidung gleichzeitig entstehende Kugelabschnitt muss daher die ganze Leibung des Gewölbsteines enthalten.

grenzten horizontalen Projektionen $a'c'$ und $e'i'$ (Fig. 7) ergeben sich die Kreise ac und ei (Fig. 8) und dadurch zugleich die Punkte a, c, c, a, e, e ; mittelst dieser werden nun die Punkte $a', c', c', a', e' e'$ bestimmt. Nachdem dieselben durch gerade Linien mit dem Mittelpunkte des Kreises o verbunden sind, konstruire man in Fig. 9 die Projektion des vertikalen Durchschnittes $o's'$ der Kugel, bestimme darin die Lage der Punkte n und l und ziehe in Fig. 9 die Radien onp und olm ; hieraus ergeben sich sofort die Punkte p' und m' . Durch diese werden nun die Linien $f'f'$ und $h'h'$ gezogen, welche die Radien $o'c'$ und $o'i'$ in den Punkten f' und h' durchschneiden. Aus diesen wieder ergeben sich die Linien $t'h'$ und $d'f'$, welche die Radien $o'e'$ und $o'a'$ in d' und t' durchschneiden. Ist so die horizontale Projektion des Steines vollkommen bestimmt, so lässt sich daraus auch die vertikale Projektion sehr leicht herleiten. M.

Man wähle nun einen rechtwinklichen Block, dessen Grundfläche gleich dem Rechtecke $m'n'b'd'$ (Fig. 17) und dessen Länge gleich der Linie $t't'$ (Fig. 16) ist, beschreibe auf der Ebene $m m n n$ mit einem Halbmesser $= \frac{1}{2} v'i'$ (Fig. 17) den Kreis $eeii$ (Fig. 18) und höhle sofort den Block nach der bereits oben beschriebenen Methode aus. Es handelt sich nun darum, die Gränzlinien der Leibungsfläche zu ziehen. Hierzu führt folgende Betrachtung: Wenn irgend ein Kreis auf einer Horizontalebene senkrecht steht, so dass der Mittelpunkt des Kreises in dieser Ebene liegt und man zieht in derselben eine Linie, welche durch den Mittelpunkt des Kreises geht und auf dem Durchschnitte des Kreises und der Ebene senkrecht steht, so muss ein jeder Punkt dieser Linie von allen Punkten der Kreislinie gleichweit entfernt sein, und man kann daher auch aus irgend einem Punkt derselben ebenso, wie aus dem Mittelpunkte, den erwähnten Kreis konstruiren. Dieses festgehalten, bemerke man, dass die Kreisbögen $(ac, a'c')$ und $(ei, e'i')$ auf den horizontalen Halbmessern ok und ou'' , die Kreisbögen $(cc, c'c')$ und $(ii, i'i')$ hingegen auf dem Halbmesser oc senkrecht stehen, und dass diese Halbmesser von der verlängerten Ebene mn in den Punkten x'' und k geschnitten werden; wenn man daher die Lage dieser Punkte auf dem Bauplatze in der Verlängerung der Ebene $m m n n$ so bestimmt, wie aus Fig 18 hervorgeht, so können dieselben als die Mittelpunkte der sechs vertikalen Kreisbögen $ac, cc, ca, ei, ii, und ie$ angesehen und zur Konstruktion derselben benützt werden. Hierbei ergibt sich die Linie xsx (Fig. 18) aus (Fig. 16 und 17), indem man die Linie sx'' von s aus rechts und links nach x trägt; die Halbmesser, mittelst welcher die Bögen beschrieben werden müssen, erhält man aus den Figuren 15 und 17. So ergibt sich der Halbmesser der Bögen ac , indem man die Entfer-

nung der Punkte l und x'' in den Zirkel nimmt; ebenso erhält man den Halbmesser der Bögen ei , aus der Entfernung des Punktes x'' von dem Durchschnittspunkte der vertikalen Ebene des Kreisbogens ($i'e'$, ie) mit dem grössten Kreise qc . Den Halbmesser des Bogens ii bildet die Linie si'' ; denjenigen zum Bogen cc die Linie sc'' .

Wenn die Bögen ac , cc , ca , ei , ii , ie in dem Kugelabschnitte eingerissen sind, so hat man zugleich auch die Punkte e , e , i , i , c , c bestimmt; denn die vier ersten liegen, wie bereits erwähnt, auf dem Umfange des Kreises, welches der Kugelabschnitt begrenzt; auch ergeben sich die Punkte i, i aus der Durchschneidung des Bogens ii und der Bögen ie ; die Punkte c, c endlich sind die Durchschnittspunkte des Bogens cc mit den Bögen ca . Man hat demnach nur noch die in grössten Kreisen liegenden Bögen ea , ea zu ziehen.

Zu diesem Zwecke könnte man wie oben die Mittelpunkte dadurch bestimmen, dass man in den Mittelpunkten der Kreise, worin die Bögen ea liegen, senkrechte Linien auf den Ebenen derselben errichtet und die Ebene $mmnn$ soweit verlängert, bis sie diese Senkrechten durchschneidet. Indessen ist diese Operation zu complicirt, als dass sie zweckmässig angewendet werden könnte, und man bedient sich dafür lieber folgender Methode:

Die Länge der Sehne, welche dem mit der vertikalen Projektionsebene parallelen Bogen ac entspricht, wird in den Zirkel genommen und von den Punkten c (Fig. 18) auf die beiden Bögen ca in dem Kugelabschnitte aufgetragen. Hieraus ergeben sich die Punkte a, a .

Man reisse nun die Bögen zr gerade so ein, wie dieses für die Bögen ei geschehen ist, nehme die Sehne des Bogens zr (Fig. 15) in den Zirkel und trage dieselbe aus z

(Fig. 18) auf die beiden Bögen zr auf. Durch die Punkte a , r und e sind nun die Bögen ae , ae bestimmt.

Um die Kreisbögen zu ziehen bedient man sich in der Praxis langer hölzerner Leisten, deren Enden mit Spitzen versehen sind; das eine Ende wird von einem Arbeiter in den Mittelpunkten festgehalten, während ein zweiter Arbeiter mit dem andern Ende die Bögen in dem Kugelabschnitte einreißt. Uebrigens wird die so eben erläuterte Methode nur selten angewendet, und man bedient sich dafür meistens der Lehrbögen.

Der Leser wird bemerken, dass durch die auf unserer Tafel ausgeführten Projektionen nur die Lehrbögen ac und ei bestimmt werden; die Bögen cc und ii ergeben sich aus den in der horizontalen Projektionsebene (Figur 16) niedergelegten Kreisen cc und ii ; die zu grössten Kreisen gehörenden Bögen ae , ae werden mit solchen Lehren eingezeichnet, wie sie Fig. 8 zeigt. Der Gewölbstein selbst ist in Fig. 19 perspektivisch dargestellt.

Isometrische Methode. Die isometrische Projektion des in Fig. 19 Taf. 29 dargestellten Steines, ist in Fig. 10 Supplementtafel 10 konstruirt; sie wurde hergeleitet aus den Projektionen Fig. 7 und 9. Man dachte sich das Auge unter der Fläche $ABCD$ und zwar auf der Seite D , so dass man die untere Grundfläche des Parallelopipedons $ABCD$ $A'B'C'D'$ erblickt, während die obere verdeckt wird; diese Richtung wurde gewählt, damit die innere Leibungsfläche der Steines sichtbar werde.

Um die isometrische Projektion zur Darstellung des Steines zu benützen, muss zuvor der Mittelpunkt o des Kreises bestimmt werden, welcher dem Kugelabschnitte entspricht, worin sich die innere Leibungsfläche befindet; der Radius dieses Kreises ist in der isometrischen Projek-

tion durch die Linie $or=or'$ bestimmt. Derselbe wird nun auf der Ebene $ADA'D'$ aufgerissen, um sofort die Kugelhöhlung selbst zu schneiden, nachdem man vorher noch die Punkte e,e und i,i bestimmt hat. An die Linien $a''a''$ und $c''c''$ wird nun ein Lineal angelegt, um mittelst der angezeigten Ordinaten $a''''a$ und $c''''c$ die Punkte a und c zu bestimmen. Die Bögen cc und ii werden mittelst entsprechender Bogenlehren eingerissen, wenn man nicht mit Hülfe der isometrischen Projektion die Lage eines dritten Punktes bestimmen, und sodann die Bögen mittelst eines biegsamen Lineales ziehen will. Man kann sofort die Ebenen $aedt, aedt$ schneiden, da die Punkte d,d in der Ebene $ABA'B'$ und die Punkte t, t in den Ebenen $ABCD$ und $A'B'C'D'$ liegen. Die Bögen td, td , ergeben sich mittelst Bogenlehren, welche grössten Kreisen der äusseren Kugelfläche entsprechen. Die Kegelflächen $iihh, ccff, ih te, ih te, acdf, acdf$, werden am einfachsten mittelst des in Fig. 10 Taf. 29 dargestellten Schrägmaasses geschnitten. Die Darstellung der äusseren Leibung, worin bereits die Punkte t, t, h, h , und die Bögen td, td , bestimmt sind, geschieht mittelst einer konkaven Bogenlehre, welche den grössten Kreisen der äusseren Kugelfläche entspricht.

ZWEITES KAPITEL.

Kugelgewölbe über quadratförmigen Räumen.

Voûtes sphériques sur un plan carré.

179. In den Figuren (1 und 2) (7 und 8) Tafel 30 sind die horizontalen und vertikalen Projektionen zweier

Kugelgewölbe konstruirt, welche quadratförmige Räume bedecken. In dem ersten Gewölbe befinden sich die Leibungskanten in horizontalen, in dem anderen liegen sie in vertikalen Ebenen.

Die beiden Kugelhalbmesser sind halb so gross, als die Diagonalen der überwölbten Quadrate. Die Seiten dieser Quadrate können als die Leitlinien von ebensovielen vertikalen Ebenen betrachtet werden, welche das Gewölbe durchschneiden, und die inneren Flächen der Mauern bilden, durch welche die vier abfallenden Kugelabschnitte ersetzt werden. Diese Mauern haben den besonderen Namen: *Schlussmauern* (fermerets) erhalten; das eigentliche Gewölbe wird durch den übrigbleibenden fünften Kugelabschnitt, dessen horizontale Projektion ein in das überwölbte Quadrat eingeschriebener Kreis ist, und durch vier sphärische Dreiecke ($r's'r'$, $r s r$) gebildet, welche von je drei Kugelabschnitten begrenzt werden, und Theile von *überhängenden Kugelgewölben* (Pendentifs) bilden.

Die Zurüstung der Mauern und des die Wölbung bildenden Kugelabschnittes bietet nach dem, was vorhergegangen ist, keine Schwierigkeiten dar. Wir haben uns daher nur mit denjenigen Steinen zu beschäftigen, welche in dem Kugelgewölbe und in den Schlussmauern zugleich liegen.

Wir wählen als Beispiel den zweiten Stein im überhängenden Theile des Kugelgewölbes (Fig. 1 und 2). Die Leibungsfläche dieses Steines besteht 1stens aus dem in der Kugelfläche liegenden Theile ($a e e a$, $a'e'e'a'$) (Figur 1, 2 u. 3) und 2tens aus den beiden kleinen Ebenen $anpe$, $anpe$ (Fig. 1 — 3). Die Kanten der oberen Fugenflächen bestehen aus den beiden horizontalen Linien na , na und aus dem in der Kugel liegenden Kreisbogen aa . Die durch

diesen Bogen gelegte Fugenfläche gehört daher zu einem Kegel, dessen Spitze in dem Mittelpunkte der Kugel liegt, während die durch die Linien na , na gelegten und in den Schlussmauern befindlichen Fugenflächen horizontale Ebenen sind, welche durch die schiefen Ebenen avx (Fig. 1-3) mit der Kegelfläche verbunden werden. Wir bemerken, dass diese Ebenen durch die Linien av und ax bestimmt sind. Die erste steht senkrecht auf der Oberfläche der Kugel, die zweite steht senkrecht auf der vertikalen Ebene der Schlussmauer.

Eine nähere Betrachtung der Figur 3 wird dem Leser die Zurüstung in diesem Theile des Gewölbes vollkommen deutlich machen; Fig. 6 ist eine perspektivische Ansicht der Aussenseite des Gewölbes.

Man könnte den Stein auch so schneiden, wie Figur 4 zeigt. Nach dieser Methode würden die Steine nicht so dick werden, und es könnte daher auch kein so bedeutender Abfall statt finden.

In Fig. 5 ist einer von denjenigen Steinen dargestellt, welche auf dem vorhergehenden gelagert sind.

Steinschnitt. Als Beispiel wählen wir denjenigen Stein, wovon Fig. 3 eine perspektivische Ansicht gibt. Man richte zuerst eine horizontale Ebene zu, und schneide alsdann die äusseren und die inneren Flächen der Schlussmauern, die letzteren jedoch nur soweit, dass der vertikale Zylinder übrig bleibt, welcher durch den Bogen aa bestimmt wird; jetzt erst verlängert man auch die inneren Flächen der Schlussmauer, bis man darin die Bögen ae ziehen kann. In der unteren Ebene wird nun der Bogen ee aufgetragen, und alsdann mittelst eines zu einem grössten Kreise der Kugel gehörenden Lehrbogens, der in der Kugelfläche liegende Theil des Steines geschnitten. Man ziehe sofort den

Bogen *vv*, der nebst dem Bogen *aa* die Leitlinie der oberen Kegelfläche bildet, kehre dann den Stein um, und ziehe den horizontalen Bogen *uu*, welcher nebst *ee* die Leitlinie der unteren Kegelfläche bildet; das Uebrige bietet keine Schwierigkeiten mehr.

180. Ganz ähnliche Operationen werden für das in den Figuren 7 und 8 dargestellte Kugelgewölbe ausgeführt.

Fig. 10 entspricht Fig. 3; Fig. 11 entspricht Fig. 4; Fig. 13 entspricht Fig. 6; Fig. 9 ist die perspektivische Ansicht desjenigen Steines, welcher den in Fig. 10 dargestellten Stein zu tragen hat.

Fig. 12 endlich ist ein zur 4ten Schichte gehörender Gewölbstein, der theilweise in der Mauer und theilweise im Kugelgewölbe liegt.

Isometrische Methode. Von dem in Figur 3 Tafel 30 dargestellten Steine findet sich die isometrische Projektion auf Supplementtafel 10 in Fig. 13; die geometrischen Projektionen sind besonders dargestellt in Fig. 11 und 12. Ueber die Anwendung der isometrischen Projektion zur Darstellung des Steines glauben wir nach dem Vorhergegangenen nichts Weiteres erwähnen zu dürfen. Die Kurven *ae, ae* ergeben sich durch die in Figur 13 angezeigten Ordinaten.

In den Figuren 3 und 4 Supplementtafel 11 sind zwei isometrische Projektionen des in Fig. 10 Taf. 30 dargestellten Steines konstruirt, welche aus den geometrischen Projektionen Fig. 1 und 2 hergeleitet wurden.

Fig. 8 und 9 (Supplementtafel 11) sind isometrische Projektionen des in Fig. 5 Taf. 30 dargestellten Steines, dessen geometrische Projektionen in den Figuren 5, 6 und

7 konstruirt sind ; Fig. 7 ist ein vertikaler Durchschnitt des Steines, welcher durch die Fugenfläche $c' h'$ gebildet wird.

In Fig. 12 und 13 Supplementtafel 11 sind 2 isometrische Projektionen des auf Originaltafel 30 Fig. 12 ziemlich mangelhaft dargestellten Steines konstruirt, welcher zum Gewölbe Fig. 7 und 8 gehört.

In Fig. 13 ist derselbe so dargestellt, wie ihn das Auge von unten in der durch den Pfeil Fig. 10 angegebenen Richtung sehen würde.

Um die in Fig. 12 konstruirte isometrische Projektion zur Darstellung eines Steines anzuwenden, leite man aus dem Parallelopipedon, welches den Stein umschliesst, zuerst einen prismatischen Block her, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion $t'g'e'a'b'e'g't'$ des Steines ist (statt des Bogens $a'e'$ wird eine gerade Linie genommen) und bestimme auf diesem die Lage der Punkte b, a, e, g, t etc. Nun reisse man die Bögen ab, ab und ae, ae auf, bemerkend dass die letzteren zu grössten Kreisen der Kugel gehören, und stelle die kleinen vertikalen Ebenen dee', dee' und drd dar; mittelst entsprechender Bogenlehren, oder wenn man diess nicht will, und von jedem Bogen 3 Punkte, nämlich die beiden Endpunkte und einen mittleren Punkt genau bestimmt hat, mittelst eines biegsamen Lineales (Tischbeinstäbchens) bezeichne man nun die Bögen tg, tg, de, de und drd , und schneide sofort die Ebenen $gcea, gcea$, die konischen Flächen $egdt, egdt$, und die schiefen Ebenen vdt, vdt . Einige Schwierigkeit macht die Darstellung der Kegelflächen $abfc, abfc$. Es scheinen hier nur folgende zwei Wege möglich, man schneidet nämlich entweder die kleinen vertikalen Ebenen $f'fc$, indem man sich der Bogenlehren fc bedient, oder man zeichnet mittelst dreier Punkte die hyperbolischen Bögen $f''c, f''c$ auf,

nach welchen (siehe Figur 10 und 11 Supplementtafel 11) die obere Fläche des Parallelopipedons von den konischen Flächen $abcf$, $abcf$ durchschnitten wird. Diese letzteren werden sofort behauen, und endlich die beiden kugelförmigen Leibungsflächen der Steines mittelst einer konvexen und konkaven Bogenlehre dargestellt, von welchen die erstere einem grössten Kreise der innern Kugelfläche und die letztere einem grössten Kreise der äusseren Kugelfläche entspricht.

*Ueberhängendes Kugelgewölbe mit senkrecht einmündenden
Zylindergewölben.*

Voûte en pendentif avec lunettes droites.

(Tafel 31.)

181. Häufig werden die Schlussmauern der Kugelgewölbe, die einen quadratförmigen Raum überdecken, durch Zwiebögen ersetzt, welche die Oeffnungen von Galerien bilden, die an das Kugelgewölbe anstossen. In diesem Falle lässt sich die Zurüstung eben so einfach als schön ausführen. Ein Blick auf die Figuren 3, 4 und 7 ist hinreichend, um sich über die den Steinen in diesem Falle zukommenden Formen in's Klare zu setzen; die Konstruktion des Entwurfes selbst bietet nach dem Vorhergehenden keine Schwierigkeiten dar.

Die Leibung des in Fig. 4 gezeichneten Steines besteht aus zwei kleinen Ebenen, die den Zwiebögen angehören und aus einem Segmente der Kugelfläche, welche von acht Kreisbögen begrenzt wird. Diese sind:

- 1) Die zwei Bögen, welche aus der Durchschneidung der Kugelfläche mit den beiden vertikalen Ebenen der Zwiebögen entstehen.

- 2) Die beiden horizontalen Bögen, welche als Leitlinien der in dem Kugelgewölbe liegenden Fugenflächen dienen; endlich
- 3) vier in schiefen Ebenen liegende Bögen, nach welchen die Kugelfläche von den Fugenflächen der beiden Zylindergewölbe durchschnitten werden.

Da diese Ebenen durch den Mittelpunkt der Kugel gehen, so müssen sie die konischen Fugenflächen nach geraden Linien durchschneiden.

In Fig. 1 und 2 ist das Kugelgewölbe nach horizontalen in Fig. 5 und 6 nach vertikalen Kreisen zugerüstet. In den Figuren 2 und 6 sind die Lehren der Fugenflächen in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

Wenn die Dimensionen der Steine zu gross werden sollten, so kann man dieselben, wie Figur 8 zeigt, durch vertikale Ebenen in zwei symmetrische Hälften theilen.

Steinschnitt. Man richtet einen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion, und dessen Höhe gleich der grössten Höhe des Steines ist, schneidet alsdann die Ebene, welche die Fugenflächen der Zylindergewölbe bilden sollen, und trägt auf diesen die Lehren (Fig. 2 und 6) auf; alsdann behaut man die kleinen vertikalen Ebenen der Zwiebögen und begrenzt so den in der Kugelfläche liegenden Theil der Leibung des Steines, welchen man sofort auf die früher angegebene Weise aushöhlt.

Isometrische Methode. Die isometrischen Projektionen der beiden untersten Ecksteine des in Figur 1 und 2 Tafel 31 dargestellten Gewölbes, und diejenige des 3ten Steines im Gewölbe Fig. 5 und 6 sind auf Supplementtafel 11 in

den Figuren 7, 8 und 9 dargestellt und aus den geometrischen Projektionen Fig. 1—6 hergeleitet worden.

Die Anwendung dieser Projektionen bei der Darstellung des Steines ergibt sich aus dem Vorhergehenden von selbst.

182. Bei grösseren Kugelgewölben lässt man die überhängenden Theile nicht spitz auslaufen, wie in den vorhergehenden Beispielen geschehen ist. Diese Anordnung würde keine hinreichende Festigkeit geben. Aus diesem Grunde werden (Fig. 9—11) die Oeffnungen der in das Kugelgewölbe einmündenden Gallerien oder Fenster kleiner angenommen, als die Seiten des in dem grössten Kreise eingeschriebenen Quadrates, damit sich für die Pfeiler, welche die überhängenden Theile des Kugelgewölbes zu tragen haben, eine grössere Breite ergibt.

Man kann bei solchen Gewölben, wie Fig. 9 und 11 zeigen, auch einige der obersten Schichten der Gewölbesteine weglassen, um an dieser Stelle eine Glasdecke anzubringen.

DRITTES KAPITEL.

KUGELGEWÖLBE IN VERBINDUNG MIT ZYLINDER- UND KEGELGEWÖLBEN.

Verbindung eines Kugelgewölbes mit einem schiefen Zylindergewölbe.

Berceau pénétrant obliquement dans une voûte sphérique.

(Tafel 32.)

183. Diese Verbindung, welche wir hier als Uebungsbeispiel anführen, ist ihrer Unregelmässigkeit wegen in der

Praxis nicht zu empfehlen. Es sei Fig. 1 Tafel 32 ein horizontaler Durchschnitt der Pfeiler in der Höhe der Kämpferebene, und Fig. 3 ein senkrechter Durchschnitt des Zylindergewölbes, welches in das Kugelgewölbe einmündet.

Man konstruiere zunächst einen senkrechten Durchschnitt des Kugelgewölbes (Fig. 2) durch eine Meridianebene, welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel ist, bestimme alsdann die Zurüstung des Zylinder- und des Kugelgewölbes (Fig. 3 und 2), und konstruiere sofort die horizontalen und vertikalen Projektionen der Leibungskanten des Zylindergewölbes. Die Hauptpunkte des Gewölbgrates ergeben sich nun auf folgende Weise.

Gesetzt man wolle die beiden Projektionen des Punktes ($u u'$) bestimmen, in welchem die Kugelfläche von der zweiten Leibungskante des Zylindergewölbes durchdrungen wird, so lege man durch die letztere eine Ebene $u'''u'$, welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel ist. Diese wird die Kugelfläche nach einem Kreise vu (Fig. 2) durchschneiden, und wenn man nun die vertikale Projektion der durch den Punkt u'' (Fig. 3) gehenden Leibungskante in Fig. 2 konstruiert, so muss diese den Kreis vu in dem gesuchten Punkte u treffen. Fällt man endlich aus u eine Senkrechte auf die Grundlinie, und verlängert dieselbe, bis sie die horizontale Projektion $u'''u'$ der Leibungskante berührt, so ergibt sich der Punkt u' ; auf gleiche Weise werden die übrigen Punkte des Gewölbgrates gefunden.

Wenn die Leitlinie des Zylindergewölbes ein Kreis wäre und die Axe desselben durch den Mittelpunkt der Kugel gehen würde, so müsste der Gewölbgrat ein vertikaler Kreis und daher die horizontale Projektion desselben eine gerade Linie sein.

Die Zurüstung dieser Verbindung ist mit wenigen Modifikationen dieselbe, wie in mehreren bereits vorhergegangenen Beispielen. Es werden nämlich die Leibungskanten des Zylindergewölbes mit den Leibungskanten des Kugelgewölbes durch schiefe Kreisbögen verbunden, welche aus der Durchschneidung der Kugel mit den Fugenflächen des Zylindergewölbes entstehen. Um die Projektionen dieser Kurven zu bestimmen, verfährt man auf folgende Weise.

Es sei der Bogen $(xz, x'z')$ Fig. 1 u. 2 zu konstruieren, wovon z bekannt, x aber unbekannt ist. Durch diejenige Leibungskante der Kugel, welche mit der Leibungskante des Zylinders verbunden werden soll, lege man eine horizontale Ebene p' (Fig. 2); diese durchschneidet die Fugenfläche des Zylindergewölbes nach einer horizontalen Linie, deren vertikale Projektion in der Ebene Fig. 3 sich als ein Punkt x'' , in der horizontalen Projektionsebene aber als die Linie $x'''x'$ darstellt. Da wo diese die Leibungskante des Kugelgewölbes trifft, findet sich der gesuchte Punkt x' , woraus sofort auch die vertikale Projektion x hergeleitet werden kann.

Auf gleiche Weise können alle übrigen Punkte des Bogens xz bestimmt werden. Es ist leicht einzusehen, dass die horizontalen und vertikalen Projektionen aller dieser Bögen sich in dem Punkte (o, o') vereinigen müssen, in welchem die Oberfläche der Kugel von der Axe des Zylindergewölbes durchdrungen wird.

184. Da die Fugenflächen des Kugelgewölbes Kegelflächen sind, so werden dieselben von den Fugenflächen des Zylindergewölbes im Allgemeinen nach hyperbolischen Bögen durchschnitten, die jedoch bei einer gewissen Neigung der Fugenflächen auch Bögen einer Ellipse sein können.

Diess ist ein wesentlicher Unterschied zwischen dieser Verbindung und denjenigen Gewölbaugen, welche in Zylindergewölbe einmünden.

Die Scheitel der Hyperbeln liegen in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5, 6 auf einer Linie, welche durch den Mittelpunkt der Kugel geht. Dass dieses stattfinden müsse, ist leicht einzusehen, wenn man bedenkt, dass die von den Fugenflächen durchschnittenen Kegel senkrechte Kreiskegel sind, deren gemeinschaftliche Axe durch den Mittelpunkt der Kugel geht, und auf der horizontalen Projektionsebene senkrecht steht; der tiefste Punkt des Durchschnittes, d. h. der Scheitelpunkt der Hyperbel, muss daher immer im dem durch die Axe des Kegels gehenden vertikalen Durchschnitte 6-1-1-4 liegen.

Die erzeugenden Linien der Kegelflächen und die Leitlinien der Fugenflächen des Zylindergewölbes sind in Figur 4 dargestellt. Die ersteren vereinigen sich im Punkte o'' , die letzteren im Punkte o''' . Aus der Durchschneidung derselben ergeben sich die Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 und hieraus die Projektionen derselben in Figur 1 und 2. Um die mittleren Punkte der hyperbolischen Bögen zu erhalten, verfährt man auf folgende Weise.

In beliebiger Höhe bestimme man eine horizontale Ebene p'' ; diese wird die dritte Fugenfläche der Kugel nach einem Kreisbogen am' (Fig. 1) und die Fugenfläche des Zylindergewölbes $o'''4$ (Fig. 4) nach einer horizontalen Linie $m''m'$ (Fig. 4 und 1) durchschneiden. Der diesen beiden Durchschnitten gemeinschaftliche Punkt m' ist alsdann die horizontale Projektion des gesuchten mittleren Punktes der Hyperbel; die vertikale Projektion m dieses Punktes ergibt sich hieraus von selbst. Es ist wohl leicht einzusehen, dass der Mittelpunkt des Bogens am' mit dem

Mittelpunkte der Kugel zusammenfallen, und der Radius desselben gleich der Linie $c''m''$ (Fig. 4) sein müsse. Auf gleiche Weise lassen sich die übrigen Punkte der Hyperbeln bestimmen.

In Fig. 5 sind die Leibungsflächen der Gewölbsteine entwickelt und ihre Fugenflächen in die horizontale Projektionsebene niedergelegt. Die Breiten dieser letzteren ergeben sich aus Figur 3, ihre Längen aus Figur 1.

In Figur 6 ist die äussere Ansicht dieser Verbindung perspektivisch dargestellt.

Steinschnitt. Man schneide einen prismatischen Block, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion A (Fig. 1), und dessen Höhe gleich der grössten Höhe des Steines ist. Nun ziehe man in der inneren Zylinderfläche den horizontalen Bogen tx (Fig. 7) und in der Grundfläche des Blockes den horizontalen Bogen, der durch den Punkt u geht. Diese beiden Bögen dienen als Leitlinien der Kugelfläche, welche nun mittelst eines Lehrbogens, der zu einem grössten Kreise der Kugel gehört, ausgehöhlt wird. Man ziehe ferner in der obersten horizontalen Ebene den durch den Punkt u bestimmten Kreisbogen, und schneide sofort die Kegelfläche, welche die horizontalen Bögen w und tx zu Leitlinien hat. Endlich reisse man die Lehren der Fugenflächen des Zylindergewölbes auf, kehre den Stein um und ziehe den horizontalen Bogen, welcher nebst rs als Leitlinie für die untere konische Fugenfläche dient. Die Lehren B und C (Fig. 2 und 3) nebst derjenigen der Fugenflächen bestimmen die noch übrigen Schnitte des Gewölbsteines.

Isometrische Methode. Die isometrische Projektion des dritten Steines ist in Fig. 14 Supplementtafel 12 dargestellt,

und aus den geometrischen Projektionen Fig. 10—13 hergeleitet worden. Wenn man dieselbe bei der Darstellung des Steines anwenden will, so dürfte in der Ausführung der Schnitte sehr zweckmässig folgende Ordnung beobachtet werden.

Man schneide: 1) die Zylinderfläche $a b a'' b''$; 2) die Zylinderfläche $d' f d'' f''$, in welcher der Bogen $d f$ aufgezeichnet wird; 3) die Ebenen $b o o q m k f b$ und $a n n r h e e'' a''$, indem man sich zur Bestimmung der Punkte r, h und e , der in Figur 14 angezeigten Ordinaten bedient; 4) die Ebene $e'' e c c''$; in dieser wird der Bogen $c e$ aufgezeichnet und darauf die Merkpunkte 1, 2 und 3 bestimmt; 5) die Ebene $s'' r'' r h i$, in welcher der Bogen $i h$ nebst seinen Merkpunkte 2', 3' bestimmt wird; 6) die Ebene $p m q m$. Die noch übrigen Schnitte, nämlich die Kugelflächen $d f b a e c$, und $l m m k$, die Kegelflächen $l d k f$ und $c i h e$, und die Zylinderflächen $p s r n o q$ und $n o o n$ können nun in beliebiger Ordnung geschnitten werden.

Verbindung eines steigenden Zylindergewölbes mit einem Kugelgewölbe.

Descente dans une voûte sphérique.

(Tafel 33.)

185. Schon früher haben wir gezeigt, durch welche Mittel die scharfen Kanten vermieden werden können, welche bei der Vereinigung zweier Gewölbe entstehen. Es wird daher die Verbindung eines Kugelgewölbes mit einem senkrecht einmündenden steigenden Zylindergewölbe nur desswegen als Beispiel angeführt, weil dasselbe sehr geeignet ist, um auf einige Schwierigkeiten aufmerksam zu machen, welche sich bei der Vereinigung der Fugenflächen beider Gewölbe darbieten.

Der vertikale Durchschnitt des steigenden Zylindergewölbes ist in Figur 2 (Tafel 33) dargestellt. Die in ihm vorkommenden Linien seien die Leitlinien der Leibungsfläche und der verschiedenen Fugenflächen des Zylindergewölbes; die Kurve aber, nach welcher die Kugelfläche von dem Zylindergewölbe durchdrungen wird, sei ein mit der Ebene des Durchschnittes (Fig. 2) paralleler und vertikaler Kreis, so dass die Projektionen des Gewölbgrates (Fig. 3 und 1), als gerade Linien s 2 sich darstellen.

Sehen wir nun, wie die Zurüstung der Steine des Gewölbgrates ausgeführt werden müsse. Aus der Betrachtung der Figuren 2 und 1 erkennt man leicht, dass die absteigende Fugenfläche $1 a''$ (Fig. 2) den horizontalen Kreis $c e$ Fig. 3, welcher die, der Kante 1 des Zylindergewölbes entsprechende Leibungskante des Kugelgewölbes bildet, nicht durchschneiden könne, indem sie die Kugelfläche etwas tiefer nach einem Kreisbogen schneidet, dessen vertikale Projektion ein elliptischer Bogen $1 a$ ist, den wir nach b verlängert haben. Um nun die Leibungskanten beider Gewölbe zu vereinigen, wähle man auf dem horizontalen Kreise $c e$ einen beliebigen Punkt (u, u') und verbinde diesen mit dem Punkte 1 durch einen Kreisbogen $u1$, dessen Ebene durch den Mittelpunkt der Kugel geht und daher die konische Fugenfläche des Kugelgewölbes nach der Linie $u v, u' v'$ durchschneidet.

Man könnte nun die Ebene $1 u v$ bis zur Durchschneidung der Fugenfläche $1 a''$ (Fig. 2) verlängern; zweckmässiger jedoch legt man durch den Punkt v, v' und durch die Leibungskante $1 x$ des steigenden Zylindergewölbes eine Ebene, indem man die Fugenfläche des Zylindergewölbes durch die Linie xz begrenzt, nach welcher sie die obere horizontale Lagerfläche des Kugelgewölbes durchschneidet.

Diese Anordnung ist um so zweckmässiger, als die Ebene $1 v x$ der Normal-Ebene des Zylindergewölbes etwas näher liegt, als die Fugenfläche $1 1 a a''$ (Fig. 3). Man sieht dieses leicht ein, wenn man erwägt, dass der senkrechte Durchschnitt des Zylindergewölbes eine Ellipse ist.

Obgleich die Punkte (u, u') , (m, m') Fig. 1 und 3 ganz nach Willkühr bestimmt werden können, so wählt man sie doch immer so, dass sie in einer Ebene liegen, welche mit dem Gewölbgrate parallel ist; denn dadurch erhält die Zustrückung des Ganzen eine grössere Regelmässigkeit.

Die Figuren 4 und 5 zeigen die Formen der beiden unteren Gewölbsteine. In Figur 6 ist die Verbindung eines Kugelgewölbes mit einem schief einmündenden steigenden Zylindergewölbe dargestellt. Die Fugenflächen beider Gewölbe werden ebenso wie im vorhergehenden Beispiele mit einander vereinigt, und sie unterscheiden sich daher nur durch die Konstruktion des Gewölbgrates. Um diese Kurve zu erhalten, lege man parallel mit der vertikalen Projektionsebene eine beliebige Hülfssebene, welche das steigende Zylindergewölbe in der Linie $(a'u', a u)$ und das Kugelgewölbe in dem Kreise $(cu, c'u')$ durchschneidet; der diesen beiden Durchschnitten gemeinschaftliche Punkt (u, u') ist ein Punkt des Gewölbgrates. Auf gleiche Weise ergeben sich auch die übrigen Punkte.

Die isometrische Projektion des in Fig. 6 Tafel 33 dargestellten Steines zeigt Fig. 15 Supplementafel 12. Da die geometrischen Projektionen desselben auf der Originaltafel vollständig und deutlich konstruirt sind, so wurden sie unmittelbar aus diesen abgeleitet.

*Konisches Gewölbauge in einem Kugelgewölbe.**Oeil-de-boeuf dans une voûte sphérique.**(Tafel 34.)*

186. Es sei der horizontale Durchschnitt des Kugelgewölbes in der Höhe der Kämpferebene (Fig. 1 Taf. 34) und der durch die Axe des Gewölbauges gelegte vertikale Durchschnitt (Fig. 2) des Kugelgewölbes gegeben. Die Leibung des Gewölbauges sei ein Kreiskegel, dessen Spitze in dem Mittelpunkte der Kugel liegt, und dessen Leitlinie der über der Linie ac als Durchmesser konstruirte Kreis ist.

Dieser Kreis ist in Figur 3 in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

Die horizontalen Projektionen der beiden Kreise, nach welchen die äussere und die innere Leibung des Kugelgewölbes von dem Gewölbauge durchschnitten wird, sind die Ellipsen $a'b'c'$ und $u'o'v'$, die sich mittelst der beiden Projektionen in Figur 2 und 3 leicht konstruiren lassen.

Da die Fugenflächen des Kegelgewölbes durch die Axen desselben gehen, so müssen sie auf der Ebene (Fig. 3) senkrecht stehen, und daher ihre Projektionen in demselben Punkte s'' sich vereinen. Die aus diesem Punkte beschriebenen Kreise können ferner als zur Kugelfläche gehörend angesehen werden, welche sich in Figur 2 als gerade Linien projiciren, die mit der Ebene ac parallel sind.

So entspricht dem Kreise $t''x''r''$ (Fig. 3) die Projektion tr (Fig. 2). Um die elliptischen Projektionen der Kreis-

bögen zu erhalten, nach welchen die äussere und die innere Leibung der Kugelfläche von den Fugenflächen des Gewölbauges durchschnitten werden, übertrage man die Punkte, in welchen die Leitlinien der Fugenflächen (Fig. 3) von den obenerwähnten Kreisen geschnitten werden, in Fig. 2 und von hier in Figur 1. So wird der Kreis $t''x''r''$ von der Fugenfläche $s''d''$ in dem Punkte m'' durchschnitten, und hieraus ergibt sich durch Uebertragung der Punkt m (Figur 2).

Steinschnitt. Betrachten wir als Beispiel denjenigen Stein, dessen Leibung in Fig. 2 mit A bezeichnet ist; dieser wird begrenzt:

- 1) von zwei Kugelsegmenten, welche in der inneren und äusseren Leibung des Kugelgewölbes liegen;
- 2) von 3 konischen Flächen, von welchen die erste die Leibungsfläche des Gewölbauges und die beiden anderen die Fugenflächen des Kugelgewölbes bilden;
- 3) von 3 Ebenen, nämlich: von den beiden Fugenflächen des Gewölbauges und der vertikalen Fugenfläche des Kugelgewölbes.

Alle diese Flächen gehen durch den Mittelpunkt der Kugel. Dieses festhaltend konstruirt man die beiden Vielecke B' und C' (Figur 1), nach welchen die parallelen Ebenen ac und pq von den gehörig verlängerten Fugenflächen durchschnitten werden, projicirt sofort den Durchschnitt (C, C') in die Ebene des Durchschnittes (B, B') und lege diese in die horizontale Ebene (Figur 3) nieder.

Um nun den Gewölbstein selbst zu schneiden, richte man zuerst eine Ebene zu, welche die Gewölbkante $i''e''$

(Fig. 3) enthalten soll, schneide senkrecht auf diese, in einem Abstände, welcher der Entfernung der beiden Ebenen ac und $p q$ (Fig. 2) gleich ist, zwei Ebenen an, und trage auf diesen die beiden Lehren B'', C'' auf, indem man vorher die Punkte i'' und e'' mit grosser Sorgfalt auf dem Steine bezeichnet. Die über die Grenzlinien dieser Lehren vortretenden Theile werden nun abgearbeitet, so dass der Block die in Figur 4 dargestellte Form annimmt. Endlich konstruirt man sich eine biegsame Lehre des zwischen den grössten Kreisen der äusseren und der inneren Leibung der Kugel liegenden Ringstückes, und trägt dieses, wie Fig. 4 zeigt, auf dem Blocke auf. Hierdurch werden alsdann die Leitlinien der äusseren und der inneren Kugelfläche bestimmt, nach welchen dieselben, wie früher angegeben, behauen werden können.

Die isometrische Projektion dieses Steines ist in Fig. 19 Supplementtafel 12 aus seinen geometrischen Projektionen Fig 16—18 hergeleitet werden.

Ueber seine Anwendung zur Darstellung des Steines haben wir, nach dem bereits Gesagten, nichts Weiteres zu erwähnen.

Kugelförmige Nische.

Niche sphérique.

187. In den Figuren 6 und 7 ist die Zurüstung einer in einer Mauer angebrachten kugelförmigen Nische konstruirt.

Das Verständniss dieser Aufgabe ist zu leicht, als dass es nöthig wäre, in eine nähere Erklärung einzugehen.

Das in Figur 9 und 10 dargestellte überhängende Kugelgewölbe, ist als eine kugelförmige Nische zu betrachten, von welcher die ausserhalb des Mauereckes liegenden Theile weggenommen wurden.*

* Mit diesem Abschnitte werden, aus den in der Vorrede angeführten Gründen, die von mir bisher dem Texte einverleibten Zusätze, welche die Konstruktion und die Anwendung der isometrischen Projektionen der Steine zum Gegenstande hatten, geschlossen. M.

FÜNFTER ABSCHNITT.

ERSTES KAPITEL.

Gewölbe, deren innere Leibung eine Umwälzungsfläche ist.

Voûtes dont l'intrados est une surface de révolution.

(Tafel 35.)

188. In den Figuren 1, 4, 6, 7 (Tafel 35) sind mehrere Gewölbe dargestellt, deren innere Leibung eine Umwälzungsfläche ist. Dieser Name wird (darstellende Geometrie) allen denjenigen Flächen beigelegt, welche erzeugt werden, wenn sich eine Kurve um eine feste Linie wie um ihre Axe dreht; aus diesem Grunde wird die letztere: die Axe der Umwälzungsfläche genannt. Die Aehnlichkeit, welche zwischen dieser Art von Gewölben und der Kugel besteht, überhebt uns, in weitläufige Erklärungen einzugehen, deren Wiederholung den Leser nur ermüden würde.

Die Umwälzungsflächen werden nach den Kurven oder Meridianschnitten benannt, durch deren Drehung sie erzeugt worden sind. So gehören die Projektionen in Figur 1 und 2 einem parabolischen Gewölbe an, weil der Meridianschnitt eine *Parabel* ist.

In Fig. 4 und 5 ist ein gedrücktes elliptisches Gewölbe dargestellt.

Fig. 6 ist ein Ringgewölbe, und die Figuren 7 und 8 sind die Projektionen eines elliptischen Gewölbes mit horizontaler Axe.

Die Fugenflächen aller dieser Gewölbe sind *Meridian-schnitte* und *Kegelflächen*, deren Spitzen in der Gewölbaxe liegen. Was die letzteren betrifft, so ist es eine wesentliche Bedingung, dass ihre Erzeugenden auf der Leibungsfläche des Gewölbes senkrecht stehen.

Um den in Fig. 3 dargestellten Gewölbstein zu schneiden, verfährt man auf die in §. 171 auseinander gesetzte Weise.

189. In Figur 9 und 10 ist als Uebungsbeispiel die Aufgabe gelöst: Wie ein Gewölbstein aus dem kleinsten Blocke darzustellen sei. Fig. 9 ist die vertikale Projektion des Steines in einer Meridianebene, welche ihn in zwei symmetrische Theile theilt; derselbe wird, wie sich aus der Betrachtung der Figur ergibt, von einem Prisma eingeschlossen, dessen Grundfläche das unregelmässige Sechseck $abdc eo$ und dessen Länge die Linie $a'a''$ ist.

Man konstruirt nun die Lehren A, B, C und D , welche sich aus der Durchschneidung der Fugenflächen des Steines und der Ebenen ab, bd, ec und eo ergeben. Die beiden Lehren E , welche eine gemeinschaftliche Projektion besitzen, liegen in den verticalen Ebenen $a'c'$ und $a''c''$, welche die Grundflächen des Prismas enthalten. Die Linien vu (Fig. 9), deren horizontale Projektionen in den Punkten u' und u'' (Fig. 10) liegen, bilden die Durchschnitte der Ebenen $a'c', a''c''$ mit den Meridianebenen $u's', u''s''$; die kleine Kurve xu ist die vertikale Projektion der beiden hyperbolischen Bögen, nach welchen die untere konische

Fugenfläche von den Ebenen $a'c'$ und $a''c''$ durchschnitten wird; die Lehren F und H endlich sind die Entwicklungen der beiden konischen Fugenflächen des Gewölbes. Um nun den Stein auszuführen, schneide man zuerst das Prisma $abdceo$, und reisse die Lehren A, B, C, D und E auf den entsprechenden Flächen desselben auf; die Grenzlinien dieser Lehren bilden die Leitlinien für die Meridianebenen und für die konischen Fugenflächen, welche man sofort schneidet, um die Lehren F und H auftragen zu können, an deren Grenzlinien man die Lehrbögen, welche dem inneren und dem äusseren Meridianschnitte des Gewölbes entsprechen, hingleiten lässt, um die innere und die äussere Leibung des Gewölbes zu schneiden. Hierbei muss man Sorge tragen, dass die Lehrbögen immer in der Richtung der Meridianebenen angelegt werden.

ZWEITES KAPITEL.

Verbindung eines steigenden Zylindergewölbes mit einem Ringgewölbe.

Descente pénétrant dans une voûte annulaire.

(Tafel 35*.)

190. Als zweites Beispiel für die Umwälzungsflächen wählen wir die Verbindung eines Ringgewölbes mit einem steigenden Zylindergewölbe.

Die Axen beider Gewölbe mögen in verschiedenen Ebenen liegen, und die äussere Mauerfläche des Gewölbes sei eine Böschungsfläche.

Die gegebenen Grössen dieser Aufgabe sind folgende:

- 1) Fig. 1 und 4 (Taf. 35*) der Meridianschnitt A des Ringgewölbes.
- 2) Fig. 3, die horizontale Projektion des zu überwölbenden Raumes.
- 3) Fig. 2, der senkrechte Durchschnitt der Zylinderfläche, welche die innere Leibung des steigenden Gewölbes bildet.
- 4) Die Neigung des steigenden Gewölbes, welche durch die Winkel $5ac$, $5'a c$ (Fig. 1 und 4) bestimmt ist.

Konstruktion des Entwurfes. Zum besseren Verständniss und damit keine Verwirrung entstehe, haben wir einen jeden der beiden Pfeiler auf eine besondere Ebene projicirt.

Konstruktion des Gewölbgrates. Man projicire den Punkt a (Fig. 3) auf die Grundlinien Fig. 1 und 4 und konstruiren die Linien ac , welche die vertikalen Leitlinien der Kämpferebene des steigenden Gewölbes bilden.

Die auf der Leitlinie ac (Fig. 1) senkrecht stehende Linie cd ist die Leitlinie des senkrechten Durchschnittes, welchen man sich durch Drehung um die Horizontallinie c in die Ebene Fig. 2 niedergelegt denkt. Die Hauptpunkte dieses Durchschnittes werden auf die Linie cd' projicirt, von hier auf cd übertragen und sofort die Leibungskanten sowie die Grenzlinien der Fugenflächen gezogen.

Um die Punkte zu bestimmen, in welchen die Leibungsfläche des Ringgewölbes von diesen Linien durchschnitten wird, verfährt man auf folgende Weise:

Man theile den Meridianschnitt (Fig. 1) in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Gewölbsteine betragen soll,

projicire die Theilpunkte 0, 1, 2, 3 auf die gerade Linie $o C$ (Fig. 4), welche die Leitlinie des Hauptmeridianschnittes ist, und beschreibe nun aus C die Kreise $00''$, $1'1''$, $2'2''$ etc., welche die horizontalen Projektionen der Leibungskanten des Ringgewölbes bilden.

Legt man sofort durch die Leibungskante xx des steigenden Gewölbes eine vertikale Ebene pp (Fig. 3), so wird diese die so eben beschriebenen Kreise nach einer Kurve $p'p'$ (Fig. 1) durchschneiden; und da, wo diese Durchschnittslinie die Leibungskante xx (Fig. 1) trifft, muss, wie leicht einzusehen, ein Punkt des Gewölbgrates liegen.

Auf gleiche Weise ergeben sich alle übrigen Punkte der vertikalen Projektion dieser Kurve, deren horizontale Projektion aus der vertikalen ohne Mühe hergeleitet werden kann.

Ebenso werden auch die Punkte bestimmt, in welchen das Ringgewölbe von den in den Fugenflächen des steigenden Zylindergewölbes gezogenen Linien durchschnitten werden, und aus ihrer Verbindung ergeben sich die Kurven xy' (Fig. 1), zz' (Fig. 1 und 3), vv' (Fig. 1, 3 und 4) uu' (Fig. 3 und 4) und tt' (Fig. 3 und 4).

Auf ähnlichem Wege erhält man die Kurven, nach welchen die äussere konische Böschungsfläche der Mauer von der Leibung und von den Fugenflächen des steigenden Gewölbes durchschnitten wird. Es werden demgemäss die Kreise $55''$, $66''$ etc. bis in das Innere des steigenden Gewölbes verlängert, ihre Durchschnittspunkte mit der Ebene pp bestimmt, und durch die Vereinigung derselben die Kurve $p''p''$ konstruirt, welche eine Hyperbel ist; da wo diese von der Linie xx durchschnitten wird, ist alsdann ein Punkt der Kurve, welche die Durchschnittslinie

der konischen Mauerfläche und des steigenden Zylindergewölbes bildet.

Ebenso ergeben sich die Kurven, nach welchen die Böschungsfläche der Mauer von den Fugenflächen des steigenden Zylindergewölbes durchschnitten wird.

Auf der linken Seite des Ringgewölbes (Fig. 3 und 4) wurden die horizontalen Lagerflächen 7 und 8 ein wenig erniedrigt, weil sonst die Durchschneidung derselben mit den Fugenflächen nicht mehr innerhalb der Mauer stattgefunden hätte.

191. Ueberhaupt gehören die Vereinigungen verschiedener Lagerflächen immer zu den grössten Schwierigkeiten in der Praxis; denn wir haben schon früher gesehen, dass eine für alle Fälle passende Lösung dieser Aufgabe rein unmöglich ist.

Man kann zwar wohl die Regel aufstellen, dass man scharfe Kanten, spitze Ecken, krumme Fugenflächen und Hacken soviel wie möglich zu vermeiden habe; das ist aber immer nur eine negative Lösung der Aufgabe, indem die Anführung der zu vermeidenden Fehler, durchaus noch nicht die Mittel angibt, um zum vorgesetzten Zwecke zu gelangen.

So viel ist übrigens klar, dass die Wahl der Schnitte, welche allen Bedingungen der Oekonomie und der Festigkeit entsprechen, nicht allein von den Verhältnissen der Dimensionen abhängt, welche die mit einander verbundenen Gewölbe besitzen, sondern auch von der grösseren oder geringeren Neigung des steigenden Gewölbes, sowie von der Grösse oder von der Anzahl der Gewölbsteine. Damit nun der Leser mit diesen Schwierigkeiten recht vertraut werde, haben wir öfters solche Verbindungen gewählt, welche in der Praxis vermieden werden sollen.

Wir müssen übrigens noch erwähnen, dass die geringe Anzahl der Gewölbsteine, welche wir in unsern bisherigen Konstruktionen angenommen haben, um bei der grossen Anzahl der nöthigen Konstruktionslinien auf dem kleinen Raume der Zeichnung, das Verständniss möglichst zu erleichtern, die Schwierigkeiten solcher Fälle ziemlich erhöht, so dass diese in der Praxis, wo die Fugenflächen näher bei einander liegen, viel geringer werden.

Damit man sich die Formen der Hauptsteine besser vorstellen könne, haben wir einige derselben auf Tafel 35* bis perspektivisch gezeichnet. Die Figuren 1, 2, 4 und 5 zeigen die Steine der ersten Schichte des in Fig. 1 (Tafel 35*) projicirten Pfeilers zur Rechten. Aus der Gleichheit der Buchstaben bei den verschiedenen Figuren lässt sich leicht erkennen, welche Linien einander entsprechen.

192. Bei dem ersten Steine (Fig. 1, Tafel 35*) begegnet man einer Schwierigkeit, welche derjenigen, worüber wir in § 185 gesprochen haben, ähnlich ist, und die darin besteht, dass die horizontale Leibungskante 1—1 des Ringgewölbes die Kurve xy' (Fig. 1), welche die Durchschnittsline der Fugenfläche xx' und des Ringgewölbes bildet, nicht durchschneidet. Man muss daher entweder einen kleinen vertikalen Schnitt eo ausführen, oder, wie es hier geschehen ist, die Fugenfläche $xx'y'$ durch eine andere Ebene xxe (Fig. 1 u. 3) ersetzen, welche durch die Leibungskante xx und durch einen auf dem horizontalen Kreise 1—1 gewählten Punkt e geht.

Die Ebene $nnem$ (Fig. 1 u. 3), welche die obere Lagerfläche des Steines bildet, schneidet die konische Fugenfläche des Ringgewölbes in der Linie em ; diese Linie ist in unserem Beispiele eine gerade, indem wir den Punkt e so gewählt

haben, dass die Ebene $x x e$ durch die Spitze s^* des Kegels geht, dessen Leitlinie der Kreisbogen $1-1$ ist.

Um eine solche Ebene zu erhalten, verlängere man die Erzeugende der Kegelfläche $g 1$ (Fig. 1), bis sie die vertikale Projektion der Axe des Ringgewölbes in dem Punkte s durchschneidet, und ziehe durch diesen, parallel mit der Kante $x x$ die Linie $s e m$, indem man dieselbe als die vertikale Leitlinie der Ebene $n n e m$ betrachtet.

Die Fugenfläche $x x e$ wurde nicht bis zur Durchschneidung der äusseren Mauerfläche verlängert, sondern am Ende derselben eine kleine dreiseitige Ebene $x e' h$ angesetzt, welche durch den Punkt e' und durch die Linie $e' h'$ bestimmt wurde.

Der Punkt e' ergibt sich aus der Durchschneidung der horizontalen Ebene $e' h$ und der geraden Linie $e e'$; von hier aus wurde senkrecht auf den Bogen $h 7''$ (Fig. 3) die Linie $e' h$ gezogen.

Der zweite Gewölbstein wird nun keine Schwierigkeiten darbieten. Das kleine Dreieck $r' r'' z'''$ (Fig. 1) liegt in einer vertikalen Ebene und wird durch die Linie $r''' z'''$ (Fig. 3) bestimmt, welche auf dem Kreisbogen $z''' 8''$ senkrecht steht.

Die Kurve $z z'''$ ist die Durchschnittslinie der äusseren Mauerfläche mit der zweiten Fugenfläche des steigenden Gewölbes; die Linie $r' z'''$ endlich (Fig. 1) ist der Durchschnitt derselben Fugenfläche mit dem vertikalen Dreiecke $r' r'' z'''$.

In Figur 4 fällt die erste Fugenfläche mit der Kämpfer-ebene des steigenden Zylindergewölbes zusammen. Diese Ebene durchschneidet das Ringgewölbe nach der Kurve $t t'$.

* Dieselbe ist in die Ebene (Fig. 1) projicirt, liegt jedoch in Fig. 3.

Die Linie $t'i$ (Fig. 3) ist die Leitlinie der vertikalen Ebene, welche das kleine Dreieck $t'i'i'$ (Fig. 4 Taf. 35* und Fig. 7 Taf. 35* bis) enthält.

In Fig. 3 Taf. 35* bis ist die Entwicklung der Leibungsflächen und der Fugenflächen konstruiert. Hieraus ergaben sich die Breitendimensionen aus Fig. 2 Taf. 35* und die Längendimensionen aus den Figuren 1 und 4.

Steinschnitt. Man richte einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion B des Steins ist. Dadurch wird bestimmt:

- 1) der vertikale Zylinder, welcher den Kreisbogen $1'''e$ enthält (Fig. 3);
- 2) die vertikale Ebene, welche durch die Kante xx geht; endlich
- 3) die Meridianebene $1'''g$.

Man trage nun die Lehre des Meridianschnittes $o1g65$ (Fig. 1) auf die vertikale Ebene $1'''g$, wodurch sich die Punkte o , $1'''$ und m' (Fig. 6 Taf. 35* bis) ergeben.

Ferner ziehe man in der unteren Grundfläche des prismatischen Blockes den Kreisbogen oa und in der vertikalen Zylinderfläche mittelst eines biegsamen Lineales den Bogen $1'''e'''$ (Fig. 6 Taf. 35* bis).

Diese beiden Bögen bilden die Leitlinien für die Leibung des Ringgewölbes, welche nun mittelst einer nach dem Meridianschnitte konstruirten Bogenlehre geschnitten wird. Durch Merkpunkte, die man auf den erwähnten Bögen bezeichnet, werden die verschiedenen Stellungen der Bogenlehre bestimmt.

Man ziehe nun den Bogen $x'e'$, und schneide die Zylinderfläche $x'e'xe$. Sofort bestimme man aus Fig. 1 die Lage von xx , und schneide senkrecht auf diese Linie die

Ebene $nnx'a'$ an. Wird endlich auf dieser die Lehre D' (Fig. 2 Taf. 35*) aufgetragen, so ergibt sich der Bogen $x'a'$, welcher, nebst der schon früher bestimmten Kurve xe , eine Leitlinie für die innere Leibung des steigenden Zylindergewölbes bildet.

Was die Darstellung der höher liegenden Gewölbsteine betrifft, so möchte es wohl ökonomischer sein, für die Grundfläche des prismatischen Blockes die vertikalen Projektionen zu wählen.

Wollte man z. B. denjenigen Stein schneiden, dessen senkrechter Durchschnitt sich in D'' (Fig. 2 Taf. 35*) befindet, so richtet man einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche die Fig. $k8'b v'l$ (Fig. 4) und dessen Länge gleich der Linie $v3''$ (Fig. 3) ist.

Auf den Ebenen $k8'$ und lv' (Fig. 4) wird nun die Lehre D'' (Fig. 2) aufgetragen, welche die Leitlinien für die Leibung und die beiden Fugenflächen des steigenden Gewölbes enthält; alsdann schneidet man die obere Fugenfläche nach der ganzen Länge des Steines, die untere Fugenfläche jedoch mit Vorsicht nur so weit, bis man die ihr entsprechende Lehre $uu'u'''$ (Fig. 2) genau aufpassen kann.

Sofort wird in der horizontalen Ebene $b8$ (Fig. 4) die durch den Punkt $3''$ (Fig. 3) gehende Leitlinie der Meridianebene gezogen, diese letztere behauen und in ihr die entsprechende Lehre aufgetragen.

Wird endlich noch in der horizontalen Ebene $b8$ der Bogen $3''v'v'3$ (Fig. 3 u. 4) gezogen, und mittelst eines rechten Winkels die vertikale Zylinderfläche geschnitten, welche diesen Bogen enthält, so sind alle Kurven bestimmt, durch welche die innere Leibung des Ringgewölbes begrenzt wird, und man kann nun auch die letztere auf die oben gezeigte Weise mittelst eines Lehrbogens darstellen.

Um die äussere Mauerfläche des Steines zu schneiden, ziehe man in der horizontalen Ebene $b8$ den Bogen $8'8'$ (Fig. 3), und bediene sich des Schrägmaasses M (Fig. 1), welches den Winkel bestimmt, den die erzeugende Linie der konischen Böschungsfläche mit der horizontalen Ebene bildet. Man muss hierbei Sorge tragen, das Schrägmaass immer so zu halten, dass seine Ebene auf dem horizontalen Bogen $8'8'$ senkrecht stehe.

DRITTES KAPITEL.

Elliptisches Gewölbe mit horizontalen Lagerflächen.

(Voûte elliptique appareillée par assises horizontales.)

(Tafel 36.)

149. Obgleich die in Figur 7 und 8 (Taf. 35) dargestellte Zurüstung des elliptischen Gewölbes der Form seiner inneren Leibung am meisten zu entsprechen scheint, so zieht man dennoch bei grösseren elliptischen Gewölben die Zurüstung mit horizontalen Lagerflächen vor. Alsdann aber treten mehrere Schwierigkeiten ein, weil zugleich die Entstehung der scharfen Kanten vermieden werden muss.

Es sei (Fig. 1 Taf. 36) der Durchschnitt des Gewölbes mittelst einer vertikalen Ebene, welche durch den Mittelpunkt desselben geht und auf der Axe des Ellipsoides senkrecht steht. Die äussere Leibung des Gewölbes gehöre zu einem andern Ellipsoide, welches dem ersteren ähnlich ist, dessen Mittelpunkt aber, um den Bedingungen der Festigkeit Genüge zu leisten, unterhalb der Kämpferebene liegt. Die Mauer endlich, auf welche sich das Gewölbe stützt,

werde von zwei Zylinderflächen eingeschlossen, deren Grundflächen konzentrische und ähnliche Ellipsen seien, und deren Axen durch die Dimensionen des Gewölbes bestimmt sind. Man wird bemerken, dass die Dicke der Mauer, wegen der Aehnlichkeit der Ellipsen, nicht überall dieselbe ist, sondern gegen die Endpunkte der grossen Axe hin zunimmt; dies ist jedoch ein sehr günstiger Umstand, weil der Seitendruck des Gewölbes in der Richtung der grossen Axe am grössten ist.

Man theile nun den Kreisbogen ab (Fig. 1) in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Gewölbsteine betragen soll, und lege durch jeden Theilungspunkt eine horizontale Ebene. Alle diese Ebenen durchschneiden die Leibung des Gewölbes nach ähnlichen Ellipsen, welche die Leibungskanten bilden und als Leitlinien der Fugenflächen benützt werden. Was nun diese letzteren betrifft, so scheint es auf den ersten Anblick am zweckmässigsten, für dieselben Kegelflächen anzunehmen, deren gemeinschaftliche Spitze in dem Mittelpunkte des Gewölbes liegt. Indessen sieht man bei näherer Erwägung leicht ein, dass die Erzeugenden dieser Kegelfläche nur in der Ebene des Kreises ab auf der inneren Leibung des Gewölbes senkrecht stehen könnten, dagegen in der Ebene der grossen Axe sehr ungleiche Winkel mit der Oberfläche des Ellipsoides bilden müssten. Dieses zu vermeiden, hat man sehr verschiedene Mittel in Vorschlag gebracht; keines aber scheint für die Praxis geeigneter zu sein, als dasjenige, womit wir uns sogleich beschäftigen werden, und welches darin besteht, solche Kegelflächen aufzufinden, welche in allen Punkten der Leibungskanten die ellipsoidische Fläche unter Winkeln durchschneiden, die rechten Winkeln möglichst nahe kommen.

Wir wollen als Beispiel diejenige Kegelfläche bestimmen, die der zweiten Leibungskante des Gewölbes entspricht. Man führe den vertikalen Durchschnitt $b'm''$ (Fig. 4) durch Drehung um die vertikale Linie b' in die Ebene des Kreises ab über, ziehe die Tangenten sn und sm , und theile den Winkel msn durch die Linie su in zwei gleiche Theile; wird alsdann diese Linie in die Ebene $b'u''q$ übergetragen, so ist klar, dass sie die Ellipse $m''n'$ in dem Punkte u'' berühren, und demnach die auf su senkrecht stehende Linie ux eine Normale des ellipsoidischen Durchschnittes $b'q$ sein müsse. Verlängert man nun die Linie ux , bis sie die Axe des Ellipsoides in einem Punkte 2 durchschneidet, so kann dieser als die Spitze der Kegelfläche angenommen werden, durch deren Erzeugende ux die Fugenfläche der zweiten Leibungskante zu bilden ist, indem die Winkel snk und smh , welche diese Kegelfläche in der Richtung der grossen und der kleinen Axe mit der Leibung des Ellipsoides bildet, von dem rechten Winkel sux nur wenig verschieden sind; dieser Unterschied ist aber in den übrigen Theilen des Gewölbes noch geringer.

Die Spitzen der die übrigen Fugenflächen bildenden Kegel werden auf gleiche Weise bestimmt; sie liegen in den Punkten 1, 3 und 4. Die Kanten der äusseren Leibung sind, wie die der inneren Leibung, horizontale Ellipsen und den ersteren ähnlich.

Eine andere Schwierigkeit findet bei der Anordnung der vertikalen Fugenflächen statt. Ist der Unterschied der beiden Axen nicht zu gross, so kann man dieselben durch den Mittelpunkt des Gewölbes legen. Ist jedoch die Länge des Gewölbes bedeutend grösser, als die Breite, so ist es zweckmässiger, den vertikalen Fugenflächen eine Richtung zu geben, dass sie auf einer solchen Ellipse senk-

recht stehen, welche von den elliptischen Leibungskanten gleichweit entfernt ist. Bei dieser Anordnung müssen die Linien or und ce (Fig. 3), nach welchen die konischen von den vertikalen Fugenflächen durchschnitten werden, hyperbolische Bögen sein. Um die mittleren Punkte dieser Kurven zu bestimmen, z. B. den Punkt d , lege man eine beliebige horizontale Ebene gl (Fig. 3), welche über dem Punkte r und unter dem Punkte o liegt, und konstruiere die Ellipse $d'l'$ (Fig. 4), nach welcher sie die konische Fugenfläche durchschneidet. Der Schnittpunkt dieser Ellipse mit der Leitlinie $o'z'$ der vertikalen Fugenfläche bestimmt alsdann die horizontale Projektion d' des gesuchten Punktes, woraus sich die vertikale Projektion d ergibt. Ebenso verfährt man bei der Bestimmung der übrigen Punkte.

Aus der Vereinigung der beiden Bedingungen, zufolge deren 1) die äussere Leibung des Gewölbes der inneren ähnlich ist, und 2) die Fugenflächen des Gewölbes Kegel sind, deren Leitlinien von horizontalen Ellipsen gebildet werden, ergibt sich der merkwürdige Fall, dass alle Kurven, welche aus der Durchschneidung der konischen Fugenflächen oder der inneren und der äusseren Leibung des Gewölbes mit horizontalen Ebenen entstehen, ähnliche Ellipsen sein müssen, wodurch sowohl die Konstruktion des Entwurfes, als auch diejenigen, welche zur Darstellung des Steines nöthig sind, sehr einfach werden.

Die Figuren 3 und 4 enthalten die Projektionen eines Gewölbsteines. In Figur 5 sind die Lehren seiner vertikalen Fugenflächen konstruirt. Man dachte sich die erstere um die im Punkte α (Fig. 2) und die zweite um die im Punkte w projecirte Vertikale gedreht, und sodann in die vertikale Projektionsebene niedergelegt.

194. Wenn das Gewölbe im Verhältnisse zu seiner Breite sehr lang wäre, so könnte man, statt einer, mehrere konische Fugenflächen anwenden, deren Spitzen da liegen, wo die durch den Mittelpunkt des Gewölbes gezogene Vertikallinie von den Normallinien zu den Punkten m' , u' und n' (Fig. 8) durchschnitten wird.

Steinschnitt. Man richte einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion $o'z'i'c'$ (Fig. 4) des Steines ist, und trage auf den entsprechenden Seitenflächen desselben die Lehren vzr und $tiec$ (Fig. 5) der vertikalen Fugenflächen auf. Mittelst eines biegsamen Lineales ziehe man sodann die Bögen zi und oc (Fig. 6), von welchen der erstere in der konkaven und der andere in der konvexen Zylinderfläche des Steines liegt, und reisse endlich in den beiden Grundflächen des prismatischen Blockes die elliptischen Bögen tv und er mittelst entsprechender Lehren auf. Hierdurch werden alle Hauptschnitte bestimmt.

Um die Fugenflächen richtig schneiden zu können, muss auf den Bögen tv , iz , er und oc eine gehörige Anzahl von Punkten bemerkt werden, durch welche die Erzeugenden der Kegelfläche gehen, und wodurch demnach die Lage des Richtscheites bestimmt wird. Die innere und die äussere Leibungsfläche des Gewölbsteines können mittelst sechs Lehrbögen, welche nach den konkaven und konvexen Seiten der in Figur 5 konstruirten Lehren geschnitten sind, hinreichend genau bestimmt werden. Die zur Darstellung der inneren Leibungsfläche bestimmten Lehren lässt man an den Bögen zi und re , die für die äussere Leibungsfläche bestimmten Lehren an den Bögen vt und oc hingleiten, wobei man immer auf die entsprechenden Merkpunkte Acht haben muss. Die Lehren werden dabei immer

so gehalten, dass ihre Ebenen auf den mittleren Ellipsen senkrecht stehen. Wenn die Bögen zr und ie , so wie vo und te schon vorher gezogen sind, so reichen in den meisten Fällen schon zwei Lehren aus, von welchen die eine fg (Fig. 6) zur Darstellung der inneren und die andere zur Darstellung der äusseren Leibung benützt wird.

195. Man könnte die Leibungsflächen des Steines auch nach solchen Lehren schneiden, welche den Meridian-schnitten der Ellipsoide entsprechen. In diesem Falle müssten auf den Grenzlinien der Lehren entsprechende Merkpunkte angegeben werden, welche die Lage dieser Lehren bestimmen würden. Diese Methode ist indessen schwieriger, als die vorhergehende.

SECHSTER ABSCHNITT.

GEREGELTE FLÄCHEN. (SURFACES RÉGLÉES.)

ERSTES KAPITEL.

Fugenflächen elliptischer Gewölbe.

(Joints de la voûte elliptique.)

(Tafel 37.)

196. *Geregelte Flächen* nennt man diejenigen, welche durch die Bewegung einer geraden Linie erzeugt werden, die nach bestimmten Bedingungen oder *Regeln* stattfindet. Die Natur dieser Bedingungen bestimmt jedesmal den Namen der geregelten Fläche.

Wir bedienen uns dieser Flächen zunächst, um die verschiedenen Mittel kennen zu lernen, nach welchen die Fugenflächen eines elliptischen Gewölbes mit horizontaler Zurüstung gebildet werden können.

Erste Methode.

197. Die gegebenen Grössen seien dieselben, wie bei dem vorhergehenden Entwurfe, und es bilde der Punkt *o* den Mittelpunkt der äusseren Leibung des Gewölbes.

Man lege (Fig. 2 Taf. 37) durch den Mittelpunkt des Gewölbes eine den Dimensionen desselben entsprechende Anzahl von vertikalen Ebenen. Die Durchschnitte dieser Ebenen mit der inneren Leibung des Gewölbes müssen alsdann Ellipsen von gleicher Höhe sein, und die zu den Punkten 1, 2, 3, 4, 5 etc. gezogenen Tangenten dieser Ellipse müssen in demselben Punkte s (Fig. 1) sich vereinigen.

Führt man diese Tangenten durch Drehung um die Vertikale C (Fig. 2) in die vertikale Ebene Cx''' , und errichtet auf ihren Projektionen (Fig. 1) in den Punkten 1, 2, 3, 4 etc. senkrechte Linien, so bilden diese die Normallinien der inneren Leibung des Gewölbes, welche in ihrer stätigen Vereinigung die geregelte Fugenfläche des Gewölbes ausmachen.

Um die Kurve zu bestimmen, nach welcher die äussere Leibung des Gewölbes von der geregelten Fläche durchschnitten wird, bemerke man, dass das äussere Ellipsoid von jeder vertikalen Ebene, z. B. von Cp (Fig. 2), nach einer Ellipse geschnitten werden muss, deren halbe grosse Axe die Linie Cv und deren halbe kleine Axe die Linie oh ist. Diese Ellipse denke man sich um die vertikale Linie C (Fig. 2) so weit gedreht, bis sie mit der Ebene Cx''' zusammenfällt, welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel ist; man konstruiere nun ihre Projektion $v''u''h$ (Fig. 1), verlängere die zu dem Punkte 4 gezogene Normallinie $4u$, bis sie die Ellipse in u'' durchschneidet, projicire diesen Punkt auf Cx''' (Fig. 2) und führe ihn endlich in die Ebene cp zurück. Hieraus ergibt sich der Punkt (u', u) , in welchem das äussere Ellipsoid von der Normallinie $C4$ (Fig. 2) durchschnitten wird.

Es ist nicht nöthig, die Ellipse $v''u''h$ ganz zu konstruiren, sondern es genügt, wie leicht einzusehen, schon ein

kleiner Bogen derselben, welcher die Normallinien in u'' durchschneidet; dieser kann, da die halben Axen ov'' und oh (Fig. 1) bekannt sind, mit leichter Mühe bestimmt werden.

Zweite Methode.

198. Die nach der ersten Methode konstruirten Fugenflächen stehen auf der inneren Leibung des ellipsoidischen Gewölbes nicht vollkommen senkrecht, weil zu diesem Zwecke die erzeugenden Linien der Fugenflächen nicht nur auf den durch den Mittelpunkt des Gewölbes gehenden Vertikal-Durchschnitten, sondern auch auf den durch die Punkte 1, 2, 3, 4, 5 etc. gezogenen horizontalen Tangenten senkrecht stehen müssen.

Will man nun auch dieser letzteren Bedingung Genüge leisten, so hat man auf folgende Weise zu verfahren.

Man ziehe zu der Ellipse (Fig. 4), welche die horizontale Projektion der Leibungskante des Gewölbes bildet, eine entsprechende Anzahl von Normallinien. Diese, welche auf den Tangenten der Kurve senkrecht stehen, bilden zugleich die horizontalen Projektionen der Normallinien des Gewölbes, deren vertikale Projektionen sich in dem Mittelpunkt c (Fig. 3) der Axe des Ellipsoides vereinigen müssen, weil die Normalen, wie in der darstellenden Geometrie gezeigt wird, bei allen Umwälzungsflächen die Axe derselben durchschneiden.

Aus der Vereinigung aller dieser Normallinien ergibt sich eine geregelte Fläche, welche zu der inneren Leibung des Gewölbes gleichfalls normal ist und daher als Fugenfläche derselben angewendet werden kann. Um nun den Durchschnitt dieser letzteren mit der äusseren Leibung des Gewölbes zu konstruiren, verfare man auf folgende Weise.

Man lege durch irgend eine Normallinie $c8$ (Fig. 3) eine Ebene cq , welche auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht, und konstruiere die horizontale Projektion $t'z'x'n'$ der Ellipse, nach welcher die äussere Leibung des Gewölbes von dieser Hülfebene durchschnitten wird. Die beiden Axen dieser Ellipse ergeben sich aus folgender Betrachtung. Denkt man sich durch den Mittelpunkt C (Fig. 5) des äusseren Ellipsoides eine vertikale Ebene Cd gelegt, welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel ist, so ergibt sich als Durchschnitt ein Kreis, dessen Mittelpunkt sich in o (Fig. 3) befindet und dessen Radius gleich der halben kleinen Axe der Erzeugenden des Ellipsoides ist; dieser Kreis wird nun von der Ebene cq nach einer Sehne lct geschnitten, deren Hälfte die halbe kleine Axe des gesuchten elliptischen Durchschnittes ist. Fällt man daher aus o auf die Verlängerung von cq eine Senkrechte ol , so ergibt sich l als der Mittelpunkt und lt als die kleine Axe der Ellipse, welche in Figur 2 und 4 nach $l't'$ projicirt ist. Um die grosse Axe der Ellipse zu erhalten, hat man durch den Punkt l eine horizontale Ebene zu legen, den Durchschnitt derselben mit der äusseren Leibung des Gewölbes in der horizontalen Projektionsebene zu bestimmen, und die Linie $l'n'$ (Fig. 2) zu ziehen, welche die Projektion der durch l gehenden und auf der Ebene (Fig. 3) senkrecht stehenden Horizontallinie ist; diese schneidet den horizontalen Durchschnitt des äusseren Ellipsoides in dem Punkte n' , welcher den Endpunkt der grossen Axe bestimmt.

Man kann aber die grosse Axe auch noch auf folgende Weise erhalten. Die durch den Mittelpunkt c des inneren Ellipsoides gehende und auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehende Horizontallinie trifft den vertikalen Meridianschnitt $r'f'$ (Fig. 2 u. 6) des äusseren Ellipsoides in einem Punkte, welcher nach einer Viertelsdrehung

sich in x'' (Flg. 1) darstellt, der nach x''' (Fig. 6) projicirt und in die frühere Lage zurückgeführt, den Punkt x' bestimmt. Mittelst dieses Punktes und der kleinen Axe der Ellipse kann nun auch die grosse Axe bestimmt werden*.

Es ist nun ein Leichtes, denjenigen Theil der Kurve zu konstruiren, welcher die zum Punkte 8 gehörende Normallinie durchschneidet. Man könnte auch, anstatt die Projektion $t'z'n'$ der Ellipse zu konstruiren, die Ebene lct derselben um den Punkt c so weit drehen, bis sie mit der horizontalen Meridianebene cl'' des inneren Ellipsoides zusammenfällt. Durch diese Drehung wird der Punkt 8 auf die punktirte Ellipse nach 8 und die Normale $8z'$ nach $8z''$ fallen; der Punkt z'' bildet nun den Durchschnittspunkt des niedergelegten elliptischen Durchschnittes und der Normale $8z''$, und hieraus ergeben sich alsdann z' und z .

Dritte Methode.

199. In den beiden vorhergehenden Fällen wurde die äussere Leibung des Gewölbes von den geregelten Fugen-

* Es sei die Mittelpunkts Gleichung der Ellipse $y^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - x^2)$, die Abscisse des Punktes $x' = \alpha$, und die Ordinate $= \beta$, so hat man $\beta^2 = \frac{b^2}{a^2} (a^2 - \alpha^2)$, folglich $a = \frac{b \alpha}{\sqrt{(b^2 - \beta^2)}}$ oder $\sqrt{(b^2 - \beta^2)} : b = \alpha : a$. Um daher die halbe Axe a zu bestimmen, trage man die Linie, welche durch $\sqrt{(b^2 - \beta^2)}$ ausgedrückt wird, vom Mittelpunkte l' (Fig. 2) auf die kleine Axe $l't'$, verbinde den Endpunkt dieser Linie mit demjenigen der Abscisse α , und ziehe mit der Verbindungslinie durch den Endpunkt der kleinen Axe eine Parallele. Diese wird die Linie $l'n'$ in dem Endpunkte der grossen Axe durchschneiden. M .

flächen nach Kurven von doppelter Krümmung durchschnitten. Diese Unregelmässigkeit in der Zurüstung lässt sich dadurch vermeiden, dass man eine geregelte Fläche annimmt, deren Leitlinien zwei horizontale Ellipsen bm und 9-11 (Fig. 3) sind, an deren Umfängen die erzeugende Linie hingeleitet, und von welchen sich die erstere in der äusseren, die zweite in der inneren Leibung des Gewölbes befindet. Die horizontalen Projektionen der Erzeugenden werden alsdann zur Ellipse 9-10-11 normal gezogen.

Um ihre vertikalen Projektionen, z. B. diejenige von 10- z''' (Fig. 5), zu erhalten, projicire man den Durchschnittspunkt z''' auf die Linie bm nach z , und ziehe die Verbindungslinie $8z$. Damit keine Verwirrung entstehe, wurden alle vertikalen Projektionen der Erzeugenden durch punktirte Linien dargestellt.

Aus dem Anblicke der Figur 3 ergibt sich, dass die so eben besprochene Fugenfläche, gegen die grosse Axe hin, *unter* die normale Fugenfläche, in der Nähe der kleinen Axe hingegen *über* dieselbe tritt, so dass sich beide Flächen in einer Normallinie durchschneiden, welche in der Nähe der Normale 10 z''' (Fig. 5) liegt.

Diese Art Fugenflächen, so wie die konischen Fugenflächen, welche auf Tafel 36 dargestellt sind, haben den Vorzug, dass sowohl ihre inneren als ihre äusseren Leibungskanten *ebene* und horizontale Kurven sind; was die Darstellung der Gewölbsteine ausserordentlich erleichtert, und ihre Anwendung in der Praxis vor denjenigen empfiehlt, welche wir in den Figuren 2 und 4 konstruirt haben.

Vierte Methode.

200. Man könnte die Fugenflächen des elliptischen Gewölbes auch durch entwickelbare Flächen bilden, welche

auf folgende Weise zu konstruiren wären. Man wähle auf der inneren Leibungskante eine beliebige Anzahl von Punkten 1, 13, 12, 11 (Fig. 6), ziehe durch dieselben horizontale Tangenten und senkrecht darauf die Normalen $1w'$, $13-i'$, $12-k'$, $11-f'$, und lege nun durch jede Normale und ihre entsprechende Tangente eine Ebene. Die erste dieser Ebenen wird also bestimmt durch die Tangente des Punktes 1 und die Normale $1w'$; die zweite Ebene durch die Tangente des Punktes 13 und die Normale $13i'$; eine dritte Ebene durch die Tangente des Punktes 12 und die Normale $12k'$ etc. Die Durchschnitte dieser Ebenen sind die Erzeugenden einer geregelten Fläche, welche die Normalenebene der inneren Leibung nach der ganzen Ausdehnung der Ellipse 1-13-12-11 berührt. Diese Durchschnitte ergeben sich auf folgende Weise: Die Normallinie, z. B. $13-i$ (Fig. 1), wird bis zu einer horizontalen Ebene sw verlängert, aus der vertikalen Projektion i des Durchschnittspunktes die horizontale Projektion i' bestimmt, und durch den Punkt i' mit der Tangente des Punktes 13 eine Parallele gezogen. Ebenso wird durch w' eine Parallele gezogen mit der Tangente des Punktes 1, durch k' mit der Tangente des Punktes 12, und durch f' eine Parallele mit der Tangente des Punktes 11. Die Durchschnittspunkte dieser Tangenten bestimmen zugleich die Endpunkte der Erzeugenden.

Es ist fast überflüssig, noch die Bemerkung beizufügen, dass die Punkte 1, 13, 12 und 11 möglichst nahe bei einander liegen müssen, damit das von den horizontalen Tangenten gebildete Vieleck ohne merklichen Irrthum für die Ellipse 1-13-12-11 gesetzt werden kann.

Diese Methode ist in der Anwendung nicht so einfach, als die vorhergehenden; wir haben sie daher nur der Uebung wegen angeführt, und halten es nicht für angemessen, in weitere Details einzugehen.

*Konoidische Gewölbe. (Conoides.)**(Tafel 38.)*

201. In Figur 1 und 2 (Taf. 38) sind die beiden Projektionen einer geregelten Fläche konstruirt, deren Leitlinien 1) von der vertikalen Linie as, a' (Fig. 1 u. 2), und 2) von dem vertikalen Halbkreise $vou, v'o'u'$ gebildet werden. Die Fläche selbst wird durch die Bewegung einer geraden Linie erzeugt, welche an den Leitlinien so hingeleitet, dass sie in jeder ihrer Lagen mit der horizontalen Projektionsebene parallel ist. Aus der darstellenden Geometrie ist bekannt, dass solche Flächen *Konoide* genannt werden.

Statt des Halbkreises $vou, v'o'u'$ könnte man als Leitlinie auch jede andere ebene oder doppelt gekrümmte Kurve wählen. Im vorliegenden Falle sind alle vertikalen Schnitte der konoidischen Fläche, welche durch Ebenen gebildet werden, die mit der vertikalen Projektionsebene parallel sind, Ellipsen, deren eine Axe die gemeinschaftliche Höhe ao ist, während die andere Axe durch die an dem Orte des Schnittes stattfindende Entfernung der Gewölbpfeiler gebildet wird.

Erstes Beispiel.

202. In den Figuren 1 und 2 durchsetzt das konoidische Gewölbe eine gerade Mauer, in den Figuren 3 und 4 einen runden Thurm oder eine zylindrische Mauer. Betrachten wir zunächst den ersten Fall.

Konstruktion des Entwurfes. Man ziehe in der vertikalen Projektion Figur 1 eine beliebige Anzahl von parallelen Linien, projicire die Durchschnittspunkte derselben

mit dem Halbkreise vou auf dessen horizontale Projektion $v'u'$, und verbinde die erhaltenen Punkte, z. B. 3, mit dem Punkte a' . Hieraus ergeben sich die horizontalen Projektionen der Erzeugenden des Konoides. Wenn man nun aus den Durchschnittspunkten dieser letzteren mit den vertikalen Ebenen $m'e'$ und $n'd'$ senkrechte Linien auf die Grundlinie fällt, und diese so weit verlängert, bis sie die entsprechenden vertikalen Projektionen der Erzeugenden durchschneiden, so ergeben sich die Ellipsen $m-1-o$ und $n-5-o$, nach welchen die beiden Mauerflächen von dem konoidischen Gewölbe durchschnitten werden.

Ganz auf dieselbe Weise ergeben sich die vertikalen Projektionen $01x$ und $05z$ der beiden Kurven von doppelter Krümmung, nach welchen das Konoid die konzentrischen Zylinderflächen der Mauer durchschneidet.

Fugenflächen des konoidischen Gewölbes.

203. Es sei die Fugenfläche zu konstruiren, welche der Leibungskante 1-5 (Fig. 1 u. 2) des Gewölbes entspricht. Wir haben oben gesehen, dass die Durchschnitte des Konoides mit Ebenen, welche zur vertikalen Projektionsebene parallel sind, Ellipsen von gleicher Höhe sein müssen. Hieraus ergibt sich, dass die Tangenten dieser Kurven, welche durch die in gleicher Höhe liegenden Punkte der Horizontallinie 1-5 gezogen werden, ihre vertikalen Axen auch in gleichen Höhen über der horizontalen Projektionsebene durchschneiden müssen, so dass sich die vertikalen Projektionen der Tangenten in einem Punkte s vereinigen. Um die Lage dieses Punktes zu bestimmen, konstruire man die Tangente 3- s des Halbkreises vou ; hieraus ergeben sich sofort die Tangenten $s1$, $s2$, $s4$ und $s5$, so wie die

auf ihnen senkrecht stehenden Normallinien 1-1, 2-2, 3-3, etc. Durch diese wird nun eine geregelte Fläche bestimmt, welche als die Fugenfläche des Gewölbes angenommen werden kann. Der Durchschnitt dieser Fläche mit der oberen Lagerfläche des ersten Steines ist ein hyperbolischer Bogen, der sich dadurch ergibt, dass man aus den Durchschnittspunkten der Normallinien und der vertikalen Projektion der oberen Lagerfläche senkrechte Linien auf die Grundlinie fällt, und diese so weit verlängert, bis sie die horizontalen Projektionen der Normallinien durchschneiden. In Figur 2 ist dieser Bogen so weit ergänzt, dass man die Lage der Hyperbel ersieht, zu der er gehört. Die Linien $a'1$ und $a'7$ bilden die Asymptoten der Hyperbel.

Da die beiden vertikalen Mauerflächen von der Fugenfläche nach den Linien 1-1 und 5-5 durchschnitten werden, welche zu den Ellipsen $m1o$ und $n5o$ in den Punkten 1 und 5 normal sind, so erhält die äussere Zurüstung des Gewölbes ein symmetrisches Aussehen.

204. Die so eben konstruirte Fugenfläche steht auf der Leibungsfläche des Gewölbes nicht vollkommen senkrecht, da zu diesem Zwecke die erzeugenden Linien der Fugenfläche nicht nur auf den vertikalen Durchschnitten des Gewölbes, sondern auch zu der Leibungskante 1-5 normal sein müssen. Um auch dieser Bedingung Genüge zu leisten, verfährt man auf folgende Weise.

Man ziehe (Fig. 3) die Tangente $s1$, und verlängere dieselbe, bis sie die horizontale Projektionsebene in dem Punkte t, t' durchschneidet; die Linie $t't''$, welche mit der Linie 1-5 parallel ist, bildet alsdann die horizontale Leitlinie einer Ebene, welche die konoidische Fläche in dem Punkte 1 berührt. Ferner bildet die auf der Linie 1-5 errichtete Senkrechte $1-t''$ die Leitlinie einer vertikalen

Ebene, welche die in Figur 5 niedergelegte Tangente $t'6$ und die Normale $6-1$ des Punktes 1 enthält. Zieht man daher die Linie $t''a'$, so wird diese, nebst der Linie $1a'$, die Leitlinie einer geregelten Fläche bilden, deren Erzeugende die Leibungsfläche des Gewölbes in den Punkten 1, 2, 3, 4, 5 berühren; die horizontalen Projektionen dieser Erzeugenden stehen auf der Linie $1-5$ senkrecht, während ihre vertikalen Projektionen (Fig. 5) sich in dem Punkte 6, welcher die vertikale Projektion der Linie $1-6$ bildet, vereinigen. In derselben Figur werden nun auch die Projektionen der Normallinien konstruirt, indem man auf denjenigen der Tangenten senkrechte Linien errichtet, und diese bis zur horizontalen Ebene pq , welche der oberen Lagerfläche des ersten Steines entspricht, verlängert. Fällt man endlich aus den erhaltenen Durchschnittspunkten 1, 2, 3, 4, 5 (Fig. 5) senkrechte Linien auf $1t''$, und verlängert dieselben, bis sie die horizontalen Projektionen $5-5$, $4-4$, $3-3$, $2-2$ durchschneiden, so ergibt sich aus der Verbindung dieser Durchschnittspunkte eine hyperbolische Kurve, nach welcher die obere horizontale Lagerfläche des Steines von der Fugenfläche durchschnitten wird. Diese Hyperpel ist gleichseitig, und hat zu Asymptoten die geraden Linien $a'-1$ und $a'-8$.

Die Durchschnitte der Fugenfläche mit den beiden konzentrischen Zylinderflächen, welche die runde Mauer begrenzen, sind Kurven von doppelter Krümmung. Um dieselben zu konstruiren, lege man durch die Fugenfläche eine entsprechende Anzahl von horizontalen Ebenen, konstruirt die hieraus entstehenden hyperbolischen Durchschnitte, und bestimme endlich die Punkte, welche diese mit den horizontalen Projektionen der Zylinderflächen gemeinschaftlich haben. Diese, in die vertikale Ebene projicirt, bestimmen die mittleren Punkte der Kurven $1-1$ und

5-5. Obige Konstruktion wird jedoch in der Praxis nicht ausgeführt, indem die Kurven 1-1 und 5-5 nur sehr wenig gekrümmt sind und überdiess aus der Darstellung der Schnittflächen des Steines, in welchen sie liegen, von selbst sich ergeben.

Die zweite Fugenfläche, welche der Leibungskante 9-10 entspricht, wird auf gleiche Weise bestimmt, wie die erste; jedoch macht die grosse Entfernung der Punkte, in welchen die horizontale Kämpferebene des Gewölbes von den Tangenten durchschnitten wird, folgende Modifikation nöthig. Durch den Punkt, in welchem die Linie 9-10 den Halbkreis *vo u* durchschneidet, wird an denselben eine Tangente gelegt, und so weit verlängert, bis sie die Vertikale *as* in *r* trifft. Hieraus ergibt sich die Tangente 9-*r*, welche in der vertikalen Ebene 9'*k'* (Fig. 6) liegt, und bis zur horizontalen Ebene *kl* (Fig. 1 u. 3) verlängert, dieselbe in dem Punkte *k, k'* durchschneidet. Zieht man sofort parallel mit der Leibungskante 9-10 die Linie *k'k''*, so bildet diese den Durchschnitt der horizontalen Ebene *kl* mit der durch den Punkt 9 gelegten Tangentialebene der konoidischen Leibungsfläche, während die Linie *k''9*, welche auf der Leibungskante 9-10 senkrecht steht, die Leitlinie einer vertikalen Ebene ist, in der die Tangente und die Normale des Punktes 9 enthalten sind. Diese Ebene ist in Figur 6 niedergelegt; um die Lage des Punktes *k''* zu erhalten, wurde die Senkrechte *k''k'''* errichtet, und auf dieser die Entfernung des Punktes 9 von der Ebene *kl* (Fig. 3) aufgetragen; *k'''9* bildet daher die Tangente und *9y''* die Normale des Punktes 9; letztere schneidet die horizontale Ebene *kl* in dem Punkte *y''* (Fig. 6), dessen andere Projektion in *y'* auf der Leitlinie der vertikalen Ebene *k''g* liegt. Die Linien *a'-9* und *a'k''* bilden endlich

die Leitlinien der geregelten Fugenfläche, welche auf die oben gezeigte Weise konstruirt werden kann.

Der durch den Punkt 18 (Fig. 4) gelegten Tangente entspricht als horizontale Projektion die Linie 18- g' , woraus sich ihre vertikale Projektion 9- g'' (Fig. 6), so wie die ihr entsprechende Normale 9 h'' ergibt; durch h'' wird der Punkt h' bestimmt, welcher auf dem hyperbolischen Bogen $y'h'$ liegt, der den Durchschnitt der Fugenfläche mit der horizontalen Ebene kl bildet. Zur Bestimmung noch mehrerer Punkte dieses Durchschnittes verfährt man auf gleiche Weise.

205. Beide Methoden zur Konstruktion der Fugenflächen eines konoidischen Gewölbes wurden hier mehr der Uebung wegen angeführt, als um dieselben für die Praxis zu empfehlen. Es ist zwar richtig, dass auf diese Weise die scharfen Kanten möglichst vermieden würden; auf der anderen Seite aber tritt der Uebelstand ein, dass, wenn die Fugenflächen nicht vollkommen genau geschnitten werden, eine lothrechte Lage der Steine eben so wenig möglich ist, als eine genaue Berührung der Fugenflächen, so dass eine Verschiebung derselben nothwendig eintreten müsste. Was man daher einerseits durch eine dem Prinzip gemässe Genauigkeit der Zurüstung gewonnen hätte, würde anderseits durch eine unvollkommene Ausführung verloren gehen. Darum gibt man folgender Methode in der Praxis den Vorzug.

Diese besteht darin, dass man für die Fugenflächen Ebenen setzt, welche für jede Leibungskante, z. B. 12-13, dadurch bestimmt werden, dass man in demjenigen Punkte, wo der Halbkreis vou von der Leibungskante 12-13 durchschnitten wird, eine Normallinie 14-15 zur Gewölblfläche oder noch einfacher zu ihrer Leitlinie vou konstruirt. Die

durch die Linien 12-13 und 14-15 gelegte Fugenfläche muss die obere horizontale Fläche des Steines nach einer geraden Linie 16-17 durchschneiden, welche mit der Leibungskante parallel ist; ebenso müssen auch die beiden Mauerflächen nach geraden Linien 12-16 und 13-17 durchschnitten werden, welche mit den elliptischen Bögen zwar keine rechten, aber doch solche Winkel bilden, welche sich von diesen nur wenig unterscheiden und daher ohne Nachtheil zugelassen werden können.

Wäre der die Leibungsfläche des Gewölbes bildende Theil der konoidischen Fläche sehr lange, so würde man, wie Figur 9 zeigt, jede Fugenfläche aus mehreren Ebenen zusammensetzen, welche durch die Leibungskante des Gewölbes und durch die zu den Punkten 2, 3 und 4 gezogenen Normallinien gehen.

Steinschnitt. Es sei der zweite Stein des in Figur 3 dargestellten Gewölbes zu schneiden. Man richte einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion (Figur 4) des Steines ist, und konstruirt die Entwicklungen (Figur 7) der beiden Stirnflächen. Die Lehren dieser Figuren werden auf die entsprechenden Flächen des Blockes aufgetragen, und dadurch die Kurven 5-10 und 1-9 bestimmt, welche nun als Leitlinien der konoidischen Fläche benützt werden, wobei man sich eines Richtscheites bedient, das man an je zwei entsprechenden Merkpunkten anlegt. Mittelst einer andern Lehre wird der hyperbolische Bogen 9-10 (Fig. 8) aufgetragen, und auf diesem, so wie auf der Leibungskante 9-10, eine gehörige Anzahl entsprechender Punkte bemerkt, um die Linien zu erhalten, mittelst welcher die geregelte Fugenfläche geschnitten werden kann.

Ebenso verfährt man bei der Darstellung der unteren Fugenfläche. Wenn die Fugenflächen von Ebenen gebildet

werden, so erhält man, statt des hyperbolischen Bogens, eine gerade Linie, welche mit der Leibungskante parallel ist.

Zweites Beispiel.

206. Wenn ein flacher Sturz mit einem Zylindergewölbe durch ein drittes Gewölbe vereinigt werden soll, so kann man sich gleichfalls einer konoidischen Fläche bedienen.

Figur 10 Tafel 38 sei die vordere Ansicht des flachen Sturzes, und Figur 11 diejenige des Zylindergewölbes, beide niedergelegt in die vertikale Projektionsebene. Als Leitlinien des konoidischen Gewölbes, welches den flachen Sturz mit dem Zylindergewölbe verbindet, nimmt man 1) die Horizontale ab (Figur 10) und 2) den Halbkreis cu (Figur 11).

Eine dritte Bedingung setzt fest, dass die erzeugende Linie in allen ihren Lagen mit der vertikalen Projektionsebene (Fig. 12) parallel sein soll.

In Figur 12 ist ein vertikaler Längendurchschnitt des konoidischen Gewölbes konstruiert, während Figur 13 die horizontale Projektion der ersten Steinschichte ist, welche dieselbe, von unten gesehen, darstellt.

Die Fugenflächen des Gewölbes werden von geregelten Flächen gebildet, deren erzeugende Linien an den entsprechenden Leibungskanten und an der Verbindungslinie des Mittelpunktes o mit der Spitze r des gleichseitigen Dreieckes bvr hingleiten, während sie in allen ihren Lagen mit den Ebenen der Figuren 10 und 11 parallel bleiben. In Folge dieser Anordnung wird an den beiden Enden des Gewölbes den bei dem flachen Sturze und den Zylindergewölben festgesetzten Bedingungen Genüge geleistet.

Die Projektionen der erzeugenden Linien der ersten Fugenfläche in den Figuren 10 und 11 müssen sich, wie

leicht zu beweisen, in einem Punkte (s, s') * durchschneiden, während die vertikalen Projektionen derselben Linien in Figur 12 und 13 auf der Grundlinie senkrecht stehen, indem sie, zufolge der oben ausgesprochenen Bedingung, mit den vertikalen Ebenen Figur 10 und 11 parallel sein müssen. Die äussere Ansicht des Gewölbes zeigt Figur 14.

Steinschnitt. Wenn das Gewölbe seiner Länge nach aus mehreren Steinen zusammengesetzt werden soll, so nimmt man zu den Stirnflächen solche Durchschnitte, welche, wie pm (Fig. 12), auf den Mittellinien ihrer Leibungsflächen senkrecht stehen. Die Lehren, von welchen die dem Durchschnitte pm entsprechende Lehre A in Fig. 13 niedergelegt ist, werden alsdann auf den Endflächen des Gewölbsteines aufgetragen, und bilden sodann die Leitlinien der Leibungs- und der Fugenflächen des Steines.

Ringförmiges Kreuzgewölbe.

Voûte d'arête en tour ronde.

(Tafel 39.)

207. In Figur 1 und 2 (Taf. 39) ist ein Kreuzgewölbe dargestellt, welches aus der Durchdringung eines konoidischen und eines Ringgewölbes gebildet wird. Die Leitlinien des Konoides sind 1) die vertikale Axe des Ringgewölbes und 2) ein Halbkreis $vo u$, dessen horizontale

* Da nämlich die Leitlinien 1-7 und ro (Fig. 12) durch die Erzeugenden 1-1, 2-2, 3-3, etc. in proportionale Theile getheilt werden, so müssen auch die Projektionen der Leitlinien (Fig. 10 u. 11) durch die Projektionen der Erzeugenden in proportionale Theile getheilt werden, und daher die Erzeugenden selbst in einem Punkte (s, s') sich durchschneiden. *M.*

Projektion die Linie $v'u'$ (Fig. 2 u. 3) ist. Der Radius dieses Halbkreises ist dem Halbmesser des in Figur 4 niedergelegten Kreises gleich, welcher den Meridianschnitt des Ringgewölbes bildet.

Wollte man das konoidische Gewölbe erweitern oder verengern, so müsste im ersten Falle der Halbkreis vou der vertikalen Projektionsebene genähert, und im anderen Falle von derselben entfernt werden.

Wenn die in Figur 6 dargestellte kreisförmige Galerie 6 Kreuzgewölbe erhalten sollte, so ist klar, dass man für die Breite eines jeden Konoides den 6ten Theil des Kreisumfanges nehmen, davon aber noch die Breite eines Pfeilers abziehen müsste. Das vorliegende Beispiel enthält die Lösung dieser Aufgabe.

Konstruktion des Entwurfes. Der vertikale Meridianschnitt ae des Ringgewölbes wurde (Fig. 4) in die horizontale Projektionsebene niedergelegt, und hieraus die horizontalen Projektionen der Leibungskanten des Ringgewölbes hergeleitet. Sofort wurde der Halbkreis vou in dieselbe Anzahl gleicher Theile getheilt, wie der Halbkreis ace , die Theilungspunkte auf die Linie $v'u'$ projiziert, und diese mit dem Mittelpunkte des Ringgewölbes verbunden. So ergaben sich die Leibungskanten des konoidischen Gewölbes. Die Projektionen der Gewölbgrate $m'o'n'$ und mon erhält man endlich dadurch, dass man die Durchschnittspunkte der entsprechenden Leibungskanten durch stätige krumme Linien vereinigt; dass dieselben Kurven von doppelter Krümmung sein müssen, ergibt sich von selbst.

Von Einigen wurde bei diesem Systeme die Bedingung aufgestellt, dass die horizontalen Projektionen der Gewölbgrate Kreisbögen sein sollten; indessen ergibt sich hieraus kein wesentlicher Vorthail, während die Form des Gewölbes selbst nicht so schön ist, als im vorhergehenden Falle.

Die Fugenflächen des Ringgewölbes werden von Kegel-
flächen gebildet, deren Spitzen auf der vertikalen Axe des
Ringgewölbes liegen. Die Fugenflächen des Konoides zur
linken Seite (Fig. 2) sind geregelte Flächen; zur rechten
Seite in Figur 3 hingegen werden sie von Ebenen gebildet,
welche durch die Leibungskanten und durch die Normal-
linien derjenigen Punkte der Leibungskanten gelegt sind,
in welchen diese die beiden Mauerflächen durchschneiden.

Die Durchschnittslinien der Fugenflächen beider Ge-
wölbe sind Kurven, welche man auf folgende Weise erhält.

Man nehme eine horizontale Ebene p (Fig. 4) an, und
konstruire 1) den Kreishogen rs , in welchem sie die Fugen-
fläche des Ringgewölbes, und 2) den hyperbolischen Bogen
 tx , in welchem sie die Fugenfläche des Konoides durch-
schneidet. Der diesen beiden Kurven gemeinschaftliche
Punkt muss sich alsdann auf der Durchschnittslinie der
beiden Fugenflächen befinden. Ebenso verfährt man zur
Bestimmung der übrigen Punkte dieser Linien.

Da die Fugenflächen des auf der rechten Seite pro-
jicirten Theiles des konoidischen Gewölbes Ebenen sind,
so müssen ihre Durchschnitte mit den horizontalen Hülfs-
ebenen p gerade Linien sein, welche parallel mit den Lei-
bungskanten des Konoides sind.

Steinschnitt. Nachdem man einen prismatischen Block
zugerichtet, dessen Grundfläche gleich der horizontalen
Projektion A des Steines ist, trage man auf die beiden
Zylinderflächen $5h'$ und $5q$, welche den Stein einschliessen,
die Lehren der in Figur 5 konstruirten Entwicklungen der
beiden Stirnflächen des Steines auf. Die Kurven 1-5 (Fig. 7)
werden sofort als die Leitlinien der konoidischen Leibungs-
fläche des Steines benützt, wobei man, wie im vorher-
gehenden Beispiele, ein Richtscheit an den entsprechenden

Merkpunkten 1, 2, 3, 4 und 5 anlegt. Wenn die konoidische Fläche geschnitten ist, so besitzt der Stein die in Figur 7 dargestellte Form. Man trägt nun auf eine jede erzeugende Linie den ihr entsprechenden Punkt des Gewölbgrates auf, indem man seine Entfernung von der äussersten Zylinderfläche aus der horizontalen Projektion (Fig. 3) abgreift.

Ist auf diese Weise der Gewölbgrat in der konoidischen Fläche bestimmt, so trägt man in der vertikalen Ebene $h'q$ (Fig. 3) die Lehre B auf, und zieht die horizontalen Kreisbögen $h'-5$ und $d'-1$, welche nun die Leitlinien für die zum Ringgewölbe gehörende Leibungsfläche des Steines bilden; letztere wird alsdann mittelst eines Lehrbogens, der dem Bogen hd entspricht und den man an den Leitlinien hingleiten lässt, geschnitten.

So weit ausgeführt, besitzt der Stein die in Figur 8 dargestellte Form, und man hat nun noch den an die Leibung und an die Fugenflächen grenzenden Theil desselben abzunehmen. Die Linien bl (Fig. 5) und yg (Fig. 4) bestimmen die untere Lagerfläche des Steines, welchen man sofort umkehrt und so weit ausarbeitet, bis sich die kleine Lehre C darauf passen lässt.

In Figur 9 ist der erste Stein über einem der inneren Pfeiler dargestellt; die beiden Fugenflächen, welche zu den benachbarten konoidischen Gewölben gehören, durchschneiden sich hier nach der Linie iz , welche sich etwas unter der oberen Lagerfläche der ersten Steinreihe befindet. Bei dem in Figur 2 dargestellten Gewölbe ist iz eine Kurve, da die Fugenflächen, welche sich hier durchschneiden, geregelte Flächen sind. Bei dem in Figur 3 projecirten Gewölbe hingegen muss iz eine gerade Linie sein, weil die Fugenflächen der konoidischen Gewölbe zu beiden Seiten des Pfeilers Ebenen sind.

DRITTES KAPITEL.**SCHRAUBENFLÄCHEN. TREPPEN.****SURFACES HÉLIQOÏDES. ESCALIERS.***Wendeltreppe mit massiver Spindel.**Vis à noyau plein.**(Tafel 40.)*

208. In Figur 1 (Taf. 40) ist die horizontale Projektion einer Treppe dargestellt, deren Stufen mit ihrem breiten Ende in einer zylindrischen Mauer befestigt sind, welche das Treppenhaus bildet.

Die Gesamtoberfläche einer jeden Treppe besteht:

- 1) Aus einer horizontalen Ebene $aaoo$ (Fig. 2), auf die man beim Hinaufsteigen den Fuss setzt.
- 2) Aus einer vertikalen Ebene $aacc$ (Fig. 2), welche den vorderen Theil der Stufe bildet und die Höhe derselben bestimmt.
- 3) Aus einer kleinen horizontalen Ebene $ccoo$ (Fig. 3), womit eine jede Stufe auf der vorhergehenden aufliegt.
- 4) Aus einer geregelten Fläche $oozz$ (Fig. 3), welche dadurch erzeugt wird, dass eine gerade Linie an den Schraubenlinien oz, oz hingleitet, von welchen sich die eine in der inneren zylindrischen Fläche der Mauer und die andere in der Oberfläche der Treppenspindel befindet. Dass die Kurven oz, oz auch einen gleichen Schraubengang besitzen müssen, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

5) Aus einer kleinen vertikalen Ebene $oozz$ (Fig. 3), welche sich hinter der geregelten Fläche befindet.

Endlich

6) aus der zylindrischen Fläche $acozo$, welche den in der Mauer liegenden Theil der Treppenstufe begrenzt.

Was das andere Ende der Stufe betrifft, so kann man dieses entweder in eine schraubenförmige Spindel ausgehen lassen, wie die Figuren 2 und 3 zeigen, oder wenn man die Stufe von der Spindel unabhängig machen will, Zapfen anbringen, welche in entsprechenden Vertiefungen der Spindel, wie Figur 4 zeigt, eingelassen werden.

In Figur 5 ist die Entwicklung der Durchschnitte konstruirt, welche von den Stufen und der inneren Mauerfläche des Treppenhauses gebildet werden; in Figur 6 ist die Entwicklung der Durchschnitte mit der Oberfläche der Spindel dargestellt.

Um die in Figur 5 dargestellte Entwicklung zu konstruiren, trage man der Reihe nach die auf einander folgenden Bögen ao , oa , ao (Fig. 1), welche sich auf der Leitlinie der die Stufen begrenzenden Zylinderfläche befinden, auf eine gerade Linie, errichte in den Punkten a , o , a , o senkrechte Linien, und verlängere dieselben so weit, bis sie die in verschiedenen Höhen der Treppenstufen befindlichen Horizontallinien durchschneiden. Die Höhen der Punkte z sind beliebig, und hängen davon ab, welche Stärke man den Treppenstufen geben will.

Die in Figur 6 konstruirte Entwicklung erhält man auf gleiche Weise. Da die Bögen oz (Fig. 5 u. 6) Schraubenlinien sind, so müssen ihre Entwicklungen gerade Linien sein. (Darstellende Geometrie.) Auf gleiche Weise verhält es sich mit den punktirten Linien, welche durch die entsprechenden Eckpunkte der Stufen gezogen sind.

Steinschnitt. Man schneide einen prismatischen Block, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion *A* der Stufe (Fig. 1) ist, wobei man nicht vergessen darf, den in der Mauer befindlichen Theil derselben hinzuzurechnen. Auf die zylindrische Fläche, welche die Stufe von der einen Seite begrenzt, trage man sofort die Lehre *B* (Fig. 5) auf, und arbeite den unteren an die Spindel grenzenden Theil der Stufe *ozoz* (Fig. 3) so weit mit Vorsicht ab, dass man den kleinen schraubenförmigen Bogen *oz* mittelst eines biegsamen Lineales aufreissen kann. Wird nun auf den Bögen *oz*, *oz* (Fig. 3), welche die Leitlinien der geregelten Fläche *ozoz* bilden, eine Reihe entsprechender Merkpunkte bestimmt, so lässt sich dieselbe mittelst eines Richtscheites, das man an je zwei entsprechenden Punkten anlegt, ohne Schwierigkeit darstellen. Geregelte Flächen dieser Art werden, da ihre Leitlinien Schraubenlinien sind, *Schraubenflächen* genannt.

Wenn die Stufen von der Spindel unabhängig sind, so wird die Darstellung der Steine noch leichter; es ist daher nicht nöthig, uns besonders hierbei aufzuhalten.

In gewissen Fällen werden die Stufen von einer steigenden Mauer getragen; alsdann wird die Zurüstung auf die in den Figuren 7 und 8 dargestellte Weise ausgeführt. Die 9te Figur macht deutlich, wie die Steine in diesem Falle geschnitten werden.

209. In dem so eben erläuterten Beispiele wird der untere Theil der Treppe abwechselnd von vertikalen und von geregelten Flächen begrenzt.

In Figur 10* ist nun eine Treppe dargestellt, welche unten durch eine ständig fortlaufende, schraubenförmige Fläche begrenzt wird, deren Leitlinien zwei Schrauben-

* Dieselbe befindet sich unter den Figuren 12 und 13.

linien von gleichem Gange und deren Erzeugende eine gerade Linie ist, welche an diesen hingleitet. Die eine der beiden Schraubenlinien befindet sich in der inneren Fläche der Treppenmauer, die andere in der Oberfläche der Spindel. Nehmen wir an, die Erzeugende beginne ihre Bewegung für die Stufe aa (Fig. 10) in einer Lage zz , welche mit der vorderen Kante der Stufe parallel ist, so müssen auch die leitenden Schraubenlinien in den Punkten z, z gleiche Höhen besitzen; und es ist klar, dass die Erzeugende nach und nach mit allen oberen Kanten der Treppenstufen parallel sein werde, und zwar jedesmal, wenn die grösseren und kleineren Bögen zz gleich sind den grösseren und kleineren Bögen aa . Es versteht sich ferner von selbst, dass die erste Lage der Erzeugenden und daher auch diejenige der Leitlinien von der grösseren oder geringeren Dicke der Stufen abhängig sein muss, und ihre horizontale Projektion nie durch den Mittelpunkt der Spindel gehen kann*.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich nun folgende Konstruktion des Entwurfes. Man ziehe durch den Punkt Z , in welchem die Erzeugende zz den Kreis mZn , der die horizontale Projektion der mittleren Schraubenlinie bildet, durchschneidet, eine Tangente Zt , und trage auf diese

* Der dem Vorhergehenden entsprechende Originaltext ist hier sehr ungenau. Es heisst nämlich:

Dans l'exemple projeté, l'escalier est plafonné endessous par une surface hélicoïde continue, dont la génératrice serait une droite horizontale zz , qui s'appuierait sur deux hélices de même pas, situées l'une dans le cylindre formant la surface intérieure du mur de cage, et l'autre sur la surface du noyau. Cette génératrice étant *parallèle aux arêtes supérieures des marches*, sa projection horizontale ne sera pas dirigée vers le centre du noyau, et sa position dépendra du plus ou moins d'épaisseur que l'on voudra donner aux marches de l'escalier.

von Z aus den Bogen ci zweimal auf. Der Punkt t kann nun als derjenige Punkt angesehen werden, in welchem die zu der Schraubenlinie gezogene Tangente Zt eine um zwei Stufenhöhen unter der Linie zz liegende horizontale Ebene durchschneidet. Die mit zz parallele Linie dt'' ist daher die horizontale Leitlinie einer die Schraubenfläche berührenden und durch den Punkt Z gelegten Ebene. Errichtet man daher senkrecht auf der Linie zZz eine Hülfs-ebene (Fig. 11), und trägt man auf die Linie vz' die Höhe einer Stufe zweimal auf, so muss die Linie $t''z'$ die vertikale Leitlinie der Tangentialebene sein, und daher die auf $t''z'$ senkrecht errichtete Linie xz' die vertikale Leitlinie der durch Z gelegten Normalebene bilden.

Man nehme nun $z'u'$ gleich der vertikalen Entfernung der oberen Fläche einer Treppenstufe von der die Treppe zu unterst begrenzenden Schraubenfläche, ziehe die Linie $u'a'$ parallel mit der Grundlinie, trage die Höhe einer Stufe von a' nach c' , und ziehe endlich die Horizontale $c'o'$. Diese letztere bestimmt den Vorsprung, mit welchem eine jede Stufe auf der unteren aufruht, während die Linie $o'z'$ die Projektion des Durchschnittes ist, welchen die durch den Punkt Z an die mittlere Schraubenlinie mZn gelegte Normalebene mit der Stufe bildet.

Wenn man in diesem Schnitte eine mittlere Horizontal-
linie ss konstruiert, und die Punkte verbindet, in welchen die konzentrischen Zylinderflächen der Spindel und der Treppenmauer von den drei Horizontallinien oo , ss und zz durchschnitten werden, so ergeben sich zwei elliptische Bögen, nach welchen die oben genannten Zylinderflächen von der Normalebene $z'o'$ durchschnitten werden.

Die Linie Zl' (Fig. 10) ist die Leitlinie der in Figur 11 niedergelegten Schnittfläche.

In den Figuren 12 und 13 sind die Entwicklungen der Durchschnitte konstruirt, welche von den Stufen, der Spindel und der Treppenmauer gebildet werden. Die Höhen wurden aus Figur 11 hergeleitet.

Steinschnitt. Die Stufen werden ebenso geschnitten, wie im vorhergehenden Beispiele. Will man dieselben mit der Spindel verbinden und der Spindelscheibe die Höhe einer Stufe geben, so erhalten die Steine die in Figur 14 dargestellte Form; es wird nämlich der überschüssige Theil der Spindel von oben herab ausgearbeitet, damit nicht das in der Nähe der Spindel befindliche Eck der von der Normalebene und der Schraubenfläche gebildeten Kante geschwächt werde.

Es kann sich treffen, und dieser Fall würde im vorliegenden Beispiele stattfinden, dass der Höhenunterschied der Punkte z' und o' (Fig. 11) grösser ist, als die Höhe einer Stufe, so dass die obere Fläche der Spindelscheibe unter der kleinen horizontalen Ebene $o'c'$ (Fig. 11) liegt. Um diess zu vermeiden, da hiedurch die Festigkeit des Systemes beeinträchtigt würde, gibt man der Spindelscheibe die doppelte Stufenhöhe (Fig. 15 und 16), und macht dann die folgende Stufe von der Treppenspindel unabhängig, indem man in dem oberen Theile der Spindelscheibe eine Oeffnung anbringt, in welche das schmale Ende der höheren Stufe eingepasst wird.

Unregelmässige Treppen.

(Tafel 41.)

210. In den Beispielen (Fig. 1 u. 10 Taf. 40) sind alle vorderen Kanten der Stufen gegen die Axe der Treppenspindel gerichtet. Hieraus ergibt sich nun ein Uebelstand. Da nämlich die Stufen in allen Theilen der Treppe gleich

hoch sind, während ihre Breite gegen die Spindel hin sehr gering wird, so muss die Treppe in der Nähe der Spindel steil und gefährlich werden. Diesen Uebelstand kann man bei den kreisförmigen Treppen nur dadurch vermeiden, dass man den Radius der Spindel so weit vergrössert, bis die oberen Flächen der Stufen in der Nähe der Spindel eine hinreichende Breite besitzen. Oefters hilft man sich jedoch auf folgende Weise.

Vertheilung der Stufen.

Balancement.

211. Es sei Figur 1 Tafel 41 die horizontale Projektion einer Treppe, in welcher die punktirte Linie *mon* die Kurve bezeichnet, nach deren Richtung die Treppe bestiegen wird. Diese Kurve theile man in ebenso viele gleiche Theile, als die Anzahl der Stufen betragen soll, und ziehe durch jeden Theilungspunkt eine Normallinie auf die äussere Kurve der Treppenwange; hieraus ergeben sich auf der inneren Kurve die Punkte 1, 2, 3 und 4, und es werden nun die Bögen 1-2, 2-3, 3-4 etc. der Reihe nach auf eine horizontale Linie 1-12 (Fig. 2) getragen, und in den erhaltenen Punkten senkrechte Linien errichtet, die man so weit verlängert, bis sie die Horizontallinien durchschneiden, welche die Höhen der entsprechenden Stufen bestimmen. Durch diese Konstruktion erhält man die gebrochene Linie 1-5-12, welche die provisorische Entwicklung der Kurve bezeichnet, die durch die vorspringenden Stufenkanten in der Oberfläche der inneren Treppenwange gezogen werden kann. In dem vorliegenden Beispiele ist diese Entwicklung aus zwei geraden Linien zusammengesetzt.

Aus einer näheren Betrachtung der Figur 2 ergibt sich indessen, dass man die in Figur 1 durch punktirte Linien

dargestellten Stufenkanten nicht beibehalten kann, weil die Stufen in der Umgebung des Bogens 1-5 viel zu schmal werden, und 2) die ansteigende Kurve in dem Punkte 5 eine Einbiegung erhält, die auf das Auge einen unangenehmen Eindruck macht. Diesen Uebelständen lässt sich nun auf folgende Weise abhelfen. Man verlängere die durch den Punkt 2 (Fig. 2) gehende Horizontallinie so weit, bis die Linie pa gross genug ist, um den Fuss ohne Gefahr aufsetzen zu können, ziehe alsdann die Linie 1- a , und verlängere diese, bis sie die Linie 12-5 in einem Punkte 13 durchschneidet. Wenn man nun für die Entwicklung 1-5-12 die gebrochene Linie 1-13-12 setzt, so werden dadurch die Stufenbreiten in der Nähe der inneren Treppenwange zwischen den Punkten 1 und 10 (Fig. 1) gleichmässiger vertheilt. Die Einbiegung, welche vorher in dem Punkte 5 stattfand, befindet sich nun im Punkte 13, und ist weniger stark, als vorher. Man kann übrigens diesen Winkel ganz vermeiden, indem man die gebrochene Linie 1-13-12 durch einen Kreisbogen oder durch eine aus zwei Mittelpunkten beschriebene Kurve ersetzt, welche die Linien 1-13 und 13-12 berührt. Werden die Punkte a, c, e etc. (Fig. 2) auf die Kurve 1-2-3-4 (Fig. 1) getragen, so können sofort die Stufenkanten gezogen werden.

212. In Figur 3 ist die horizontale Projektion einer unregelmässigen Treppe konstruirt.

Die Mittelpunkte der Seiten des Vielecks, welches das Treppenhaus begrenzt, werden durch Berührungskurven mit einander verbunden, auf diesen Normallinien errichtet, dieselben gleich gross gemacht und ihre Endpunkte mit einander verbunden. Auf diese Weise erhält man sowohl die innere als auch die mittlere Kurve, nach welcher man die Treppe hinansteigt.

Man theilt nun diese letztere in so viele gleiche Theile,

als die Anzahl der Stufen beträgt, und sucht dieselben gleichmässig zu vertheilen. Im vorliegenden Beispiele wurden zu diesem Zwecke auf der inneren Kurve gleichgrosse Theile aufgetragen, und die erhaltenen Punkte mit den entsprechenden Theilungspunkten der mittleren Kurve durch gerade Linien verbunden. Von unten wird die Treppe von einer Schraubenfläche begrenzt, deren Erzeugenden die horizontalen Projektionen zz besitzen, welche mit den vorderen Kanten der Treppenstufen parallel sind. Eine andere Bedingung, wodurch die Bewegung der Erzeugenden bestimmt wird, besteht darin, dass die Bögen $2z$, $3z$, $4z$ einander gleich sein müssen.

Die Profile und die Durchschnitte der Stufen werden ebenso konstruirt, wie bei dem in § 209 erläuterten Beispiele. Der einzige Unterschied besteht darin, dass wegen der veränderlichen Krümmung der Linie $z-z-z$, die durch verschiedene Punkte der geregelten Fläche gelegten Tangential- und Normalebene, und daher auch die Durchschnittslinien, welche durch die Punkte z (Fig. 3) gehen, eine verschiedene Neigung zu der horizontalen Projektionsebene besitzen müssen. Aus diesem Grunde muss der Durchschnitt einer jeden Stufe besonders konstruirt werden. Soll die Treppe überall dieselbe Stärke haben, so müssen die vertikalen Linien zu einander gleich sein; die Stufen unterscheiden sich daher nur durch die verschiedene Neigung der Normalschnitte und durch die ungleichen Längen der sich überdeckenden Flächen, indem diese bei grösserer Neigung grösser, bei kleinerer Neigung geringer sind.

In den Figuren 4 und 5 sind die Entwicklungen der Durchschnitte konstruirt, welche von den Stufen und von den beiden Treppenmauern gebildet werden.

VIERTES KAPITEL.*Treppenwangen. (Limons.)**(Tafel 41.)*

213. Wenn die Stufen einer Treppe in die Mauer des Treppenhauses eingelassen sind, so brauchen sie nicht noch besonders durch die Treppenspindel unterstützt zu werden. Diess ist in der That leicht einzusehen, da die durch den Schwerpunkt einer jeden Stufe gezogene Vertikallinie durch die Grundfläche eines Dreieckes geht, dessen drei Eckpunkte vollkommen unterstützt sind. Aus diesem Grunde kann man die Treppenspindel ganz beseitigen, ohne dass hiedurch das Gleichgewicht des Ganzen gestört wird. Solche Treppen werden *freischwebende* oder *sich selbst tragende* Treppen genannt. Obgleich dieselben durch den Mangel der Treppenspindel an Tragbarkeit nichts verloren haben, so müssen sie doch vor heftigen Erschütterungen geschützt und aus gutem Material gefertigt werden, weil bei dem Zerbrechen einer einzigen Stufe das ganze System zusammenstürzen würde. Um die Festigkeit solcher Treppen zu erhöhen, kann man noch eine jede Stufe mit einem Ansätze versehen, welcher auf die in Figur 7 Tafel 41 dargestellte Weise geschnitten wird.

Alle diese Ansätze, welche sich der Reihe nach bedecken, bilden zusammengenommen die Treppenwange, in welcher das Geländer der Treppe befestigt wird. Ein Hauptnachtheil dieser Konstruktion ist der bedeutende Abfall, den sie verursacht. Aus diesem Grunde ist es zweckmässiger, die Treppenwange aus einer Reihe von gekrümmten und aufsteigenden Steinen besonders zu konstruiren,

und in diesen entsprechende Vertiefungen anzubringen, in welchen man die schmalen Enden der Stufen einlassen kann.

Da die Darstellung dieser Steine mehrere Schwierigkeiten darbietet, so wollen wir hierüber die nöthigen Erläuterungen geben.

214. Ist der Krümmungshalbmesser der Treppenwange nur unbedeutend (Fig. 8* Taf. 41), so schneide man einen Block, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion des Steines ist, und beschreibe in der äusseren und inneren Zylinderfläche desselben mittelst eines biegsamen Lineales diejenigen Kurven, welche die Leitlinien der beiden geregelten Flächen bilden, wodurch die Treppenwange oberhalb und unterhalb begrenzt wird. Endlich schneide man an den beiden Enden Hacken an (Fig. 9 Taf. 41), welche auf der die Axe des Steines bildenden Kurve senkrecht stehen.

215. Besitzt jedoch die Treppenmasse einen grossen Krümmungshalbmesser, so würde man bei Befolgung der so eben angeführten Methode einen sehr grossen Abfall erhalten. In diesem Falle bedient man sich der weiter unten angegebenen Mittel.

Konstruktion der Schraubenlinien.

Construction des hélices.

(Tafel 42.)

216. Aus der darstellenden Geometrie ist bekannt, dass die Schraubenlinie der Ort eines Punktes ist, dessen Erhebung in jedem Momente seiner Bewegung proportional ist mit der

* Die 8te und 9te Figur auf Tafel 41 sind nicht bezeichnet, und befinden sich in dem oberen Ecke der Tafel zur Rechten.

Länge der horizontalen Projektion des von ihm beschriebenen Weges. Die Schraubenlinie wird kreisförmig oder elliptisch genannt, je nachdem die horizontale Projektion derselben ein Kreis oder eine Ellipse ist.

Aus dieser Definition ergibt sich der schon mehrerwähnte Satz, dass die Entwicklung einer Schraubenlinie immer eine gerade Linie sein muss.

Es sei nun Figur 2 Tafel 42 die horizontale Projektion einer kreisförmigen Treppenwange, deren vertikale Projektion konstruirt werden soll.

Die Oberflächen dieser Treppenwange werden von den vier Seiten des Rechteckes *A* beschrieben, das sich so bewegt, dass seine Ebene beständig durch die vertikale Axe *O* der Treppe geht, während die Eckpunkte 8, 9, 10, 11 (Fig. 1) vier Schraubenlinien beschreiben, welche in den konzentrischen Zylinderflächen *o-4-8* und *a-c-e* liegen, und deren Ganghöhe gleich der doppelten Höhe des Punktes 8 über der Grundlinie ist.

Um die durch den Punkt 8 erzeugte Schraubenlinie zu konstruiren, theile man die vertikale Höhe *o-8* (Fig. 1) in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Stufen beträgt, welche auf einen halben Umgang kommen sollen.

In ebenso viele Theile wird nun auch der Halbkreis *o-4-8* getheilt, und in jedem Theilungspunkte eine Senkrechte errichtet, die man so weit verlängert, bis sie die entsprechende Horizontallinie durchschneidet. Hierdurch ergeben sich acht Punkte der Schraubenlinie, die nun durch eine stätige Kurve vereinigt werden.

Ebenso wird auch die durch den Punkt 11 erzeugte Schraubenlinie konstruirt, deren Punkte ihre horizontalen Projektionen in dem Halbkreise *a-c-e* haben.

Was die den Punkten 9 und 10 entsprechenden Schraubenlinien betrifft, so sieht man leicht ein, dass ihre horizon-

talen Projektionen dieselben sein müssen, wie diejenigen der beiden anderen; da sie jedoch etwas höher liegen, so können auch die durch die Punkte 0, 1, 2, 3, 4 etc. gezogenen Horizontallinien nicht mehr benützt werden. Uebrigens würde die Figur durch Konstruktion neuer Horizontallinien nur verwirrt werden, und es ist daher zweckmässiger, wenn man den Höhenunterschied 8-9 in den Zirkel nimmt und auf die Vertikalen trägt, welche durch die Hauptpunkte der bereits konstruirten Schraubenlinien gezogen sind. Auf ähnliche Weise ergeben sich alle übrigen Schraubenlinien, die sich in derselben Zylinderfläche befinden und eine gleiche Ganghöhe besitzen.

Konstruktion der Tangenten an Schraubenlinien und der Normal-schnitte zu Schraubenflächen.

Tangente à l'hélice, section droite.

(Tafel 41.) 42

217. Die Punkte m und m' , der erstere in der Mitte der kleinen vertikalen Linie 12-4 (Fig. 1), der andere in der Mitte der Horizontalen c -4 (Fig. 2) gelegen, bilden die Projektionen eines Punktes, welcher auf der durch den Mittelpunkt des Rechteckes A erzeugten Schraubenlinie liegt. Die horizontale Projektion dieser Kurve, welche die *mittlere Schraubenlinie* (Schraubenaxe, *l'hélice moyenne*,) genannt wird, bildet der Halbkreis $x'm'z'$. Wenn man nun die Vertikale md zieht, auf diese vier Stufenhöhen aufträgt, und sodann auf die Horizontale dt vier Achtel des Halbkreises trägt, so wird die Hypothenuse tm eine Tangente der mittleren Schraubenlinie in dem Punkte m sein.

Es ist leicht einzusehen, dass die Konstruktion dieser Tangente durchaus nicht die Konstruktion der entsprechenden Schraubenlinie voraussetzt. Um nämlich zu irgend

einem anderen Punkte eine Tangente zu ziehen, konstruirt man zuerst ihre horizontale Projektion, und leitet sofort aus dieser ihre vertikale Projektion her, indem man durch die vertikale Projektion des gegebenen Punktes eine Vertikallinie zieht, und auf dieser den Höhenunterschied der Endpunkte der Tangente aufträgt.

218. Das Viereck *novu* (Fig. 2) ist der Durchschnitt der Treppenwange durch eine Ebene pq , welche auf der mittleren Schraubenlinie senkrecht steht. Wird diese Figur nach B' getragen, so kann daraus wieder die vertikale Projektion B (Fig. 1) hergeleitet werden.

Darstellung einer kreisförmigen Treppenwange.

Limon ou courbe rampante circulaire.

219. Es sei (Fig. 3) die horizontale Projektion der durch das Rechteck A (Fig. 4) erzeugten Treppenwange gegeben. Man bestimme zunächst die Punkte, durch welche die senkrechten Schnitte geführt werden sollen, mache aber die Steine nicht zu lange, weil erstens der Abfall bei der Darstellung der zylindrischen Flächen, von welchen die Wange begrenzt wird, sehr bedeutend sein würde, und zweitens ein zu langer Stein eher dem Zerschlagen ausgesetzt ist und schwerer in die richtige Lage versetzt werden kann, als ein kürzerer.

Ferner müssen alle Steine der Treppenwange wo möglich dieselbe Grösse besitzen, damit die Konstruktionen und Lehren, welche zur Darstellung eines Steines nöthig sind, für alle benützt werden können.

Dieses fest gehalten, gebe man der vertikalen Projektionsebene eine solche Lage, dass sie mit der durch

den Mittelpunkt des Steines an die mittlere Schraubenlinie gelegten Tangentialebene parallel ist. Wenn nun alle Schraubenlinien, welche zu der Treppenwange gehören, in Figur 4 dargestellt sind, so konstruirt man das rechtwinkelige Dreieck mtd , indem man md gleich zwei oder drei Stufenhöhen und td gleich ebenso vielen entsprechenden Theilbögen auf der horizontalen Projektion der mittleren Schraubenlinie macht. Die Hypothenuse tm muss alsdann die vertikale Projektion der zu dieser Kurve gezogenen Tangente sein. Senkrecht auf diese wird nun die Ebene pq gelegt und in Figur 3 die horizontale Projektion des krummlinigten Viereckes konstruirt, welches den Durchschnitt der Treppenwange mit der Ebene pq bildet. Die beiden Seiten ov und nu sind elliptische Bögen, da sie aus der Durchschneidung der Ebene mit den beiden Zylinderflächen entstanden sind. Die beiden anderen Seiten on und vu sind Kurven, welche die Durchschnittslinien der Ebene mit den beiden Schraubenflächen bilden. Um auf jeder dieser Kurven einen mittleren Punkt zu erhalten, müsste man die Schraubenlinien konstruiren, welche durch die Mittelpunkte der Seiten des Rechteckes A beschrieben werden. Diese Linien wurden jedoch im vorliegenden Entwurfe, um Verwirrung zu vermeiden, nicht konstruirt.

Ertheilt man dem Vierecke $onvu$ in Gedanken eine solche Bewegung, dass sein Mittelpunkt die mittlere Schraubenlinie beschreibt, während die Ebene des Viereckes auf dieser beständig senkrecht bleibt, so wird dieses auch in die Lagen B' und C' (Fig. 3) kommen, wo der Stein seiner Länge nach begrenzt werden soll. Aus den Vierecken B' und C' ergeben sich sofort die vertikalen Projektionen B und C , und es sind nun beide Projektionen des Steines vollständig bestimmt.

Steinschnitt. Zur Darstellung der einzelnen Steine der Treppenwange kann man sich nun einer der folgenden Methoden bedienen.

Erste Methode.

220. Man schneide einen rechtwinkligen Block, der von folgenden Flächen begrenzt wird:

- 1) Von zwei vertikalen Ebenen $ceai$, $ceai$ (Fig. 3).
- 2) Von zwei Ebenen $aacc$ und $ieie$ (Fig. 3), welche auf den beiden ersteren und auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehen.
- 3) Von den Ebenen $(ce, ccee)$ und $(ai, aaii)$ (Fig. 4. u. 3), welche auf den vier ersteren und auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehen.

Dieses Parallelopipedon bildet die Grundform, aus welcher der Stein nach und nach hergeleitet werden kann.

Denkt man sich nämlich die beiden konzentrischen Zylinderflächen, welche die Treppenwange begrenzen, so weit verlängert, bis sie die Ebenen apc und iqe (Fig. 4) durchschneiden, und konstruirt man die aus der Durchschneidung hervorgehenden Ellipsen, indem man sich die Ebenen apc und iqe in Figur 5 und 6 niedergelegt denkt, und die Entfernungen der Durchschnittspunkte von der vertikalen Ebene ci , aus Figur 3 abgreift, so ergeben sich die Lehren D und E . Nun werden auch die Ebenen $(ce, ccee)$ und $(ai, aaii)$ (Fig. 4 u. 3) niedergelegt, indem man die Durchschnittspunkte r , s , x und z (Fig. 4) durch Kreisbögen in die Ebenen eh und ik überträgt, und alsdann in die Figuren 7 und 8 projicirt. Hieraus ergeben sich die Lehren F und G . Alle diese Lehren werden auf die entsprechenden Flächen des Parallelopipedons aufgetragen (Figur 9), und dadurch die Leitlinien der beiden konzentrischen Zylinderflächen bestimmt, zwischen welchen die

die Treppenwange liegt. Sind diese geschnitten, so ziehe man ihre erzeugenden Linien, und bestimme in jeder Zylinderfläche wenigstens auf zwei Erzeugenden die Lage der Punkte, welche sich auf den Kanten der Treppenwange befinden. An diese wird nun ein biegsames Lineal gelegt, und so die verschiedenen Schraubenlinien aufgezeichnet, welche als die Leitlinien der beiden geregelten Flächen dienen, von denen die Treppenwange oberhalb und unterhalb begrenzt wird. Endlich werden noch auf diesen Kanten die Eckpunkte der beiden Vierecke *B* und *C* bestimmt, welche den Stein der Länge nach begrenzen.

Figur 10 zeigt die Form des Steines, wenn derselbe seiner Länge nach theilweise geschnitten ist.

Man wird leicht einsehen, dass die Lehren *D* und *E*, so wie die Lehren *F* und *G* einander vollkommen gleich sein müssen; diess ergibt sich nicht nur aus der kreisförmigen Gestalt der Treppenwange, sondern auch aus der symmetrischen Lage der Flächen, welche das Parallelepipedon einschliessen. Man braucht daher im Grunde nur zwei verschiedene Lehren zu konstruiren, indem man dieselben, um sie für die gegenüberliegenden Flächen des Steines anzuwenden, nur herumzudrehen hat. In diesem Falle aber darf man nicht vergessen, dass die bei den Merkpunkten befindlichen Ziffern vertauscht werden müssen.

Zweite Methode.

(Tafel 43.)

221. Der Unterschied zwischen dieser und der vorhergehenden Methode besteht darin, dass man bei jener den darzustellenden Stein aus einem rechtwinkligen Parallelepipedon herleitete, während man bei dieser ein trapezoidförmiges und schief abgeschnittenes Prisma wählt, von welchem die Flächen *ceai*, *ceai* (Fig. 1 Taf. 43) auf der horizontalen,

und zwei andere Flächen $ccpaa$, $eeqii$ (Fig. 2) auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehen. Die schiefen Endflächen des Prisma's endlich werden von den Trapezen $ccee$ und $aaii$ gebildet, und fallen zugleich mit den Ebenen zusammen, durch welche das Prisma seiner Länge nach begrenzt wird.

Wenn die beiden Projektionen der Treppenwange auf die oben angegebene Weise konstruirt sind, so ziehe man (Fig. 1) eine Linie $m't'$, welche die horizontale Projektion der mittleren Schraubenlinie in dem Punkte m' berührt, und trage auf die Vertikale mm' aus dem Punkte m eine Linie md auf, deren Länge sich zur Horizontalen td ebenso verhält, wie die Ganghöhe der mittleren Schraubenlinie zur Entwicklung ihrer horizontalen Projektion. Senkrecht auf tm lege man nun die Ebene pq , und konstruirt die horizontale Projektion des Normalschnittes, welche man sofort in die Lagen B' und C' bringt, um daraus ihre vertikalen Projektionen der Endflächen B und C herzuleiten; die Tangente $t'm'$ (Fig. 1) kömmt hierbei in die Lagen $t''m''$ und $t'''m'''$, und es lassen sich hieraus ihre vertikalen Projektionen tm , tm ohne Schwierigkeit herleiten.

Ist diess geschehen, so ziehe man durch die beiden Punkte r' und s' , in welchen die durch den Punkt m'' und die Treppenaxe gezogene Horizontallinie die beiden vertikalen Flächen des trapezoidförmigen Prisma's durchschneidet, vertikale Linien, und verlängere dieselben, bis sie die durch den Mittelpunkt m des Normalschnittes C (Fig. 2) gezogene Horizontallinie in den Punkten s und r durchschneiden. Durch diese Punkte ziehe man nun senkrecht auf die vertikale Projektion tm der Tangente $m''t''$ die Linien ce , ce , woraus sich die schiefe Fläche $ccee$ des den Stein einschliessenden trapezoidförmigen Prisma's ergibt.

Auf gleiche Weise wird auch das Viereck $a a i i$ erhalten, welches das obere Ende des Steines enthält. Um nun die wahre Gestalt dieser beiden Vierecke zu konstruiren, lässt man dieselben in Gedanken an der mittleren Schraubenlinie so weit hinauf- und herabgleiten, bis ihre Ebenen in dem Punkte m, m' zusammenfallen; in dieser Lage erscheinen sie in Figur 1 schraffirt. Ihre Eckpunkte werden nun in die vertikale Leitlinie der Ebene $p q$ projectirt, und alsdann beide Figuren um die auf der Verlängerung von $p q$ liegenden Punkte h und k so weit gedreht, bis sie mit der horizontalen Projektionsebene parallel sind. Hieraus ergeben sich sofort die Lehren C und B (Fig. 5 u. 6).

Die Lehren D und E (Fig. 3 u. 4) werden ebenso konstruirt, wie bei der vorhergehenden Methode.

Aus Figur 7 endlich ergibt sich die Anwendung der Lehren bei der Herleitung des Steines.

222. Die so eben gezeigte Methode scheint auf den ersten Anblick eine Ersparniss an Material zu gewähren, indem der den Stein einschliessende trapezoidförmige Block etwas kleiner ist, als der rechtwinkelige im vorhergehenden Falle. Da jedoch die Blöcke aus den Steingruben immer in parallelopipedischer Form geliefert werden, so ist klar, dass jene Ersparniss nur scheinbar ist, indem der trapezoidförmige Körper selbst wieder in einem parallelopipedischen Blocke enthalten sein muss. Da man ferner bei der ersten Methode die beiden Grundflächen des Blockes durch die Punkte n und u (Fig. 4 Taf. 42) selbst legen kann, so würde er in diesem Falle noch kleiner werden, als bei der zweiten Methode. Man erspart daher bei dieser Methode einzig und allein die Arbeit, welche die besondere Darstellung der Stirnflächen verursacht; aber auch diese Arbeit ist für einen geschickten Steinhauer sehr unbedeutend.

Treppenwangen, deren horizontale Projektionen von beliebigen Kurven gebildet werden.

Limon non circulaire.

(Tafel 44.)

223. Die im Vorhergehenden erläuterten Methoden zur Darstellung der Steine einer Treppenwange müssen, wenn die horizontale Projektion derselben keine kreisförmige mehr ist, nothwendig eine Modifikation erleiden. Es ist nämlich klar, dass in diesem Falle für jeden Stein eine besondere Projektion konstruirt werden muss, so wie dass die Lehren der Steinflächen, weil sie nicht, wie früher, identisch sind, auch nicht mehr aus einem und demselben Normalschnitte der mittleren Schraubenlinie hergeleitet werden können. Es sind daher ebenso viele besondere Projektionen nöthig, als die Anzahl der Schnitte beträgt.

Auf Tafel 44 ist die allgemeine Anordnung dieser Projektionen für denjenigen Fall dargestellt, wo die horizontale Projektion der Treppenwange (Fig. 13 u. 1) von zwei Kreisevolventen eingeschlossen wird, der Bedingung entsprechend, dass alle Stufenkanten Tangenten des gegebenen Kreises *O* seien. Man bestimmt hier zuerst auf der mittleren Schraubenlinie die Punkte *B*, *C* u. *D*, durch welche senkrechte Schnittflächen gelegt werden sollen, konstruirt alsdann die vertikale Projektion (Fig. 2), und schneidet diese durch eine auf der Tangente des Punktes *B* senkrecht stehende Ebene. Hieraus ergibt sich das Viereck *B* (Fig. 1), welches die horizontale Projektion des Normalschnittes bildet.

Ebenso wird nun auch die Hüllsprojektion (Fig. 3) konstruirt, und hieraus das Viereck *C* (Fig. 1) hergeleitet. Endlich wird der Stein *BC* auf eine Ebene (Fig. 4) projicirt,

welche mit seiner längsten Dimension parallel ist, alsdann das rechtwinkelige Parallelopipedon konstruirt, welches ihn umgibt, und sofort die sich deckenden Lehren der oberen und unteren Fläche (Fig. 5), so wie die beiden Lehren (Fig. 6 u. 7), welche die Durchschnitte der Treppenwange und der beiden Grundflächen des Parallelopipedons bilden, daraus hergeleitet. Die Lehre (Fig. 6) wurde parallel mit der Grundfläche des rechtwinkligen Parallelopipedons bis zu ab fortgerückt und alsdann in die horizontale Projektionsebene niedergelegt. Die Lehre Figur 7 wurde um die durch den Punkt c gehende Horizontallinie so weit gedreht, bis sie eine mit der Längenrichtung des Steines parallele Lage erhielt, und dann gleichfalls in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

Der Uebung wegen wollen wir noch zeigen, wie der Stein $C'D'$ nach der zweiten Methode darzustellen wäre, und dabei annehmen, dass sein oberes Ende mit einem Haken versehen werden sollte.

Man konstruire zunächst die Hilfsprojektion (Fig. 8), bestimme auf dieser das Profil des Hakens, und leite daraus die horizontale Projektion desselben her. Sofort wird die vertikale Projektion (Fig. 9) des Steines konstruirt, und man bestimmt nun in dieser, so wie in der horizontalen Projektion, die Ebenen des den Stein einschliessenden trapezoidförmigen und schief abgeschnittenen Prisma's, wobei zu bemerken ist, dass die Ebene $p q$ (Fig. 8) durch die äusserste Fläche des Hakens geht, welchen man erst zuletzt darstellt.

Die Lehren C und D , deren Projektionen in Figur 3 und 8 als gerade Linien erscheinen, wurden um die durch die Punkte d und e gehenden Horizontallinien so weit gedreht, bis sie eine mit den Grundlinien in Figur 3 und 8

parallele Lage einnehmen; alsdann wurden sie in die horizontale Projektionsebene niedergelegt.

In den Figuren 14 und 15 ist der erste Stein der Treppenwange dargestellt.

FÜNFTES KAPITEL.

TREPPENGEWÖLBE.

VOUTES DESTINÉES A SUPPORTER OU A COUVRIR DES ESCALIERS.

Treppen mit kreisförmigen Schraubengewölben.

Vis Saint - Gilles.

(Tafel 45.)

224. Unter einem kreisförmigen Schraubengewölbe (Fig. 1 Taf. 45) versteht man ein solches, dessen Erzeugende ein Halbkreis ist, der sich um einen vertikalen Zylinder so bewegt, dass jeder seiner Punkte eine Schraubenlinie beschreibt. Die Fugenflächen eines solchen Gewölbes sind gleichfalls Schraubenflächen, welche durch die Normallinien der erzeugenden Kurve beschrieben werden.

225. Ein solches Gewölbe, welches zur Unterstützung der Treppenstufen angewandt wird, kann als ein steigendes Ringgewölbe betrachtet werden.

Die einzelnen Steine desselben werden auf die in den §§ 220 und 221 erläuterte Weise dargestellt. In dem vorliegenden Beispiele haben wir die in § 221 angeführte Methode befolgt.

226. Wenn die beiden Projektionen des Steines, so wie die mittleren und alle diejenigen Schraubenlinien konstruiert sind, welche durch die vier Eckpunkte des Viereckes *nouv* (Fig. 4) gehen, so konstruiere man, wie im vorhergehenden Beispiele, die horizontale Projektion (Fig. 2) des auf der mittleren Schraubenlinie der Leibungsfläche senkrecht stehenden Durchschnittes *p q* (Fig. 3), trage sofort diese Projektion nach *B'* und *C'*, und leite daraus wieder die vertikalen Projektionen *B* und *C* (Fig. 3) her.

Man könnte die Ebenen *p q* auch senkrecht auf der durch den Mittelpunkt des Rechteckes *A* beschriebenen Schraubenlinie annehmen, wie in § 119 geschehen ist. Es ist jedoch zu bemerken, dass in jenem Beispiele alle Kanten der Treppenwange unbedeckt und daher dem Zerbrechen durch einen heftigen Stoss mehr ausgesetzt sind, als hier. Aus diesem Grunde durften sich die Winkel von rechten Winkeln nur möglichst wenig unterscheiden. Im vorliegenden Beispiele hingegen sind es die Leibungskanten des Gewölbes, welche frei daliegen, während alle übrigen durch die sie bedeckenden Steine geschützt werden.

Die beiden Projektionen des den Stein einschliessenden trapezoidförmigen Prisma's erhält man auf die in Tafel 43 gezeigte Weise.

Steinschnitt. Man schneide den Stein zuerst so, als ob er zu einer kreisförmigen Treppenwange gehörte, welche durch das Rechteck *novu* (Fig. 4) erzeugt würde.

Alsdann ziehe man in der inneren Zylinderfläche die Schraubenlinie *xx* (Fig. 8), und in der oberen geregelten Fläche die Schraubenlinie *ww*. Diese beiden Kurven, auf welchen man eine entsprechende Anzahl von Merkpunkten bestimmt, bilden die Leitlinien der oberen Fugenfläche des Gewölbsteines; ebenso ziehe man nun in dem äusseren

Zylinder die Schraubenlinie zz und in der unteren geregelten Fläche die Schraubenlinie yy , und bediene sich dieser beiden Kurven als der Leitlinien der unteren Fngenfläche.

Endlich schneide man die Leibung des Gewölbsteines, mittelst einer nach den Durchschnitten B oder C (Fig. 6 u. 7) geschnittenen Bogenlehre, welche man so an den beiden Schraubenlinien xx und yy hingleiten lässt, dass ihre Ebene auf der mittleren Schraubenlinie der Leibungsfläche fortwährend senkrecht steht.

Man könnte sich auch einer nach dem Durchschnitte A (Fig. 3) konstruirten Bogenlehre bedienen; diese müsste aber alsdann immer so gehalten werden, dass sie in jeder ihrer Lagen mit einer Meridianebene zusammenfällt, was immerhin sehr schwierig wäre.

Die unmittelbar auf der Kämpferebene ruhenden Gewölbsteine müssen, wie Figur 1, 9 und 10 zeigen, mit der Mauer und der Treppenspindel verbunden werden. Die Steine, welche die Treppenspindel bilden, werden aus einem vertikalen Zylinder (Fig. 2) hergeleitet, auf welchem man die Schraubenlinie mittelst eines biegsamen Lineales verzeichnet. Das Uebrige bietet dann keine Schwierigkeiten mehr dar.

Schraubengewölbe innerhalb eines quadratförmigen Raumes.*

Vis Saint-Gilles carrée.

(Tafel 46.)

227. Es sei als die horizontale Projektion einer Treppe ein Rechteck A (Fig. 1 Taf. 46) gegeben. Man theile die

* Wir haben bei der Wahl dieses Ausdruckes die in § 216 gegebene Erklärung einer *Schraubenlinie* zu Grunde gelegt,

Seiten desselben in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Stufen beträgt, und verbinde die erhaltenen Theilungspunkte mit dem Mittelpunkt o . Diese Verbindungslinien bilden sodann die horizontalen Projektionen der Stufenkanten. Man kann nun die Stufen entweder, wie bereits in mehreren vorhergehenden Beispielen geschehen ist, durch eine entsprechende Ausführung ihrer Schnitte und eine gehörige Verbindung mit der Mauer, oder aber, im Falle dieselben grosse Lasten zu tragen hätten, durch ein Gewölbe unterstützen. Wir wählen im vorliegenden Beispiele diesen letzteren Weg.

Zu diesem Zwecke nimmt man als Leitlinien zwei Kreise oder zwei vertikale Ellipsen an, welche in den Ebenen ao und co liegen, und lässt an diesen eine erzeugende Linie so hingleiten, dass sie in jeder ihrer Lagen mit der Treppenmauer parallel ist.

Wir gehen nun zu einer näheren Erklärung der für die Hauptgewölbsteine nöthigen Konstruktionen über.

Die Figuren 2 und 3 sind die Projektionen eines Gewölbsteines, der sich in dem einspringenden Gewölbgrate befindet. Die Linie oo ist die in der Treppenmauer liegende Kämpferlinie, deren Neigung von der grösseren oder geringeren Neigung der Treppe abhängt. Die durch unterbrochene Linien ausgeführten Schraffirungen in den Figuren 2, 4 und 7 sind die Durchschnitte des Gewölbsteines durch die Diagonalebene ao und co (Fig. 1). Die Projektionen selbst werden auf folgende Weise ausgeführt.

wornach die horizontale Projektion derselben jede beliebige Linie und daher auch ein Quadrat sein kann. Das Gewölbe, welches eine solche Schraubenlinie als Leitlinie besitzt, kann daher gleichfalls, ja *muss* wohl ein *Schraubengewölbe* genannt werden. M.

Nachdem man den 8ten Theil der einer ganzen Umdrehung entsprechenden Höhe von b nach o getragen (Fig. 2), beschreibe man den Kreisbogen 0-1-2-3, welcher die Projektion einer Ellipse sei, die zu den Leitlinien des Gewölbes gehört, und bestimme darauf die den Gewölbsteinen entsprechenden Theilpunkte. Die Ordinaten der Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 über der Horizontalen o werden nun auf die Linie 0-5 getragen, welche die vertikale Projektion der Treppenspindel in zwei gleiche Theile theilt, und zugleich als der Durchschnitt des Gewölbes mit einer Ebene betrachtet werden kann, die auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht. Verbindet man sofort die Punkte 1,1; 2,2; 3,3 durch gerade Linien, so ergibt sich die vertikale Projektion desjenigen Theiles des Gewölbsteines, welcher mit der Ebene (Fig. 2) parallel ist.

Man konstruirt nun die Durchschnitte mp und nq , welche auf der durch die Mitte der Leibungsfläche gehenden Linie 2-2 senkrecht stehen, und lege dieselben in die horizontale Projektionsebene nieder. Hieraus ergeben sich die Lehren A und B .

Auf gleiche Weise erhält man die vertikale Projektion (Fig. 4), und die dem Durchschnitte dr , welcher auf der Linie 2-2 senkrecht steht, entsprechende Lehre C . Werden die Hauptpunkte dieses Durchchnittes in Figur 2 übertragen, so ist die vertikale Projektion des Gewölbsteines vervollständigt.

Die Figuren 5, 6 und 7 sind die Projektionen eines Gewölbsteines, der sich in dem vorspringenden Theile des Gewölbgrates befindet; man erhält dieselben ganz ebenso, wie vorhin gezeigt wurde.

Die Lehren D und E bilden die Durchschnitte der Gewölbsteine mit den durch die Gewölbgrate gelegten vertikalen

Ebenen. Der erste Durchschnitt wurde um die durch den Punkt h (Fig. 3) gezogene Vertikallinie, der zweite um die Vertikale y (Fig. 6) gedreht.

Figur 8 ist die vertikale Projektion eines einfachen Gewölbsteines.

Das wenig ansprechende äussere Ansehen eines solchen Gewölbes, so wie die scharfen Kanten, welche an den Enden der Stufen entstehen, machen die Anwendung dieses Systemes nicht rathsam, und wir betrachten es daher mehr als ein Beispiel zur Uebung. Sollten jedoch besondere Umstände die Ausführung eines solchen Gewölbes nothwendig machen, so müsste man Sorge tragen, dass die Schnitte auf den vier Hauptfaçaden in gleicher Weise vertheilt würden, damit die für eine Façade nöthigen Konstruktionen auch für die übrigen angewendet werden können.

Steinschnitt. Der einfache Gewölbstein (Fig. 8 u. 9) kann aus einem rechtwinkligen Parallelopipedon hergeleitet werden, dessen vertikale Projektion diejenige des Gewölbsteines einschliesst. Die Lehren A und B , auf welchen man eine entsprechende Anzahl von Merkpunkten bestimmt, dienen als die Leitlinien aller geregelten Flächen, welche die innere Leibung, die äussere Leibung und die Fugenflächen des Gewölbsteines bilden.

Grössere Schwierigkeiten bietet die Darstellung derjenigen Gewölbsteine, welche sich in den Ecken befinden, besonders wenn man dieselben, um an Material zu ersparen, aus einem schiefen Parallelopipedon, z. B. $uvxz$ (Fig. 8), herleiten will.

Es sei nun Figur 10 die perspektivische Ansicht desjenigen Parallelopipedons, welches dem Gewölbsteine Figur 2 entspricht.

Um aus diesem den Stein darzustellen, trage man aus Figur 2 die Linien vs und eu auf die Kanten vx und uz

des Parallelopipedons (Fig. 10), ziehe mittelst eines rechten Winkels die Linien ss und ee , und nehme diese gleich $s-3$ (Fig. 3). Auf diese Weise erhält man den einspringenden Winkel, welchen die beiden Theile des Gewölbsteines mit einander bilden.

Nachdem man sofort auch die Linien va und sc (Fig. 2) auf die entsprechenden Kanten des Blockes (Fig. 10) aufgetragen, ziehe man die Horizontale ac , nehme die Linien vd und si (Fig. 4) in den Zirkel, und trage dieselben auf die Linien vv und ss (Fig. 10); hiedurch wird die Ebene $adi c$ bestimmt, welche dem senkrechten Durchschnitte C (Fig. 3) entspricht.

Alsdann wird die kleine Linie vt (Fig. 3) auf die Kante vv (Fig. 10) übertragen, und die Linie st gezogen, welche, nebst der Vertikalen se , die Ebene des Gewölbgrates enthält.

Nun bearbeite man den oberen Theil des Steines in der Richtung dieser Ebene vorsichtig mittelst der Lehre $3st54$ (Fig. 13), bis man dieselbe auf die bearbeitete Stelle genau aufpassen kann (Fig. 11). Die Seiten 3-4 und 4-5 dieser Lehren, so wie die entsprechenden Seiten der Lehren A und C dienen nun als Leitlinien der geregelten Flächen, welche die äussere Fläche und die obere Fugenfläche des Gewölbsteines bilden.

Auf gleiche Weise wird jetzt der Stein auch von unten ausgearbeitet, bis man den unteren Theil der Lehre D einpassen kann und dadurch alle Schnitte bestimmt sind.

Ebenso könnte man auch den in Figur 5 projecirten Gewölbstein darstellen. Da jedoch die beiden Arme dieses Steines nahe zu eine vertikale Lage besitzen, so ist es einfacher und fast ebenso ökonomisch, denselben aus einem rechtwinkligen Parallelopipedon herzuleiten, dessen horizontale Projektion diejenige des Steines einschliesst, und dessen Höhe gleich der grössten Höhe des Steines ist.

Wie die Steine der Treppenspindel geschnitten werden, zeigt Figur 12.

Konstruktion normaler Fugenflächen.

(Tafel 47.)

228. Da die Fugenflächen des auf Tafel 45 Figur 1 dargestellten Schraubengewölbes durch die verlängerten Radien des erzeugenden Kreises der Leibungsfläche gebildet werden, so können dieselben nicht auf der Leibungsfläche senkrecht stehen*. Wir wollen daher, nicht sowohl des praktischen Nutzens als der Uebung wegen, auch noch diese Bedingung zu erfüllen suchen.

Es sei z. B. die Fugenfläche zu konstruiren, welche der Leibungskante ah , $a'h'$ (Fig. 1 u. 2 Taf. 47) des Schraubengewölbes entspricht, dessen Erzeugende der vertikale Halbkreis max ist. Man ziehe die Linie ao , $a'o'$, welche den Halbkreis max in dem Punkte a berührt. Der Punkt o , o' ist dann zugleich ein Punkt der Linie, nach welcher die horizontale Projektionsebene von der durch a , a' an die Schraubenfläche gelegten Tangentialebene durchschnitten werden muss. Um nun einen zweiten Punkt dieser Linie zu erhalten, konstruire man das rechtwinkelige Dreieck abc , indem man von a nach b zwei Stufenhöhen und auf bc zwei Theilbögen des Kreisumfanges $a'h'$ trägt, welche den beiden Stufenhöhen entsprechen. Die Hypothenuse ac ist alsdann die in die vertikale Projektionsebene niedergelegte Tangente der Schraubenlinie $a'h'$, und es wird die horizontale

* Denn die Radien, von welchen sie gebildet werden, stehen nur auf den Meridianschnitten normal, nicht aber auf den durch die verschiedenen Punkte der Schraubenfläche gelegten Tangentialebenen. M.

Projektion dieser Tangente erhalten, wenn man an den Kreis $a'h'$ die Tangente $a'u'$ zieht und den Punkt v' von a' nach u' überträgt. Dieses ist sodann der zweite Punkt, worin die horizontale Projektionsebene von der oben erwähnten Tangentialebene durchschnitten wird, und welcher daher nebst o' jene Linie $(u'o')$ selbst bestimmt. Die auf $u'o'$ senkrecht stehende Linie $a'n'$ ist daher die horizontale Projektion der entsprechenden Normallinie, deren vertikale Projektion an auf der Tangente ao senkrecht stehen muss, indem diese mit der vertikalen Projektionsebene parallel ist.

Wenn die Normallinie an , $a'n'$ die äussere Leibung des Gewölbes in einem Punkte n , n' durchschneiden soll, so konstruiere man eine Schraubenlinie, welche durch n , n' geht und deren horizontale Projektion der Halbkreis $n'd'$ ist. Diese Schraubenlinie, nebst der inneren Leibungskante ah , bilden nun die Leitlinien für die normale Fugenfläche des Schraubengewölbes. Alle Erzeugenden dieser Flächen sind zugleich Tangenten eines vertikalen Zylinders, dessen horizontale Projektion der Kreis $z'd'$ (Fig. 2) ist.

Entwickelbare Fugenfläche.

229. Denkt man sich die so eben konstruirte normale Fugenfläche des Schraubengewölbes zusammengesetzt aus einer unendlichen Anzahl von kleinen windschiefen Vierecken, welche von den Normallinien des Gewölbes und den aufeinanderfolgenden Elementen der Schraubenlinie ah gebildet werden, so wird dadurch die Fugenfläche entwickelbar. Wenn man nun, von dieser Betrachtung ausgehend (Fig. 3 u. 4), die Normallinien $(an, a'n')$ $(cu, c'u)$ und die Sehnen ac , $a'c'$ und co , $c'o'$ zieht, und durch die erste Normallinie und die erste Sehne eine Ebene, durch die zweite Normallinie und die zweite Sehne eine zweite Ebene,

durch die dritte Normallinie und die dritte Sehne eine dritte Ebene (etc.) legt, so können alle diese Ebenen als die aufeinanderfolgenden Lagen einer beweglichen Ebene betrachtet werden, deren Durchschnitte eine entwickelbare geregelte Fläche bestimmen welche sich von der normalen Fugenfläche, besonders in der Nähe der inneren Leibungskante, nur sehr wenig unterscheiden wird; ein Umstand, der für ihre Anwendbarkeit in der Praxis bei dieser Art von Gewölben sehr wesentlich ist. Um eine solche Fugenfläche zu konstruiren, ziehe man eine beliebige horizontale Ebene $p q$ (Fig. 3), welche die aufeinanderfolgenden Normallinien $(an, a'n')$ und $(cu, c'u')$ in den Punkten (n, n') und (u, u') , so wie die aufeinanderfolgenden Sehnen in den Punkten (s, s') und (z, z') durchschneidet. Die Linie $c'x'$ ist daher der Durchschnitt der beiden ersten Ebenen, und kann nun als die Erzeugende der darzustellenden Fläche benützt werden. Die weitere Konstruktion wird gerade so ausgeführt, wie im vorhergehenden Falle.

Konstruktion normaler Fugenflächen bei solchen Schraubengewölben, welche in einem rechtwinkligen Raume eingeschlossen sind.

230. Da die Leibungskante $ab, a'b'$ als eine durch den Punkt a gezogene Tangente des Schraubengewölbes betrachtet werden kann, so verlängere man dieselbe, bis sie die horizontale Projektionsebene, in welcher sich der Mittelpunkt der Ellipse $man, m'a'n'$ befindet, in einem Punkte c, c' durchschneidet. Ferner ziehe man zu der Ellipse $man, m'a'n'$ die Tangente $ao, a'o'$, welche die horizontale Projektionsebene in dem Punkte o, o' durchschneidet. Die Linie $(co, c'o')$ muss daher die Durchschnittslinie der durch den Punkt (a, a') gelegten Tangentialebene mit der horizontalen Projektionsebene bilden, während die auf $c'o'$ senk-

recht stehende Linie $a'u'$ die horizontale Projektion der durch (a, a') gehenden Normallinie ist. Die vertikale Projektion dieser Normallinie muss die auf ab senkrecht stehende Linie au sein, weil ab parallel mit der vertikalen Projektionsebene und daher auch parallel mit der vertikalen Leitlinie der Tangentialebene ist.

Auf gleiche Weise können alle übrigen Tangentialebenen und die ihnen entsprechenden Normallinien bestimmt werden. Diese letzteren vereinigt, bilden sodann eine der Leibungskante $(ab, a'b')$ entsprechende normale Fugenfläche.

Um die Tangenten zu erhalten, welche den verschiedenen Axendurchschnitten des Gewölbes entsprechen, ohne diese Kurven selbst zu konstruieren, bemerke man, dass alle Berührungspunkte gleiche Ordinaten, und alle Ellipsen, welche die Axendurchschnitte bilden, gleiche Höhen besitzen. Es müssen daher 1) alle Projektionen dieser Ellipsen auf irgend einer Mauerfläche des Treppenhauses gleich sein dem Halbkreise man , und 2) müssen die vertikalen Projektionen aller Punkte, in welchen die horizontalen Axen der Ellipsen von ihren Tangenten durchschnitten werden, gleichweit entfernt sein von den vertikalen Projektionen der Mittelpunkte der Ellipsen, oder von den horizontalen Projektionen dieser Mittelpunkte. Die horizontalen Projektionen aller Durchschnittspunkte der Tangenten liegen daher auf einer geraden Linie $ov, o'v'$, welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel ist und die Durchschnittspunkte der beiden äussersten Tangenten mit einander verbindet.

Der Punkt x' ergibt sich aus dem Punkte x ; der Punkt c aus c'' und dieser aus c' ; aus d ergibt sich d'' und hieraus d' . Das übrige Detail der Konstruktion wird aus der einfachen Betrachtung der Figur verständlich.

Steigendes Ringgewölbe in einem runden Thurme.

Voûte d'arête rampante et en tour ronde.

(Tafel 47 *.)

Es sei Figur 7 Tafel 47 * der Meridianschnitt eines Schraubengewölbes, welches von einem konoidischen Gewölbe durchschnitten wird, und mit diesem ein Kreuzgewölbe bildet, dessen horizontale Projektion in Figur 8 dargestellt ist. Da die konoidische Fläche von den vertikalen Ebenen $a'a'$, $a'a'$ begrenzt wird, welche durch die Axe des Schraubengewölbes gehen, so muss die letztere eine der beiden Leitlinien des konoidischen Gewölbes bilden; als zweite Leitlinie wählt man eine Kurve von doppelter Krümmung, deren horizontale Projektion der Bogen $c'c'$, und deren Entwicklung die Hälfte einer Ellipse, nämlich $c'''uc'''$ (Fig. 2) ist. Um diese Kurve zu konstruiren, theile man den zwischen den vertikalen Ebenen 3-3 und 9-9 liegenden Bogen 3'-9' (Fig. 8) in eine entsprechende Anzahl gleicher Theile, und trage dieselben auf die horizontale Linie 3''-9'' auf. Man ziehe nun die Senkrechte 8''-8''', nehme diese gleich dem Höhenunterschiede der Punkte 4 und 8, und ziehe die Linie 4''8''', welche die Entwicklung der von dem Mittelpunkte des Kreises $az z''a$ (Fig. 7) beschriebenen Schraubenlinie ist. Es werden nun die Bögen 4' c' und 8' c' (Fig. 8) nach 4'' c'' und 8'' c'' (Fig. 2) getragen, und die Senkrechten $c''c'''$, $c''c'''$ errichtet; die Linie $c'''c'''$ bildet alsdann einen der konjugirten Durchmesser der Ellipse.

Um nun die Theilungspunkte dieser Kurve zu bestimmen, verfährt man auf folgende Weise. Der Kreis $az z''a$ wird in so viele gleiche Theile getheilt, als die Anzahl der Steinreihen beträgt, aus denen das Schraubengewölbe

zusammengesetzt werden soll, projicire die Theilungspunkte auf den Durchmesser aa , und theile nun die Linie $c''c''$ in demselben Verhältnisse ein. Wird endlich durch jeden dieser Punkte (Fig. 2) eine vertikale Ordinate gezogen, und auf diesen die entsprechenden Ordinaten des Kreises $azz''a$ (Fig. 7) aufgetragen, so ergibt sich die Ellipse $c''uu c''$, welche, auf den Zylinder, dessen horizontale Projektion der Bogen $c'c'$ (Fig. 8) ist, aufgewickelt, die zweite Leitlinie des konoidischen Gewölbes bildet.

Die Punkte v, u, u, v (Fig. 2), welche auf die Horizontale $c''c''$ projicirt und von da auf den Kreisbogen $c'c'$ (Fig. 8) übergetragen wurden, bestimmen die Leibungskanten des konoidischen Gewölbes, während die Durchschnittspunkte dieser letzteren mit den entsprechenden Leibungskanten des Schraubengewölbes, wenn sie durch stätige Kurven mit einander verbunden werden, die horizontalen Projektionen der Gewölbgrate bestimmen.

Konstruktion der Fugenflächen. Zieht man durch irgend einen Punkt u der Ellipse $c''uu c''$ (Fig. 2) die Tangente um , so kann die Horizontale $u'm$ als die Projektion dieser Tangente in einer Horizontalebene betrachtet werden, welche sich in beliebiger Höhe über der horizontalen Projektionsebene befindet. Wird nun diese Projektion auf die durch den Punkt u' (Fig. 8) gezogene Tangente $u'm'$ getragen, und aus m' durch die Axe des Schraubengewölbes die Linie $m'm$ gezogen, so muss eine Gerade, welche an den Linien $m'm$ und uu hingleitet, die konoidische Fläche in ihrer ganzen Ausdehnung nach der Linie uu berühren, und daher auch die Linie $u''m''$ die horizontale Projektion der durch den Punkt u'' gezogenen Tangente sein.

Man lege nun senkrecht auf die Linie uu und daher parallel zur Tangente $u''m''$ eine vertikale Hülfssebene

(Fig. 4). Auf dieser projicirt sich nun die Linie uu nach u''' , und die Tangente $u''m''$ nach $u'''m'''$. Die Linie $u'''n$, welche auf $u'''m'''$ senkrecht steht, ist daher die vertikale Leitlinie einer Ebene, welche die Leibungskante uu und die durch den Punkt u'' gezogene Normallinie der konoidischen Fläche enthält. Diese Ebene kann daher als die Fugenfläche für denjenigen Theil des konoidischen Gewölbes genommen werden, welcher zwischen dem Gewölbgrate und zwischen der äusseren Mauer liegt, wenn, wie hier vorausgesetzt wird, der Punkt u'' von der Mauer und von dem Punkte z' gleichweit entfernt ist.

Man konstruirt nun auf der Hülfssebene (Fig. 4) die Projektionen der von dem Punkte r und einigen mittleren Punkten der Linie rz (Fig. 7) erzeugten Schraubenlinien, bestimme die Durchschnittspunkte dieser Linien mit der Normalen $u'''n$, und leite aus diesen die kleine Kurve $z'r'$ (Fig. 8) her, nach welcher die Fugenfläche $u'''n$ des konoidischen Gewölbes von der entsprechenden Fugenfläche des Schraubengewölbes durchschnitten wird.

Um sofort die Durchschnittslinie der Fugenfläche des konoidischen Gewölbes und der durch die Horizontale irs (Fig. 7) erzeugten Schraubenfläche zu erhalten, projicire man auf die Hülfssebene Figur 4 die von den Punkten i , r und s beschriebenen Schraubenlinien, und bestimme ihre Durchschnittspunkte mit der Linie $u'''n$; die horizontalen Projektionen derselben in Figur 8, durch eine stätige Linie vereinigt, geben die gesuchte Kurve $s'r'$.

Um die Projektionen der Schraubenlinien in Figur 4 zu konstruiren, genügen für eine jede derselben drei Punkte. Zu diesem Zwecke ziehe man die Horizontalen 3, 4, 5 und 6, welche die Höhen bestimmen, in denen sich die Punkte r und s in den Meridianebenen 3, 4, 5 und 6 (Fig. 8) befinden. Der Höhenunterschied zweier aufeinanderfolgender

Horizontallinien ist = dem vierten Theile der Vertikalen $8''8'''$ (Fig. 2). Die Horizontalen selbst ergeben sich dadurch, dass man mittelst des Punktes u'' , welcher mit z' gleiche Höhe besitzt und dessen Lage eine beliebige ist, den Punkt i' bestimmt, indem man die Linie zp (Fig. 7) von u''' (Fig. 4) nach i' trägt. Der Punkt 6 ergibt sich nun durch die Proportion: $i6 : 5-6$ oder $\frac{1}{4} 8''8''' = u'6' : 5'6'$. (Fig. 4 u. 2) (Fig. 8).

Die Linie 6-5 (Fig. 4) wird alsdann abwärts getragen nach 5, 4 und 3.

Für denjenigen Theil des Gewölbes, welcher sich zwischen dem Gewölbgrate und der inneren Mauer befindet, nimmt man zur Fugenfläche eine Ebene, welche die Leibungskante uu und die durch den Punkt u'' gelegte Normallinie enthält. Der Punkt u'' selbst ist von der Mauer und von dem Punkte z'' gleichweit entfernt. Die Konstruktion ist folgende: Man ziehe die Tangente $u''m''$ (Fig. 8), konstruiere ihre vertikale Projektion $u'''m''$ (Fig. 4) und errichte senkrecht darauf die Linie $u'''n'$; diese bildet alsdann die vertikale Leitlinie der durch den Punkt u'' und die Leibungskante uu gelegten Normalebene. Nun konstruiere man die vertikalen Projektionen der von den Punkten z''' , r''' und s''' (Fig. 7) erzeugten Schraubenlinien, und bestimme, wie vorher, die Kurven $z''r''$ und $r''s''$, nach welchen die Fugenfläche $u'''n'$ (Fig. 4) von der entsprechenden Fugenfläche und von der oberen, durch die Linie $r'''s'''$ (Fig. 7) erzeugten Fläche des *Schraubengewölbes* durchschnitten wird. Auf gleiche Weise werden die übrigen Fugenflächen des konoidischen Gewölbes und ihre Durchschnitte mit den entsprechenden Fugenflächen des Schraubengewölbes konstruiert.

Bei dem in Figur 8 dargestellten Steine *B* begegnet man einer Schwierigkeit, welche derjenigen in § 118 ähnlich ist.

Diese besteht darin, dass die Fugenfläche vn (Fig. 5) des konoidischen Gewölbes die obere Fläche des Schraubengewölbes erst in ziemlicher Entfernung durchschneidet; ja, es könnte sich sogar treffen, dass der Durchschnitt in dem von dem Konoide überwölbten freien Raume auf der linken Seite der Leibungskante vv stattfindet. In einem solchen Falle wird der Stein auf die in Figur 3 Tafel 47* *a* dargestellte Weise geschnitten.

Unabhängig von den Fugenflächen des konoidischen und des Schraubengewölbes, werden die Stirnflächen der Steine des Schraubengewölbes konstruirt. Zu diesem Zwecke projicire man alle Schraubenlinien, welche die Leibungskanten der Gewölbsteine bilden, auf eine vertikale Hülfs-ebene (Fig. 1), und schneide eine jede Reihe der Gewölbsteine durch Ebenen, welche auf der mittleren Schraubenlinie ihrer Leibungsfläche senkrecht stehen. Um z. B. den Durchschnitt T (Fig. 8) zu erhalten, projicire man die von den Punkten r, r''', z, z''' (Fig. 7) erzeugten Schraubenlinien, so wie auch die mittleren Schraubenlinien, welche wir, um Verwirrung zu vermeiden, weggelassen haben, in die Figur 1, und bestimme den Punkt h' , indem man die Linie ih (Fig. 7) von i' nach h' (Fig. 1) trägt. Dieser Punkt muss nothwendig auf der mittleren Schraubenlinie des Bogens zz''' liegen. Werden daher zwei Vierteltheile der Vertikalen $8''8'''$ (Fig. 2) von h' nach 2 getragen, und die Horizontale $h'2$ gleich der doppelten Entfernung z zweier aufeinanderfolgender Meridianebenen auf dem Kreise $c'c'$ (Fig. 8) genommen, welcher die horizontale Projektion der vom Punkte h erzeugten Schraubenlinie ist, so muss die Linie $h'h''$ (Fig. 1) die Tangente derjenigen mittleren Schraubenlinie sein, welche den Schlusssteinen des Schraubengewölbes entspricht, und die Ebene $h'b$, die auf dieser Tangente senkrecht steht, bildet daher die Stirnfläche des

Steines, aus welcher sich sofort ihre horizontale Projektion ergibt. Auf gleiche Weise verfährt man bei der Bestimmung der horizontalen Projektionen aller übrigen Stirnflächen, welche man sodann überall, wo man sie im Grundrisse nöthig hat, einfach überträgt.

Steinschnitt. Es sei der zweite zu einem Gewölbgrate gehörende Stein darzustellen. Man projicire denselben auf eine mit der grössten Länge des Steines parallele Ebene (Fig. 3) und bestimme die Dimensionen des den Stein einschliessenden Parallelopipedons. Die im Weiteren befolgte Methode ist diejenige, welche in § 220 bei den Treppengewängen erläutert wurde.

Man konstruire 1) die Lehren C und C' , nach welcher die Seitenflächen dk und ly (Fig. 3) des Parallelopipedons von den konzentrischen Zylinderflächen, zwischen welchen der Stein liegt, durchschnitten wird; 2) die Lehren D und D' , welche die Figuren enthalten, nach denen die verschiedenen Flächen des Gewölbsteines von den Ebenen dl und ky des Parallelopipedons durchschnitten werden. Diese Lehren werden sofort auf die entsprechenden Flächen des Parallelopipedons aufgetragen, und die beiden Zylinderflächen geschnitten. Man verzeichne nun in diesen die von den Punkten s, p, α, w (Fig. 7) erzeugten Schraubenlinien, und schneide alsdann die geregelten Flächen, welche von den Horizontalen sp und $w\alpha$ (Fig. 7) beschrieben werden. Nach Ausführung dieser Schnitte ergibt sich die in Figur 1 Tafel 47* a dargestellte Form des Steines.

Auf die konvexe zylindrische Fläche desselben wird nun die Lehre E (Fig. 6 Taf. 47*) übergetragen. Diese Lehre ist die Entwicklung des Durchschnittes, der aus der Durchdringung des Konoides und seiner Fugenflächen mit der senkrechten Zylinderfläche $s'''s'''$ (Fig. 8) gebildet wird.

Ebenso wird die Lehre E' , welche aus der Durchdringung des konoidischen Gewölbes und des senkrechten Zylinders $p'''p'''$ entsteht, in die konkave Zylinderfläche eingezeichnet.

Die beiden Kurven uv, uv (Fig. 1 Taf. 47* a), auf welchen eine entsprechende Anzahl von Merkpunkten bestimmt werden muss, dienen nun als Leitlinien der geregelten Fläche, welche die Leibung des konoidischen Gewölbes bildet, während die Kurven us, us , nebst der Leibungskante uu , die obere Fugenfläche bestimmen.

Es werden nun, wie Figur 6 Tafel 47* a zeigt, die Punkte x, e und z bestimmt, welche auf den Erzeugenden vz, e und ux des Konoides liegen, und durch diese der Gewölbgrat gezogen; dann höhlt man mit Vorsicht die Leibungsfläche des Schraubengewölbes aus, kehrt den Stein um, und führt die noch übrigen Fugenflächen des Konoides und des Schraubengewölbes aus; endlich behaut man die Stirnfläche des Steines, indem von jeder Schraubenlinie mit Hülfe der Projektionen Figur 3 und Figur 8 (Taf. 47*) die wahre Länge des zwischen dem Ende des Parallelopipedons und der Stirnfläche liegenden Theiles auf den Stein aufgetragen wird.

Fassen wir Alles noch einmal kurz zusammen, so ergibt sich für die auszuführenden Operationen folgende Succession:

- 1) *Man schneidet ein Parallelopipedon, welches den darzustellenden Stein einschliesst;*
- 2) *Man bildet die beiden konzentrischen Zylinderflächen.*
- 3) *Man schneidet die obere und die untere Schraubenfläche, welche durch die Horizontalen erzeugt werden.*
- 4) *Man schneidet die konoidische Leibung und die im konoidischen Gewölbe liegende obere Fugenfläche.*

- 5) Man verzeichnet den Gewölbgrat.
- 6) Man schneidet die Leibung und die obere Fugenfläche des Schraubengewölbes.
- 7) Man schneidet die untere Fugenfläche des Konoides und des Schraubengewölbes.

In Figur 2 Tafel 47* a sind die beiden Entwicklungen der Durchschnitte konstruirt, die aus der Durchdringung des Konoides und seiner Fugenflächen mit den konzentrischen Zylinderflächen entstehen, welche die Mauern des Treppenhauses von aussen begrenzen. Man sieht aus dieser Figur zugleich die Art und Weise, wie die Steine des Schraubengewölbes mit den horizontalen Schichten der Mauern verbunden werden können.

Die Konstruktion dieser Entwicklungen ergibt sich aus dem, was wir über die Konstruktion der Figur 2 Tafel 47* bemerkt haben.

Auf gleiche Weise ergeben sich die Durchschnitte aller übrigen konzentrischen Zylinderflächen, welche die Leitlinien enthalten, die den Leibungsflächen der einzelnen Steine des konoidischen Gewölbes entsprechen.

Ordnet man diese Entwicklungen so an, wie Figur 5 Tafel 47* a zeigt, so hat man den Vorthail, dass man sich von der richtigen Bestimmung derjenigen Punkte, welche sich in gleicher Höhe befinden, leicht überzeugen kann.

Konstruktion normaler Fugenflächen.

(Tafel 47 b.)*

232. Wir haben schon früher gelegentlich die Bemerkung gemacht, dass man in der Praxis gewisse durch die Theorie bestimmte Flächen häufig durch solche Flächen ersetzt, welche sich von jenen nur wenig unterscheiden, aber den Vorthail darbieten, dass sie in Folge ihrer einfacheren

Erzeugung auch leichter auszuführen sind. So bedient man sich bei den konoidischen Gewölben, statt der durch die Theorie bestimmten Normalflächen, einer oder mehrerer Ebenen, welche sich in ihrer Vereinigung von den Normalflächen kaum unterscheiden; wenigstens kann man diesen Unterschied verschwindend klein machen. Aus diesem Grunde suchen wir vorliegende Aufgabe einzig und allein der Uebung wegen aufzulösen.

In Figur 3 Tafel 47* b ist die horizontale Projektion eines kreisförmigen Schraubengewölbes gegeben, welches von einem Konoide durchsetzt wird. Man soll die Fugenflächen beider Gewölbe so ausführen, dass dieselben durchaus auf den Leibungsflächen normal sind.

Fugenflächen des kreisförmigen Schraubengewölbes. Es sei der Halbkreis $y x z g$ (Fig. 2 Taf. 47* b) der Meridianschnitt des Schraubengewölbes, und die Fugen, deren Anzahl hier nur zwei sei, mögen durch die Punkte x und z gehen. Man konstruirt zuvörderst die Linien $x b$ und $x d$, von welchen die erstere den Halbkreis $y x z g$ und die andere die Schraubenlinie in demselben Punkte x berührt.

Diese beiden Tangenten bestimmen die Tangentialebene $p q$ und die Normallinie $x n$, welche die Erzeugende der durch x gehenden Fugenfläche des Schraubengewölbes ist.

Sofort konstruirt man mehrere aufeinanderfolgende Lagen dieser Erzeugenden, indem man sie an den Schraubenlinien $x x'$ und $s s$ (Fig. 2) hingleiten lässt. Die Punkte, in welchen diese Linien die Meridianebene $C b$ durchschneiden, bilden in ihrer Vereinigung die Kurve $x e$ (Fig. 2).

Man begrenzt diese Kurve da, wo sie die Horizontale $l k$ durchschneidet, deren Höhe von der grösseren oder geringeren Stärke des Gewölbes abhängt; diese Linie ($l k$) bildet zugleich die Erzeugende der äusseren Leibung des Gewölbes.

Die auf der Seite der Spindel liegende Fugenfläche wird auf gleiche Weise bestimmt. Um Verwirrung zu vermeiden, wurden die nöthigen Konstruktionen auf der rechten Seite der Figur ausgeführt. Es ist daher $z'b'$ die durch den Punkt z' gelegte Tangente des Meridianschnittes $y'x'z'g'$, während $z'd'$ die durch den Punkt z' gelegte Tangente der Schraubenlinie ist. Die Linie $p'q'$ (Fig. 6) ist die horizontale Leitlinie der Tangentialebene, und $z'n'$ die entsprechende Normallinie, welche man an den beiden Schraubenlinien $z'z''$ und hh hingleiten lässt. Werden die Punkte, wo die Normallinien in ihren verschiedenen Lagen die Meridianebene Cb' durchschneiden, mit einander verbunden, so erhält man die Kurve $z'c'$.

Da die durch den Punkt z' gezogene Normallinie während ihrer Bewegung um die Spindel den vertikalen Zylinder, dessen Leitlinie hh (Fig. 3) ist, ständig berührt, so beschreibt der Tangentialpunkt die Schraubenlinie $h'h'h'$ (Fig. 2). So oft ferner die Normallinie in eine Lage kömmt, welche mit der Meridianebene Cb' parallel ist, so bildet ihre vertikale Projektion die Asymptote einer der Kurven $fczf, f'c'z'f'$. Dieselbe Eigenschaft besitzt die Normallinie xn (Fig. 4), welche während ihrer Bewegung um die Spindel den vertikalen Zylinder ii (Fig. 3) berührt; ist sie mit der Meridianebene bCb' parallel, so bilden ihre vertikalen Projektionen die Asymptoten der Kurven xe und $x'e'$.

Fugenflächen des konoidischen Gewölbes. Es sei die Leitlinie des konoidischen Gewölbes eine Kurve von doppelter Krümmung, deren horizontale Projektion der Kreisbogen $c'c'$ (Fig. 3) und deren Entwicklung die halbe Ellipse cc (Fig. 7) ist. Man ziehe (Fig. 7) die vertikale Projektion einer beliebigen Horizontalebene $u'm'$, und ziehe durch den Punkt u eine Tangente um' ; alsdann trage man die Linie $u'm'$, welche als die horizontale Projektion der Tangente

betrachtet werden kann, auf die durch den Punkt u' (Fig. 3) gezogene Tangente $u'm'$, und ziehe die Horizontalen Cu' und Cm' , welche die Leitlinien der geregelten Fläche bilden, von welcher das konoidische Gewölbe nach der Leibungskante Cu' berührt wird.

Da die leitende Ebene der berührenden Fläche auf der Linie Cu' senkrecht steht, so betrachte man dieselbe als eine Projektionsebene, und denke sie sich in Figur 1 niedergelegt. Dadurch wird die Leibungskante Cu' in den Punkt u'' und die Horizontale Cm' nach $C''m''$ projicirt. Konstruirt man nun in der horizontalen Projektionsebene eine bestimmte Anzahl von geraden Linien, welche mit der Linie $u'm'$ parallel sind, so kann eine jede derselben als die horizontale Projektion einer Ebene betrachtet werden, welche auf der Leibungskante senkrecht steht und daher eine Tangente und eine Normallinie dieser Leibungskante enthält. Bestimmt man die Projektionen dieser Tangenten in Figur 1, und errichtet man auf diesen senkrechte Linien, welche sich, wie die Tangenten, im Punkte u'' vereinigen, so bilden diese die Projektionen der entsprechenden Normallinien, aus deren Vereinigung die der Leibungskante Cu' entsprechende Fugenfläche entsteht.

Wenn die Fugenfläche, wie wir so eben gezeigt haben, bestimmt ist, so hat man noch zwei Operationen auszuführen, nämlich:

- 1) den Durchschnitt der normalen Fugenfläche des Konoides mit den geregelten Flächen zu bestimmen, welche die normalen Fugenflächen des Schraubengewölbes bilden; und
- 2) den Durchschnitt mit der äusseren Leibung des Schraubengewölbes zu konstruiren.

Wir wollen nun zunächst sehen, wie die Durchschnittslinie der Fugenfläche des Konoides mit derjenigen Fugen-

fläche des Schraubengewölbes bestimmt werden kann, welche durch die Normallinie xn erzeugt wird. Der Gedanke, welcher sich uns hier zunächst darbietet (darstellende Geometrie), wäre: die beiden geregelten Flächen durch ein System von Ebenen zu schneiden, welche durch die Erzeugenden der einen von beiden Flächen gelegt werden. Bessere Durchschnitte erhält man jedoch auf folgende Weise.

Man projicire die Schraubenlinie, welche durch den Punkt e (Fig. 2) erzeugt wird, nach $e''e''$ (Fig. 1), wobei man ebenso verfährt, wie wir in der vorhergehenden Aufgabe (§ 231) erläutert haben. Alsdann bestimme man den Punkt, in welchem diese Schraubenlinie die geregelte Fugenfläche des konoidischen Gewölbes durchschneidet. Zu dem Zwecke denke man sich die zylindrische Fläche, durch welche die Schraubenlinie $e''e''$ in die Ebene (Fig. 1) projicirt wird, und konstruire die horizontale Projektion des Durchchnittes dieser Zylinderfläche mit der normalen Fugenfläche des Konoides, indem man die Punkte, in welchen die Normallinien $u''1, u''2, u''3$ etc. (Fig. 1) von der Schraubenlinie $e''e''$ durchschnitten werden, auf die entsprechenden Normallinien (Fig. 3) projicirt, und die erhaltenen Punkte mit einander vereinigt. Hieraus ergibt sich als die horizontale Projektion des Durchchnittes die Kurve tk'' (Fig. 3), welche den Kreisbogen ee''' in dem Punkte e''' trifft, der demnach die horizontale Projektion des gesuchten Punktes bestimmt. Ebenso erhält man den Punkt a' , in welchem die Fugenfläche des Konoides von der durch den Punkt a erzeugten Schraubenlinie aa' geschnitten wird; und es bildet daher die kleine Kurve $x'a'e'''$ den Durchschnitt der normalen Fugenfläche des Schraubengewölbes mit derjenigen des Konoides. Auf gleiche Weise wird die Kurve bei x'' (Fig. 3) konstruirt, welche den

Durchschnitt derselben Fugenfläche des Konoides mit der zweiten Fugenfläche des Schraubengewölbes bildet. Bestimmt man endlich auf der horizontalen Linie lk (Fig. 2) eine entsprechende Anzahl von Punkten, und projicirt die von diesen erzeugten Schraubenlinien in die Ebene (Fig. 1), so lässt sich die Kurve $l''e'''$ konstruiren, welche den Durchschnitt der Fugenfläche des Konoides mit der äusseren Leibung des Schraubengewölbes bildet.

Dieselben Operationen führen zur Bestimmung der zweiten Fugenfläche des Konoides und ihrer Durchschnitte mit den Fugenflächen und der äusseren Leibung des Schraubengewölbes.

Die Tangente vr' (Fig. 7), deren Projektion auf die Tangente $v'r'$ (Fig. 3) getragen wurde, bestimmt die zweite Leitlinie Cr' der berührenden Ebene, deren Erzeugende in die Ebene (Fig. 5) projicirt sind. Die auf den Erzeugenden senkrecht errichteten Linien bilden in ihrer Vereinigung die zweite Fugenfläche des konoidischen Gewölbes.

Wenn man die beiden Kurven $l''e'''$ und $l'''e''w$, welche die Durchschnitte der äusseren Leibung des Schraubengewölbes und der beiden Fugenflächen des konoidischen Gewölbes bilden, gegen die Axe der Treppenspindel verlängert und mit einander vergleicht, so wird man einen sehr deutlichen Unterschied zwischen ihnen bemerken.

Während nämlich die erste der beiden Kurven die Axe der Treppenspindel durchschneidet, wird die Spindel von der zweiten Kurve nicht einmal erreicht, indem sich diese zwar Anfangs der Spindel nähert, dann aber wieder von ihr entfernt.

Diess erklärt sich dadurch, dass die erste Fugenfläche auf der äusseren Leibung des Gewölbes nahe zu senkrecht steht, und daher alle Schraubenlinien dieser Fläche, und folglich auch die Achse der Treppenspindel, welche eben-

falls als eine Schraubenlinie der äusseren Leibung angesehen werden kann, durchschneidet. Bei der zweiten Fugenfläche des konoidischen Gewölbes hingegen, wo die erzeugenden Linien in der Nähe der Spindel sich abwärts senken, während die Schraubenlinien in diesem Theile der äusseren Leibung sich erheben, können sich die in der Nähe der Spindel befindlichen Theile beider Flächen nicht mehr durchschneiden, und die Durchschnittslinie nimmt daher die in Figur 3 dargestellte Wendung, ohne die Treppenspindel zu erreichen. Dieser Fall entspricht demjenigen, den wir in § 118 kennen gelernt haben; und man sieht leicht ein, dass, im Falle man sich einer solchen normalen Fugenfläche bedienen wollte, nothwendig einige Modifikationen eintreten müssten, weil dadurch, dass bei der Durchschneidung der Leibung und der Fugenfläche des konoidischen Gewölbes die spitzen Winkel vermieden würden, andere und zwar sehr spitze Winkel bei der Durchschneidung der Fugenflächen mit der äusseren Leibung des Schraubengewölbes entstehen, während zugleich der Stein A jeder Gegenstütze entbehren würde.

In diesem Falle würde man sich wohl am zweckmässigsten dadurch helfen, dass man zur äusseren Leibung eine Normalfläche oder auch eine Ebene konstruirt, welche auf der mittleren Schraubenlinie der äusseren Leibung senkrecht steht. Die Fugenfläche selbst wäre alsdann in der Weise gebrochen, dass der eine Theil auf der Leibung des Konoides und der andere Theil auf der äusseren Leibung des Schraubengewölbes senkrecht steht.

Schliesslich bemerken wir noch, dass in dem Falle, wo eine Fugenfläche durch den höchsten Punkt des Konoides geht, die berührende Fläche eine horizontale Ebene, die normale Fugenfläche hingegen eine vertikale Ebene sei.

SIEBENTER ABSCHNITT.

ERSTES KAPITEL.

VERMISCHTE AUFGABEN.

Marseiller Thüreinvölbung.

Arrière voussure de Marseille.

(Tafel 48.)

233. Obgleich die bei diesem Systeme vorkommenden Flächen in der neueren Architektur nur selten ausgeführt werden, so hat man dennoch zuweilen Gelegenheit, dieselben bei der Wiederherstellung älterer Gebäude anzuwenden; auch bieten sie mehrere ziemlich bedeutende Schwierigkeiten dar, und es kann daher das vorliegende System dem Leser zur Uebung dienen.

Bevor wir näher in die Details der Konstruktion eingehen, ist es nöthig, die zu lösende Aufgabe genau festzustellen. Diese aber ist folgende:

Es sei die horizontale Projektion einer Thüröffnung gegeben (Fig. 4 Taf. 48), von welcher die folgenden Theile auf verschiedene Weise überwölbt werden sollen.

- 1) Das Rechteck $z'az'a'$, welches die eigentliche Thüröffnung bildet, soll mit einem Kreiszyylinder überwölbt werden, dessen Leitlinie der Bogen az (Fig. 3) bildet.

- 2) Das kleine Rechteck $z'u'u'v'$, welches die horizontale Projektion der Thürfalze bildet, soll von dem Zylinder uv bedeckt werden.
- 3) Das Trapez $v's'c'e'$ soll von einer geregelten Fläche bedeckt werden, deren Leitlinie a) die Achse der Thüre, b) der Bogen vs der Thürfalze, und c) der Stirnbogen ce bilden. Endlich soll
- 4) das kleine Dreieck $s'u'c'$ von einer zweiten geregelten Fläche überwölbt werden, welche, wie die vorhergehende, erstens: die Achse der Thüre, und zweitens: den Kreisbogen su der Thürfalze, als dritte Leitlinie hingegen eine Kurve uc hat, welche in der Ebene $u'c'$ liegt.

Würde man die Leitlinien ec und uc willkürlich annehmen, so müssten sich die beiden geregelten Flächen in einer Kurve von doppelter Krümmung durchschneiden, deren unangenehme Wirkung auf das Auge die Regelmässigkeit der Leibungsfläche aufheben würde.

Würde man dagegen die Bedingung einführen, dass sich die Kurven ec und uc in einem Punkte c durchschneiden sollen, so würden sich zwar die geregelten Flächen nicht mehr nach einer Kurve von doppelter Krümmung durchschneiden; dagegen würde die Durchschnittslinie eine Gerade sc werden, und die Schwierigkeit wäre nur eine andere geworden; denn es findet in der Leibung des Thürgewölbes immer noch ein Einschnitt statt, der auf das Auge einen unangenehmen Eindruck macht. Da nun die Mittel, durch welche dieser Uebelstand vermieden werden kann, von den Eigenschaften der Tangentialebenen geregelter Flächen abhängt, so suchten sich die früheren Baumeister, denen die Resultate der darstellenden Geometrie noch unbekannt waren, dadurch zu helfen, dass sie, nachdem die Leibungsfläche geschnitten war, diejenigen

Stellen derselben, wo sich die Vertiefung fand, so lange aushöhlten, bis die scharfe Kante der Vertiefung verschwunden war; andere haben die Schwierigkeit umgangen, indem sie die geregelten Flächen der Thüreinvölbung durch einen schiefen Kegel ersetzten, welcher durch den Stirnbogen ec und den Kreisbogen vu bestimmt wurde. Diesen Fall haben wir aber bereits früher (Taf. 28) erläutert.

Zu den eben erwähnten Schwierigkeiten kommt häufig noch eine andere hinzu, welche darin besteht, dass die Thüreinvölbung nach der Ausführung nicht genug überhöht ist, so dass man an Ort und Stelle denjenigen Theil wegnehmen muss, welcher die Bewegung des Thürflügels oder das Anlehnen desselben an die schiefe Ebene verhindert.

Fassen wir nun die Bedingungen, welchen man bisher zu genügen suchte, zusammen, so stellen sich dieselben als folgende dar:

- 1) Das Gewölbe muss so überhöht werden, dass sich die Thürflügel unter demselben frei bewegen können.
- 2) Die Leibung soll aus zwei geregelten Flächen zusammengesetzt werden.
- 3) Diese Flächen sollen sich so mit einander vereinigen, dass sie eine einzige Fläche zu bilden scheinen.

Diesen Bedingungen kann aber auf folgende Weise entsprochen werden.

Erste Operation.

Wir bemerken zuvörderst, dass der Thürflügel während seiner Bewegung um die vertikale Kante der Thürfalze eine Ringfläche beschreibt, deren Meridianschnitt der Viertelskreis uv ist.

Man konstruirt daher (Fig. 1 u. 2) die horizontalen und die vertikalen Projektionen der von den verschiedenen

Punkten des Thürflügels beschriebenen Kreise, lege durch die Achse der Thüre eine Reihe von Ebenen, und bestimme (Fig. 2) die horizontalen Projektionen der Kurven, in welchen diese die von dem Thürflügel beschriebene Ringfläche durchschneiden.

Zieht man sofort an alle diese Kurven Tangenten, so können dieselben als die Erzeugenden einer geregelten Fläche betrachtet werden, welche die Ringfläche einhüllt und daher die Bewegung des Thürflügels nicht verhindert.

Die Linie 7-7 (Fig. 1) ist, wie man aus Figur 2 ersieht, keine Tangente zu dem entsprechenden Durchschnitt der Ringfläche; indessen ist diess nicht durchaus nöthig, wenn sie nur denjenigen Theil der Kurve nicht schneidet, der sich innerhalb des Winkels $v'u'r'$ befindet.

Die geregelte Fläche, welche man auf diese Weise erhält, genügt nun zwar den oben ausgesprochenen Bedingungen; sie durchschneidet jedoch die Stirnmauer und die schiefe Ebene, an welche sich die Thüre anlehnt, nach zwei solchen Kurven, die, vermöge ihrer Form, in der Architektur nicht wohl angewendet werden können.

Man kann demnach die so eben erhaltene Fläche nur als eine erste Grenze betrachten, welche nicht überschritten werden darf, wenn sich die Thürflügel ungehindert bewegen sollen.

Zweite Operation.

Man lege nun die Kurve ur , nach welcher die schiefe Ebene $u'r'$ von der durch die erste Operation erhaltenen geregelten Fläche durchschnitten wird, durch eine Drehung um die Vertikale un in die Ebene (Fig. 3) nieder, wähle über dem Punkte r'' einen beliebigen Punkt c'' , übertrage denselben nach c und konstruiren den Kreisbogen ce .

Dieser Bogen, die Axe der Thüre und der Kreisbogen vs der Thürfalze bilden nun die drei Leitlinien für die geregelte Fläche, von welcher das Trapez $v's'c'e'$ (Fig. 4) überwölbt werden soll. Um sofort auch die Leitlinien der kleinen geregelten Fläche ($csu, c's'u'$) zu erhalten, ziehe man durch den Mittelpunkt z' die Linie csz' , sodann parallel mit der Tangente tc die Linie sn , und verbinde hierauf den Punkt n mit dem Punkte c'' durch die Linie nc'' . Würde nun diese die Kurve ur'' durchschneiden, so müsste man den Punkt c'' etwas höher annehmen, oder den Radius des Stirnbogens vergrössern, wodurch der Punkt n etwas weiter hinauffallen würde*.

Endlich konstruiere man eine Kurve, welche die Linien un und nc'' in den Punkten u und c'' berührt, und von diesen, so wie von der Kurve ur'' eingeschlossen ist. Es bilden alsdann: die Axe der Thüre, der Kreisbogen der Thürfalze und die Kurve uoc die Leitlinien für die zweite geregelte Fläche, deren Projektionen die kleinen Dreiecke usc und $u's'c'$ sind.

Die Aufgabe ist nun vollständig gelöst; denn die geregelten Flächen, welche wir so eben erhalten haben, müssen die von dem Thürflügel beschriebene Ringfläche offenbar einschliessen, weil die Leitlinien uc und ce höher liegen, als die Kurven ur und rv (Fig. 1).

Auch kann bei dieser Konstruktion unmöglich eine scharfe Kante entstehen, indem sich die geregelten Flächen nach der geraden Linie sc stätig vereinigen müssen.

Diess hat seinen Grund in folgendem Prinzipie der darstellenden Geometrie:

* Die nähere Begründung dieser Konstruktion sehe man weiter unten.

« So oft zwei geregelte Flächen eine gemeinschaftliche Erzeugende besitzen, und man durch irgend drei Punkte dieser Erzeugenden drei gemeinschaftliche Tangentialebenen legen kann, so lässt sich auch in jeder dieser drei Ebenen eine beliebige Tangente ziehen. Werden nun diese drei Tangenten als die Leitlinien einer dritten geregelten Fläche angenommen, so muss dieselbe von den beiden anderen Flächen nach der ihnen gemeinschaftlichen Erzeugenden berührt werden, folglich diese Flächen selbst nach derselben Erzeugenden sich stätig vereinigen. »

Alles dieses findet nun bei den durch obige Konstruktion erhaltenen geregelten Flächen in der That statt; denn da sich ihre gemeinschaftliche Erzeugende sc und die Achse der Thüre in einem Punkte z' durchschneiden, so lässt sich durch diesen eine erste gemeinschaftliche Tangentialebene legen.

Eine zweite gemeinschaftliche Tangentialebene wird durch den Punkt s bestimmt, in welchem sich die Linien sc und die zu dem Kreisbogen der Thürfalze gezogene Tangente hk durchschneiden.

Eine dritte Tangentialebene endlich bestimmt der Punkt c ; denn da die Linien ct und cs eine Tangentialebene zu der ersten geregelten Fläche bestimmen, so muss auch die durch die Parallelen ct und sn gelegte Ebene die erste geregelte Fläche berühren; sie ist aber auch zugleich eine Tangentialebene zur zweiten geregelten Fläche, weil sie die Tangenten cs und cn enthält.

Beide geregelten Flächen werden daher nach ihrer gemeinschaftlichen Erzeugenden cs von einem *einarmigen Hyperboloide* oder von einem *hyperbolischen Paraboloid* berührt, und müssen daher auch sich gegenseitig berühren und in cs vereinigen.

234. Würde man statt des Stirnbogens ce eine gerade horizontale Linie annehmen, so müsste auch die kleine Linie sn horizontal werden; die übrigen Konstruktionen würden hingegen dieselben bleiben. In diesem Falle hat man eine *Montpellier'sche Thüreinvölbung* (*Arrière voussure de Montpellier*).

Konstruktion der Kurve $uo''c''$.

235. Um die Aufmerksamkeit des Lesers nicht von der Hauptsache abzuziehen, habe ich bisher über die Konstruktion der Kurve $uo''c''$, welche eine von den drei Leitlinien der zweiten geregelten Fläche bildet, noch nichts erwähnt; denn es wurde in dieser Beziehung bloß bemerkt, dass die genannte Kurve sowohl von der Kurve ur'' als von der gebrochenen Linie unc'' eingeschlossen werden, und dass sie die vertikale Linie un in dem Punkte u , die Linie nc'' hingegen in dem Punkte c'' berühren müsse.

Diese Bedingungen können nun auf mehrfache Weise erfüllt werden.

Erste Auflösung durch eine Kurve mit zwei Mittelpunkten.

236. Man wähle auf der Verlängerung der Linie $z'u$ (Fig. 3) einen Punkt g , der eine solche Lage besitzt, dass der aus ihm beschriebene Bogen uo'' seiner ganzen Länge nach von der Kurve ur'' und von der gebrochenen Linie unc'' eingeschlossen wird, ohne dass er eine dieser beiden Linien durchschneidet. Man trage nun den Radius uz auf die Linie $c''b$, welche auf der Tangente nc'' senkrecht steht, verbinde die Punkte g und b durch die Gerade gb , und errichte in der Mitte derselben eine Senkrechte, deren Durchschnitt mit der Linie $c''b$ den Mittelpunkt des Bogens

$o''c''$ bildet, welcher den ersten Bogen in o'' und die Linie nc'' in dem Punkte c'' berührt.

Denn, nennen wir den ausserhalb der Tafel liegenden Durchschnittspunkt der Linie $c''b$ und der in d senkrecht stehenden Linie: y , und denkt man sich die Linie $yg o''$ gezogen, wodurch der Punkt o'' bestimmt wird, so ist $yg = yb$, und daher $yb + bc'' = yg + go''$, weil auch $bc'' = go'' = gu$ ist. Der durch den Punkt c'' gezogene Bogen geht daher durch den Punkt o'' ; er muss sich aber auch zugleich in diesem Punkte mit dem ersten Bogen vereinigen, da die in o'' auf dem Radius $o''g$ errichtete Senkrechte auch auf dem Radius $o''y$ des zweiten Bogens senkrecht steht. Die beiden Bögen uo'' und $c''o''$ besitzen demnach in dem Punkte o'' eine gemeinschaftliche Tangente, und müssen sich daher in diesem Punkte berühren.

Zweite Auflösung durch eine Kurve des zweiten Grades.

237. Es seien die Linien un und nc (Fig. 7) gegeben. Man soll eine Kurve konstruiren, welche beide Linien in den Punkten u und c berührt.

Zu diesem Zwecke fälle man aus c auf die Linie up die Senkrechte cp und ziehe die Horizontale nq ; alsdann ziehe man die Linie qv parallel mit cn , und verbinde die Punkte v und p durch die Linie vp . Endlich ziehe man durch n parallel mit vp die Linie no ; dadurch wird der Mittelpunkt o einer Ellipse bestimmt, deren Scheitel in u liegt und welche die Linie nc im Punkte c berührt. Vermittelst der halben Axe uo und der Ordinate cp kann man nun die Kurve leicht konstruiren.

Wäre die Linie $cq = pq$, so würde die Durchschneidung der Linien no und uo erst in unendlicher Entfernung

angenommen werden können, und die Kurve wäre alsdann eine Parabel.

Wäre endlich cq grösser als qp , so würde der Punkt o auf die linke Seite des Punktes u fallen, und die Kurve wäre eine Hyperbel.

Da die Lösung dieser Aufgabe mit unserem Wissen in keinem anderen Werke vorkommt, so fügen wir den Beweis derselben hinzu. Diejenigen Leser, welche mit der Algebra nicht so weit vertraut sind, können denselben ohne allen Nachtheil überschlagen; sie dürfen sich einfach an die angeführten Konstruktionen halten.

Es sei $up = x'$
 $cp = y'$
 $un = m$
 $cq = y' - m = e$

Wird die zu bestimmende Kurve durch ihre Scheitelformel ausgedrückt, so ergibt sich:

$$y^2 + px^2 + qx = 0 \quad (1)$$

worin die konstanten Grössen p und q zu bestimmen sind.

Da sie nun durch den Punkt c gehen soll, dessen Coordinaten x' und y' sind, so hat man:

$$y'^2 + px'^2 + qx' = 0 \quad (2)$$

Es sei ferner:

$$y = \delta x + m \quad (3)$$

die allgemeine Gleichung der geraden Linie nc , so verändert sich diese für den Punkt c in die Gleichung:

$$y' = \delta x' + m \quad (4)$$

Erhebt man die beiden Theile der Gleichungen (3) und (4) in's Quadrat, so ergibt sich:

$$y^2 = \delta^2 x^2 + m^2 + 2\delta mx \quad (5)$$

$$y'^2 = \delta^2 x'^2 + m^2 + 2\delta mx' \quad (6)$$

Substituirt man diese Werthe von y^2 und y'^2 in die Gleichungen (1) und (2), so ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$\delta^2 x^2 + m^2 + 2\delta m x + p x^2 + q x = 0$$

$$\delta^2 x'^2 + m^2 + 2\delta m x' + p x'^2 + q x' = 0$$

Zieht man die untere Gleichung von der oberen ab, so ist:

$$\delta^2 (x^2 - x'^2) + 2\delta m (x - x') + p (x^2 - x'^2) + q (x - x') = 0$$

oder:

$$\delta^2 (x + x') (x - x') + 2\delta m (x - x') + p (x + x') (x - x') + q (x - x') = 0$$

und wenn man reduzirt:

$$\delta^2 (x + x') + 2\delta m + p (x + x') + q = 0$$

eine Gleichung, in welcher x und x' die Abszissen der Durchschnittspunkte der gesuchten Kurve und der geraden Linie nc sind.

Nimmt man nun $x = x'$, so wird hiedurch die Bedingung ausgedrückt, dass beide Durchschnittspunkte in einem Punkte zusammenfallen, oder dass die Kurve eine Tangente der geraden Linie nc sein solle. Unter dieser Bedingung verwandelt sich obige Gleichung in folgende:

$$2\delta^2 x' + 2\delta m + 2p x' + q = 0$$

woraus sich ergibt:

$$q = -2(\delta^2 x' + \delta m + p x') \quad (7)$$

Substituirt man diesen Werth in die Gleichung (2), so ergibt sich:

$$y'^2 + p x'^2 - 2(\delta^2 x' + \delta m + p x') x' = 0$$

oder wenn man die angezeigten Operationen ausführt:

$$y'^2 + p x'^2 - 2\delta^2 x'^2 - 2\delta m x' - 2p x'^2 = 0$$

Setzt man endlich in dieser Gleichung für y'^2 den durch Gleichung (6) bestimmten Werth, so ergibt sich:

$$\delta^2 x'^2 + m^2 + 2\delta m x' + p x'^2 - 2\delta^2 x'^2 - 2\delta m x' - 2p x'^2 = 0$$

oder wenn man reduzirt:

$$-\delta^2 x'^2 + m^2 - p x'^2 = 0.$$

Hieraus erhält man:

$$p = \frac{m^2 - \delta^2 x'^2}{x'^2} \text{ oder}$$

$$\text{da nach Gleichung (4) } \delta = \frac{y' - m}{x'} = \frac{e}{x'} \text{ also } \delta^2 = \frac{e^2}{x'^2}$$

und daher $\delta^2 x'^2 = e^2$

$$p = \frac{m^2 - e^2}{x'^2}.$$

Substituirt man die Werthe von δ , δ^2 und p in die Gleichung (7), so ergibt sich:

$$q = -2 \left(\frac{e^2}{x'} + \frac{em}{x'} + \frac{m^2 - e^2}{x'} \right) = -\frac{2m(m + e)}{x'}, \text{ oder}$$

da $m + e = y'$ ist,

$$q = -\frac{2my'}{x'}.$$

Werden endlich die Werthe von p und q in die Gleichung (1) substituirt, so ergibt sich für die Gleichung der gesuchten Kurve:

$$y^2 + \frac{m^2 - e^2}{x'^2} \cdot x^2 - \frac{2my'}{x'} \cdot x = 0.$$

Wenn nun $m > e$ } so bildet die Kurve eine Ellipse.
oder $un > cq$ }

$m = e$ } so bildet die Kurve eine Parabel.
oder $un = cq$ }

$m < e$ } so bildet die Kurve eine Hyperbel.
oder $un < cq$ }

Ist endlich $m^2 - e^2 = x'^2$, so bildet die Kurve einen Kreis.

Setzt man $y = 0$, so verwandelt sich die Gleichung der Kurve in

$$\frac{m^2 - e^2}{x'^2} x^2 - \frac{2my'}{x'} \cdot x = 0.$$

Für die Endpunkte der Axe hat man nun:

1) $x = 0$ und

$$2) x = 2a = \frac{2my'x'}{(m^2 - e^2)} = \frac{2my'x'}{(m + e)(m - e)} = \frac{2my'x'}{y'(m - e)} = \frac{2mx'}{m - e}$$

folglich $a = \frac{mx'}{m - e}$, woraus sich die obige Konstruktion ergibt.

Wenn $m = e$, so wird a unendlich, und die Kurve, wie schon oben bemerkt, eine Parabel. Wird $m < e$, so wird a negativ und die Kurve eine Hyperbel.

Schiefer Durchgang.

Biais passé.

238. Schon früher (§ 124) haben wir uns mit dieser Aufgabe beschäftigt.

Es soll ein von den senkrechten Pfeilern A und B (Fig. 9) begrenzter schiefer Durchgang so überwölbt werden, dass der Seitendruck der Gewölbsteine mit der Richtung der Mauer parallel ist. Zu diesem Zwecke müssen die Fugenflächen durch die mittlere Linie mn gelegt werden, welche auf der Richtung der Mauer senkrecht steht. Der Unterschied zwischen der folgenden und der in § 124 gegebenen Auflösung besteht jedoch darin, dass man sich im vorliegenden Falle zur Ueberwölbung einer geregelten Fläche bedient, welche dadurch erzeugt wird, dass eine gerade Linie erstens an der Linie mn , und zweitens an den beiden mit der vertikalen Projektionsebene parallelen Kreisen aoc und zux hingleitet. Bei einem solchen Gewölbe sind die Leibungskanten gerade Linien, und nicht,

wie bei der früheren Lösung, elliptische Bögen. Durch diesen kleinen Vortheil wird jedoch die sonstige Unregelmässigkeit des Gewölbes keineswegs kompensirt, indem sich in der Mitte desselben ein Buckel befindet, der einen äusserst widrigen Eindruck macht.

In Figur 10 sind die Fugenflächen dieses Gewölbes niedergelegt und in Figur 11 ein Gewölbstein dargestellt. Der Steinschnitt selbst bietet keine besonderen Schwierigkeiten dar.

Thüreinvölbungen anderer Art.

Arrière-coussure de Saint-Antoine.

(Tafel 49.)

239. Wir haben uns bei den bisherigen Gewölben immer nur solcher Flächen bedient, deren Erzeugenden unveränderlich ihre Form beibehielten, indem sie nach festgesetzten Bedingungen an gegebenen Linien hingleiteten. In gewissen Fällen wendet man jedoch auch solche Flächen an, deren Erzeugenden in jeder ihrer Lagen eine andere Form besitzen, indem sie dieselbe während ihrer Bewegung nach einem bestimmten Gesetze stätig verändern.

Hierher gehören folgende Beispiele:

Erstes Beispiel.

240. Es sei Figur 1 Tafel 49 die horizontale Projektion einer Thüre gegeben, und die zu überwölbenden Räume derselben seien dreierlei Art, nämlich:

- 1) Der rechtwinkelige Raum $a'a'c'c'$, welcher mit einem flachen Sturze bedeckt werden soll.
- 2) Das kleine Rechteck $v'v'u'u'$, welches den Falz der Thüre darstellt, und

3) Das Trapez $v'z'u'x'$, welches von einer krummen Fläche bedeckt werden soll, die den in der vertikalen Mauerfläche befindlichen Halbkreis zox mit der geraden, horizontalen Linie vu vereinigt.

Um die letzterwähnte Fläche zu erzeugen, denke man, die Kurve zox bewege sich parallel mit den Mauerflächen, und verändere während dieser Bewegung stätig ihre Form auf eine solche Weise, dass der horizontale Durchmesser derselben immer von den beiden schiefen Seiten des Trapezes $v'z'u'x'$ begrenzt wird, während ihre vertikale Axe den entsprechenden Ordinaten der Ellipse $s''o''$ (Fig. 3) gleich wird.

Wenn sich daher die erzeugende Kurve bis zur vertikalen Ebene pq fortbewegt hat, so wird sie die Gestalt der Ellipse 2-2 (Fig. 2) besitzen, deren horizontaler Durchmesser aus Figur 1 und deren vertikale Axe aus Figur 3 sich ergibt. Ist endlich die Erzeugende in der vertikalen Ebene $v'u'$ angekommen, so muss dieselbe mit der geraden Linie vu zusammenfallen, indem ihre vertikale Axe nur noch ein Punkt und ihre horizontale Axe $= vu$ ist.

Zu den Fugenflächen eines solchen Gewölbes werden Zylinderflächen gewählt, deren Leitlinien (Fig. 2) entweder Kurven mit zwei Mittelpunkten oder auch Kurven des zweiten Grades sind; sie müssen, wie Figur 2 zeigt, auf dem Halbkreise zox und auf der geraden Linie vu zugleich senkrecht stehen.

Steinschnitt. Man richte einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion A des Steines ist, trage auf den zylindrischen Fugenflächen die in Figur 4 entwickelten Lehren derselben auf, und schneide sofort die Leibung des Gewölbes mittelst einer entsprechenden Anzahl von Bogenlehren, welche nach dem Umfange

der Ellipsen 1-1, 2-2, 3-3 etc. (Fig. 3) geschnitten sind, wobei man Acht geben muss, dass die Endpunkte derselben genau mit den auf den Grenzlinien der Fugenlehren (Fig. 4) bezeichneten Merkpunkten zusammenfallen.

Zweites Beispiel.

241. Um die Schwierigkeiten zu vermeiden, welche die Thüreinvölbung mit geregelter Fläche darbietet, wenden die Steinhauer öfters eine Erzeugungsmethode an, welche mit derjenigen des vorhergehenden Beispiels übereinstimmt.

Es sei (Fig. 8) der Durchschnitt der beiden Thürpfeiler mit der Kämpferebene gegeben. Man beschreibe mit einem Halbmesser, welcher zum Wenigsten gleich der Breite eines Thürflügels ist, den Kreisbogen ac'' (Fig. 7), übertrage denselben in die schiefe Seitenwand der Thüre, und konstruiere sofort seine vertikale Projektion ac (Fig. 7), welche eine Viertelsellipse bildet. Man beschreibe alsdann mit beliebigem Radius den Stirnbogen ce , und setze als Bedingung, dass der vertikale Durchschnitt der Thürwölbung, welcher durch die Axe der Thüre geht, eine Kurve oder eine gerade Linie $ou, o'u'$ sei, die (Fig. 8) in die horizontale Projektionsebene nach $o'u''$ niedergelegt ist.

Um nun die Leibung des Thürgewölbes selbst zu erzeugen, denke man sich eine Reihe von Ebenen 1-1, 2-2 etc., welche mit der vertikalen Projektionsebene parallel sind und die Linien ac, ou und ve in je drei Punkten durchschneiden, welche zusammen einen Kreisbogen bestimmen. Die Vereinigung aller dieser stätig aufeinanderfolgenden Kreisbögen bildet alsdann die Leibung des Gewölbes.

Da die Ebenen der Fugenflächen durch die Axe der Thüre gehen, so bilden die vertikalen Projektionen der

Fugen gerade Linien, welche sich in dem Mittelpunkte des Kreises vereinigen. Ihre horizontalen Projektionen dagegen bilden Kurven, deren Konstruktion keine Schwierigkeiten darbietet.

Der Steinschnitt wird ebenso, wie bei dem in § 157 behandelten Beispiele ausgeführt.

ZWEITES KAPITEL.

Von den Kurven mit kleinsten und grössten Krümmungshalbmessern.

Lignes de courbure.

242. Wenn man durch irgend einen Punkt einer krummen Fläche eine Normalebene legt und dieselbe um die durch denselben Punkt gezogene Normallinie dreht, so entsteht eine Reihe von stätig in einander übergehenden Durchschnitten, deren Krümmungen mit jeder neuen Lage der Normalebene sich verändern; und es kann durch die Hülfsmittel der höheren Analyse bewiesen werden, dass diejenige der Durchschnittskurven, welche an der Stelle des Punktes den kleinsten Krümmungshalbmesser besitzt, auf derjenigen mit dem grössten Krümmungshalbmesser senkrecht steht.

Nimmt man daher an, es bewege sich der gegebene Punkt auf der krummen Oberfläche durch eine solche Kurve, welche die Richtungen der Normalschnitte mit kleinsten Krümmungshalbmessern enthält, so muss die vom Punkte beschriebene Linie alle Kurven mit grössten Krümmungshalbmessern offenbar unter rechten Winkeln

durchschneiden. Die Vereinigung aller Linien mit kleinsten und aller Linien mit grössten Krümmungshalbmessern bildet daher auf der krummen Fläche ein Netz von krummlinigten Vierecken, deren Seiten rechte Winkel einschliessen, und daher am geeignetsten sind, die Leibungskanten eines Gewölbes zu bilden.

Betrachtet man diese Kurven als die Leitlinien der Normalflächen, welche die Fugenflächen des Gewölbes bilden, so würden diese dadurch entwickelbar.

Obgleich bis jetzt keine einfache und allgemeine graphische Methode bekannt ist, um die Kurven mit grössten und kleinsten Krümmungshalbmessern auf einer beliebigen krummen Fläche zu verzeichnen, so ist die Aufgabe dennoch für alle jene Flächen gelöst, welche als Leibungsflächen von Gewölben angewandt werden.

So z. B. sind bei den zylindrischen Flächen alle Erzeugenden die Kurven mit grössten und alle darauf senkrecht stehenden Durchschnitte die Kurven mit kleinsten Krümmungshalbmessern.

Bei den Kegelflächen bilden gleichfalls alle Erzeugenden die Kurven mit grössten Krümmungshalbmessern, während diejenigen Linien, deren Punkte von der Spitze des Kegels gleichweit entfernt sind, die Kurven mit kleinsten Krümmungshalbmessern bilden.

Bei den Kreiskegeln sind die Kurven mit kleinsten Krümmungshalbmessern zu der Grundfläche parallel.

Bei den Umwälzungsflächen, und folglich auch bei der Kugelfläche, bilden die Meridianschnitte Kurven mit grössten Krümmungshalbmessern, und die Parallelkreise Kurven mit kleinsten Krümmungshalbmessern.

Es bleiben daher in dieser Beziehung nur noch einige wenige, seltener angewandte Flächen übrig, bei welchen

man das zweckmässigste System der Zurüstung ohne Schwierigkeit durch eine einfache Betrachtung finden wird. Zur besseren Erläuterung der oben aufgestellten Sätze, und um auch diesen Theil der Konstruktionslehre möglichst zu vervollständigen, theile ich hier noch die schönen Resultate mit, welche *Monge* auf analytischem Wege bei der Untersuchung der Krümmungskurven mit drei Axen erhielt.

(Der Beweis findet sich im zweiten Hefte des *Journal de l'École Polytechnique*, sowie in: *Traité d'Analyse de Monge*.)

Elliptisches Gewölbe mit drei Axen.

Voûte elliptique à trois axes.

(Tafel 50.)

243. Es sei (Fig. 1 Taf. 50) der Durchschnitt eines Gewölbes durch die Kämpferebene gegeben. Man soll den eingeschlossenen Raum mit einem Ellipsoide bedecken, dessen grosse Axe die auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht stehende Linie *AA*, dessen mittlere Axe die Linie *BB* und dessen halbe kleine Axe die Vertikale *sC* (Fig. 2) ist.

Der horizontale Durchschnitt (Fig. 1) enthält die grosse und die mittlere Axe; der vertikale Durchschnitt (Fig. 2) enthält die mittlere und die kleine Axe; und der vertikale Durchschnitt (Fig. 3) enthält die grosse und die kleine Axe.

Die Projektionen der Krümmungskurven in den Figuren 1 und 2 sind Ellipsen und Hyperbeln, und man wird leicht bemerken, dass diejenigen Linien, welche sich in Figur 1 als Ellipsen darstellen, in Figur 2 als Hyperbeln erscheinen, und umgekehrt. In Figur 3 erscheinen alle Kurven als Ellipsen.

Aus der Betrachtung der Figuren 1-3 ergibt sich ferner, dass sich die Krümmungskurven den Punkten o, o immer mehr nähern, ohne jedoch dieselben zu erreichen. Diese Punkte nennt *Monge* die Nabelpunkte (*ombilics*).

Wenn die kleine Axe grösser wird, so nähern sich die Nabelpunkte den Endpunkten der grossen Axe, und fallen mit diesen zusammen, so wie die kleine Axe so gross ist, als die mittlere Axe. In diesem Falle verwandelt sich das Ellipsoid in eine Umwälzungsfläche, die Ellipsen in Figur 1 gehen durch die Punkte A, A , und die hyperbolischen Bögen verwandeln sich in gerade Linien, welche die Projektionen der Parallelkreise sind.

Konstruktion der Krümmungskurven.

244. Wenn x der Brennpunkt des Horizontaldurchschnittes (Fig. 1), y derjenige des Durchschnittes (Fig. 2) und z der Brennpunkt des Durchschnittes (Fig. 3) ist, so ist leicht einzusehen, dass sich in der Ebene, welche die grosse und die mittlere Axe enthält, alle Brennpunkte befinden müssen, und zwar die Brennpunkte x, x und z, z in der grossen und y, y in der mittleren Axe.

Um den Nabelpunkt o zu bestimmen, trage man die Brennpunkte x und z durch Drehung um den Punkt s auf die mittlere Axe, verbinde z mit A durch die Linie zA , und ziehe damit durch x die parallele Linie xo ; diese durchschneidet die Axe AA in dem Nabelpunkte o .

Trägt man sofort den Brennpunkt y auf die grosse Axe sA , zieht die Linie yB und parallel damit die Linie xp , so ergibt sich der Punkt p . Die Linien so und sp bilden nun die Axen einer Ellipse odp und einer Hyperbel omh , vermittelst deren die Projektionen aller Krümmungskurven in

Figur 1 leicht konstruirt werden können; denn die Koordinaten der zur Ellipse odp gehörigen Punkte bilden die Axen für die Hyperbeln, und die Koordinaten der Punkte der Hyperbel omh bilden die Axen für die Ellipsen der Projektion (Fig. 1).

Die Linie sb ist eine der beiden Asymptoten der Hyperbel. Aehnliche Beziehungen finden auch bei den zwei anderen Projektionen statt. So trägt man, um die Projektionen der Krümmungskurven in Figur 2 zu erhalten, den Brennpunkt z auf die Axe sB , zieht die Verbindungslinie zC , und parallel mit ihr die Linie yo , woraus sich der Nabelpunkt o ergibt; alsdann trage man die Punkte x und y auch auf sC , verbinde den Punkt x mit B , und ziehe mit xB die parallele Linie yg , wodurch man den Punkt g erhält. Die Linien so und sg bilden nun die Axen einer Ellipse oig und einer Hyperbel onk , vermittelt welcher die Projektionen der Krümmungskurven auf gleiche Weise sich ergeben, wie oben; denn die Koordinaten der auf der Ellipse befindlichen Punkte bilden die Axen aller Hyperbeln, und die Koordinaten der auf der Hyperbel befindlichen Punkte bilden die Axen aller Ellipsen in Figur 2.

Wenn man endlich in Figur 3 den Brennpunkt y auf die Axe sA trägt, alsdann die Verbindungslinie yC und parallel mit dieser die Linie zq zieht, so ergibt sich der Punkt q . Die Punkte x und z werden nun auf die Linie sC getragen, der Punkt x mit A verbunden, und parallel mit xA die Linie zv gezogen, wodurch der Punkt v bestimmt wird. Die Linien sv und sq bilden nun die beiden Axen einer Ellipse vuq , vermittelt welcher sich alle Projektionen der Krümmungskurven in Figur 3 konstruiren lassen; denn die Koordinaten der auf der Ellipse vuq befindlichen Kurve bilden zugleich die Axen aller übrigen Ellipsen.

Es sei nun die Bedingung aufgestellt, dass die Grenzlinien der Durchschnitte Figur 1 und 2 von den Leibungskanten in gleiche Theile getheilt werden sollen, und es mögen zum besseren Verständnisse die Durchschnittspunkte der Leibungskanten und des Durchschnittes (Fig. 1) durch ungerade Zahlen, hingegen die Durchschnittspunkte in Figur 2 durch gerade Zahlen bezeichnet werden.

Ist der Entwurf auf eine solche Weise vorbereitet, so geht man zur Konstruktion der Projektionen der Krümmungskurven über.

So ergibt sich, wenn man aus dem Punkte 4 (Fig. 2) eine Senkrechte auf die Grundlinie zieht und dieselbe bis zur Hyperbel omh (Fig. 1) verlängert, der Punkt m , dessen Koordinaten $m4$ und $s4$ die Axen der Ellipse 4-4 (Fig. 1) bilden. Alle übrigen Ellipsen dieser Projektion ergeben sich auf gleiche Weise.

Wenn man ebenso aus dem Punkte 3 (Fig. 1) eine Senkrechte auf die Grundlinie fällt, und diese bis zur Hyperbel ok (Fig. 2) verlängert, so ergibt sich der Durchschnittspunkt n , und die Koordinaten $3-n$ und $s-3$ bilden die Axen einer der Ellipsen in Figur 2. Die übrigen Ellipsen dieser Figur erhält man auf gleiche Weise.

Um die Hyperbeln zu konstruiren, welche sich in den Figuren 1 und 2 vorfinden, erinnere man sich, dass die Hyperbeln in Figur 1 die Projektionen der Ellipsen in Figur 2, und umgekehrt die Hyperbeln in Figur 2 die Projektionen der Ellipsen in Figur 1 sind; so wie, dass alle diese Kurven in Figur 3 als Ellipsen sich darstellen. Zieht man daher eine Senkrechte $3-u$ (Fig. 3), so bestimmt dieselbe auf der Ellipse vuq einen Punkt u , dessen Koordinaten $u-3$, $u-3$ die Axen einer der Ellipsen in Figur 3 bilden. Durch den Punkt a , in welchem die Ellipse $3a3$ die

Ellipse ACA durchschneidet, ziehe man nun die Linie ada ; diese schneidet die Ellipse odp (Fig. 1) in dem Punkte d , und bestimmt so die Koordinaten ad und sa , welche die Axen der durch den Punkt 3 gehenden Hyperbel sind.

Um die richtige Lage des Punktes a (Fig. 3) zu prüfen, trage man auf die Ordinate desselben die vertikale Axe der Ellipse $3a$ (Fig. 2); beide Linien müssen gleich gross sein.

Um endlich die dem Punkte 2 (Fig. 2) entsprechende Hyperbel zu bestimmen, übertrage man den Punkt 2 auf die Linie sC (Fig. 3), und ziehe die Linie $2r$, welche die Ellipse qv in dem Punkte r durchschneidet, dessen Koordinaten die Axen der Ellipse $2e2$ bestimmen. Diese Kurve schneidet die Ellipse ACA in einem Punkte e , dessen Höhe, in Figur 2 übertragen, auf der Ellipse oig einen Punkt i bestimmt. Die Koordinaten ie und se dieses Punktes bilden endlich die Axen der durch den Punkt 2 gehenden Hyperbel. Auf gleiche Weise erhält man alle übrigen Hyperbeln dieser Projektion.

Den Punkt e (Fig. 3) kann man auch noch auf die Weise erhalten, dass man durch den Scheitel e der Ellipse $2e$ (Fig. 1) die Linie ee zieht. Diese Methode ist für die in der Nähe des Nabelpunktes befindlichen Punkte der vorhergehenden Methode noch vorzuziehen.

Wenn man daher die Scheitelpunkte der Ellipsen in Figur 2 auf die Kurve ACA (Fig. 3) trägt, so ergeben sich hieraus die Scheitelpunkte der Hyperbeln in Figur 1, und umgekehrt erhält man die Scheitelpunkte der Hyperbeln in Figur 2, wenn man die Scheitelpunkte der Ellipsen in Figur 1 auf die Kurve ACA überträgt.

Fassen wir nun das Bisherige zusammen, so ergibt sich folgende Succession der auszuführenden Operationen:

- 1) Konstruktion der Ellipsen in Figur 1.

- 2) Konstruktion der Ellipsen in Figur 2.
- 3) Konstruktion der Ellipsen in Figur 3, wobei man, wie erwähnt, die Durchschnittspunkte dieser Kurven mit der Ellipse ACA auf ihre Richtigkeit prüft.
- 4) Konstruktion der Hyperbeln in Figur 1. Endlich
- 5) Konstruktion der Hyperbeln in Figur 2.

Man wird leicht bemerken, dass alle Ellipsen der 3ten Figur von einem Rhombus eingeschlossen werden können, dessen Seite die Sehne des elliptischen Quadranten qv ist.

Wollte man dieses Gewölbe ausführen, so müssten in der Nähe der Nabelpunkte einige Fugen weggelassen und mehrere Steine in einen vereinigt werden. Ohne diese Maassregel würden die Steine in der Nähe jener Punkte eine zu geringe Stärke erhalten, — ein Nachtheil, welcher an dieser Stelle des Gewölbes um so grösser wäre, weil die Fugen der Steine eine sehr starke Krümmung besitzen.

Die übrige Arbeit bei der Ausführung dieses Systemes ist noch sehr bedeutend. Der Leser kann daher diese Aufgabe als einen Gegenstand der Uebung betrachten.

Konstruktion normaler Fugenflächen.

245. Wenn man zu den beiden Kurven, welche sich in einem beliebigen Punkte des Gewölbes durchschneiden, Tangenten zieht, so ergibt sich zunächst die durch den Punkt gelegte Tangentialebene, und hieraus die demselben entsprechende Normallinie.

Wiederholt man dieselbe Operation für einen jeden einzelnen Punkt, so erhält man aus der Vereinigung der gefundenen Normallinien die normalen Fugenflächen.

Sofort werden die Durchschnitte dieser Flächen mit der äusseren Leibung des Gewölbes bestimmt und ihre Entwicklungen konstruirt.

Steinschnitt. Man richte einen senkrechten prismatischen Block zu, dessen Grundfläche gleich der horizontalen Projektion und dessen Höhe gleich der grössten Höhe des Steines ist. Alsdann bestimme man die Kurven, nach welchen die Grundflächen des Blockes von den verlängerten Fugenflächen durchschnitten werden, und bediene sich dieser Kurven als Leitlinien zur Darstellung der Fugenflächen. Es werden nun auf diesen letzteren die Entwicklungen derselben aufgetragen, und so die äusseren und die inneren Leibungskanten bestimmt. Die Leibungsflächen selbst werden mittelst elliptischer Bogenlehren dargestellt, welche Durchschnitten entsprechen, die mit den Projektionsebenen parallel sind.

In der Praxis kann man ohne Nachtheil die in den §§ 190 und 196 angeführten Methoden anwenden, besonders wenn die Ungleichheit der Axen nicht gross ist.

256. Es kann sich zuweilen treffen, dass besondere Bedingungen die Anwendung der *Krümmungshurven* nicht zulassen. Ein merkwürdiges Beispiel dieser Art von Schwierigkeiten wollen wir nun in dem Folgenden kennen lernen.

Schiefe Brücken. (Ponts biaux.)

(Tafel 51.)

247. Bei der Konstruktion von Eisenbahnen ist man, um die festgesetzte Neigung und Krümmung derselben einzuhalten, häufig in die Nothwendigkeit versetzt, bereits bestehende Wege oder Kanäle, deren ursprüngliche Richtung nicht mehr verändert werden kann, zu durchkreuzen.

Dieser Umstand gibt den in § 124 und 238 behandelten Aufgaben, die wir bisher nur als Uebungsaufgaben betrachtet haben, eine besondere Wichtigkeit.

Bei dem in § 124 behandelten Systeme ist die Leibung des Gewölbes eine Zylinderfläche und die Leibungskanten sind elliptische Bögen. Bei dem in § 238 behandelten Systeme hingegen ist die Leibung des Gewölbes eine ge- regelte Fläche und die Leibungskanten sind gerade Linien.

Die Beschaffenheit der Leibung und der Leibungskanten hat jedoch im vorliegenden Falle nur eine unter- geordnete Wichtigkeit; denn die Hauptsache besteht darin, dass man die Richtung der Kräfte, deren Wirkungen das Gewölbe ausgesetzt ist, in eine Ebene zu bringen sucht, welche mit den Stirnflächen des Gewölbes parallel ist.

Nun ist aber klar, dass, wenn man sich der Zurüstung eines senkrechten Zylindergewölbes bedienen würde, die Ebene, in welcher die Kräfte auf die Fugenflächen wirken, auf der Richtung des Zylindergewölbes senkrecht stehen müsste, und daher die ganze Belastung auf die spitzen Winkel (Fig. 4 Taf. 51) fallen würde. Diesem Uebelstande ist zwar in den erwähnten Beispielen begegnet; jedoch hatten wir zugleich zwei Hauptbedingungen entsagen müs- sen, wornach:

- 1) Die Leibungskanten des Gewölbes mit den Kanten der Stirnflächen keine spitzen Winkel bilden, und
- 2) die Fugenflächen auf der Leibung des Gewölbes senkrecht stehen sollen.

Untersuchen wir nun, ob es möglich ist, einen Theil dieser Uebelstände zu vermeiden, ohne die Bedingung auf- zugeben, dass die Kräfte in einer Ebene wirken, welche mit der Stirnfläche parallel ist.

Konstruktion der Leibungskanten.

248. Wir haben in § 242 gesehen, dass die zweck- mässigsten Fugen bei der Zurüstung eines Gewölbes die

Linien der grössten und der kleinsten Krümmung seien. Hieraus würden sich nun für die Leibungskanten der Zylinderfläche 1) die Erzeugenden und 2) die darauf senkrecht stehenden Durchschnitte ergeben. Mehrere Gründe sprechen jedoch gegen diese Annahme; denn in diesem Falle wären die normalen Fugenflächen mit der Richtung der Zylinderfläche parallel, und die Richtungen der Kräfte, welchen das Gewölbe ausgesetzt ist, würden in einer Ebene $p q$ liegen, die auf der Richtung der Zylinderfläche senkrecht steht. Diess soll aber gerade vermieden werden.

Wenn nun aber die erzeugenden Linien der Zylinderfläche als Leibungskanten verworfen werden müssen, so können auch nicht die darauf senkrecht stehenden Durchschnitte angewendet werden.

Aus diesen und anderen, weiter unten anzuführenden Gründen wenden wir zu den Leibungskanten solche Durchschnitte an, welche durch Ebenen gebildet werden, die mit den Stirnflächen parallel sind.

Nachdem man sich für dieses Liniensystem entschieden hat, theile man den Stirnbogen in so viele gleiche Theile, als die Anzahl der Gewölbsteine beträgt, und denke sich diese Theilungspunkte in der Zylinderfläche auf eine solche Weise fortbewegt, dass ein jeder derselben alle parallelen Durchschnitte in senkrechter Richtung durchschneidet; dadurch ergibt sich nun ein zweites Liniensystem, welches, nebst dem ersteren, die wichtigsten Bedingungen erfüllt, indem durch sie die ganze Leibung des Gewölbes in rechtwinkelige Vierecke eingetheilt wird.

249. Die Konstruktion dieses zweiten Liniensystemes ist sehr einfach und ergibt sich aus folgendem Prinzip der darstellenden Geometrie: *Die Projektion eines rechten Winkels, von dessen Schenkeln einer mit der Projektionsebene parallel ist, ist gleichfalls ein rechter Winkel.*

Die Projektionen aller Kurven des zweiten Systemes, welche man gewöhnlich *Querkurven* (*trajectoires*) nennt, z. B. ba (Fig. 2), müssen daher auf allen Kurven des ersten Systemes senkrecht stehen, und in den Durchschnittspunkten mit den Tangenten (mn) der parallelen Durchschnitte (uv) rechte Winkel bilden.

Die auszuführenden Konstruktionen sind daher folgende:

250. Es sei Figur 1 Tafel 51 ein horizontaler Zylinder, der zur vertikalen Projektionsebene eine beliebige Neigung besitze; die mit den Stirnflächen parallelen Durchschnitte seien Kreislinien, deren Mittelpunkte in 0, 1, 2, 3 etc. liegen. Um nun die Kurve zu konstruiren, welche durch den Punkt a geht und alle diese Kreise unter rechten Winkeln durchschneidet, ziehe man durch a den Halbmesser oca , durch c den Halbmesser $1ec$, durch e den Halbmesser $2ue$, durch u den Halbmesser $3-u$, etc. Die Theile ac , ee , eu etc. dieser Halbmesser bilden nun vereinigt die gesuchte Kurve $aceu$, da ein jeder auf dem ihm entsprechenden Kreise senkrecht steht.

251. Die eben gezeigte Konstruktion besitzt jedoch keine vollkommene Genauigkeit; denn obgleich man sowohl bei graphischen als bei analytischen Lösungen für die Näherungswerthe eine gewisse Grenze festsetzen kann, über welche hinaus die begangenen Fehler als zu unbedeutend vernachlässigt werden dürfen, so muss man doch so viel wie möglich zu vermeiden suchen, dass die Fehler sich summiren. Dieser Uebelstand findet aber gerade bei der vorhergehenden Auflösung statt; denn die Linie ac schneidet wohl den ersten Halbkreis unter rechten Winkeln, nicht aber den zweiten, und der Punkt c liegt daher etwas zu tief; ebenso liegt auch der Punkt e zu tief; und es vereinigt sich daher mit dem zuerst begangenen Fehler noch

ein zweiter, und mit diesem wieder ein dritter Fehler bei dem Punkte u .

252. Man kann nun die erwähnten Fehler auf mehrfache Weise verkleinern; denn zieht man die Halbmesser $ac'1$, $c'e'2$, $e'u'3$ etc., so ergibt sich eine zweite Reihe von Punkten c' , e und u' , welche alle etwas zu hoch liegen; und es wird nun diejenige Kurve, welche die Bögen cc' , ee' , uu' etc. halbirt, der richtigen Kurve näher liegen, als die Linien $aceux$ und $ac'e'u'x'$.

253. Es ist ferner klar, dass die gesuchte Kurve die Grenze bildet, mit welcher die beiden Vielecke ax und ax' zusammenfallen müssen, wenn ihre Seitenzahl unendlich gross wird; und die gesuchte Kurve muss daher um so genauer werden, je grösser die Anzahl der Kreise ist.

254. Eine sehr nahe richtige Kurve ergibt sich auch noch dadurch, dass man in gleicher Entfernung von den Punkten 0, 1, 2, 3, 4 etc. die Punkte 6, 7, 8 etc. annimmt, und sofort die Linien $a''c''6$, $c''e''7$, $e''u''8$ zieht. Die Theile $a''c''$, $c''e''$, $e''u''$ etc. stehen nämlich sehr nahe auf den aufeinander folgenden Kreisen senkrecht.

255. Wollte man eine noch grössere Genauigkeit erreichen, als auf dem Wege einer mit Sorgfalt ausgeführten Konstruktion möglich ist, so müsste man die Lage der Punkte durch Rechnung bestimmen. Für diesen Fall verweise ich den Leser auf den 17ten Band der Annalen für Brücken- und Chausseebau, worin Herr *Lefort*, einer der Ingenieure bei der Eisenbahn nach Versailles, die Gleichung dieser Kurve mitgetheilt hat.

256. Die Anwendung des vorhergehenden Prinzipes wird dadurch sehr vereinfacht, dass alle diese Kurven einander vollkommen gleich sind, so dass, wenn eine von ihnen bekannt ist, alle übrigen dadurch aus ihr abgeleitet

werden können, dass man dieselbe in der Zylinderfläche vor- oder rückwärts schiebt.

So z. B. ergibt sich aus der Kurve ax (Fig. 5) die Kurve $a'x'$, indem man einen jeden Punkt der ersteren um eine Linie aa' parallel mit der Grundlinie vorwärts trägt.

257. Anstatt die Kurve $a'x'$ bis nach a' zu verlängern, kann man dieselbe durch eine Tangente be begrenzen, welche auf der die Leitlinie der äusseren Leibung des Zylindergewölbes bildenden Kurve senkrecht steht.

Konstruktion der normalen Fugenflächen.

258. Denkt man sich durch den Punkt u (Fig. 5) zu dem Kreise cao eine Tangente gezogen, so muss dieselbe mit der vertikalen Projektionsebene und daher auch mit der vertikalen Leitlinie der Tangentialebene parallel sein. Hieraus ergibt sich, dass der Radius vu die vertikale Projektion der durch den Punkt u gezogenen Normallinie bildet.

Da ferner die horizontale Leitlinie der Tangentialebene mit der Richtung hk des Zylindergewölbes parallel ist, so muss die horizontale Projektion vu der durch den Punkt u gezogenen Normallinie auf der Geraden hk senkrecht stehen.

Es ist daher ein Leichtes, durch beliebige Punkte der Kurven cao und $m x a z r$ die denselben entsprechenden Normallinien zu konstruieren.

Diese Normallinien werden nun in die Ebene (Fig. 7) projicirt, und bis zur Kurve psq verlängert, welche die Leitlinie der äusseren Leibung des Zylindergewölbes bildet.

Projicirt man sofort den Punkt n'' nach n , und bestimmt solcher Projektionen noch mehrere, so erhält man die Kurve ysg , nach welcher die äussere Leibung der Zylinderfläche von der normalen Fugenfläche, welche den

Halbkreis cao zur Leitlinie hat, durchschnitten wird. Auf gleiche Weise erhält man auch die Kurve $msn'r$, welche die Durchschnittslinie der äusseren Leibung der Zylinderfläche mit der normalen Fugenfläche bildet, deren Leitlinie die Querkurve xaz ist.

259. Da die Punkte u und u' (Figur 5 und 6) gleiche Höhen besitzen, so müssen die Projektionen ihrer Normalen in Figur 7 zusammenfallen, und daher auch die Punkte n und n' dieselbe Höhe haben. Hiedurch wird es, wie leicht einzusehen, möglich, die beiden Kurven ysg und msr zugleich zu konstruieren.

260. In Figur 5 ist $msn'r$ die vertikale Projektion der Kurve $msn'r$ (Fig. 6). Vergleicht man dieselbe mit der Kurve $xau'z$, so wird man bemerken, dass die letztere bei a einen Kehrpunkt oder eine Spitze besitzt, während sich die erstere in derselben Gegend zu einem Ringe verschlingt.

261. In Figur 8 sind die Entwicklungen der äusseren und der inneren Leibung der Zylinderfläche konstruirt.

Die Kurve $a'''z''$ ist die Entwicklung der Querkurve. Da dieselbe sehr genau konstruirt sein muss, so hat man sich zu versichern, ob die Projektionen ihrer Punkte in Figur 7 die gleiche Höhe besitzen, wie die Projektionen derselben Punkte in Figur 5.

Konstruktion der Längs-Fugenflächen.

262. Bei der Ausführung der oben angeführten Operationen wird man bemerken, dass die vertikale Projektion der Normalen $v'u'n'$ (Fig. 6) mit der Projektion des Halbmessers ($mu', m'u'$) zusammenfällt, welcher die Tangente zur vertikalen Projektion der Querkurve bildet.

Um dieses zu beweisen, seien (Fig. 11) cao und $c'o'$ die Projektionen eines mit der Stirnfläche des Zylindergewölbes parallelen Durchschnit-tes; $c''o''$ und $c'''o$ die Projektionen eines senkrechten Durchschnit-tes, tu die Tangente und mu die Normale zur ersten Kurve, und endlich $t'''u^{iv}$ und $v'u^{iv}$ die Tangente und die Normale zur zweiten Kurve. Aus der Betrachtung der Figur ergibt sich nun:

$$\overline{uu'}^2 = tu' \times u'm = t'u'' \times u''m'.$$

Ferner ist:

$$\overline{u'''u^{iv}}^2 = t'''u''' \times u'''v' = t''u'' \times u''v.$$

Da nun $uu' = u'''u^{iv}$ ist, so muss auch $t'u'' \times u''m' = t''u'' \times u''v$ sein; und hieraus folgt:

$$t'u'' : u''v = t''u'' : u''m'.$$

Die Dreiecke $vm'u''$ und $t'u''t''$ sind daher einander ähnlich.

Da nun, wie leicht einzusehen, der Punkt t' mit den Punkten t'' und t''' auf derselben Linie liegen muss, und die Linie $t''t'''$ auf $v't'''$ und daher auch auf vt'' senkrecht steht, so sind die beiden Dreiecke $u''t''t'$ und $u''vm'$ rechtwinkelig. Wenn aber die Linie vm' auf der Projektionsebene cao senkrecht steht, so muss die vertikale Projektion der Normalen ($v'u^{iv}$, vu'') in der Ebene cao mit dem Halbmesser mu zusammenfallen.

263. Es geht also hieraus hervor, dass die vertikalen Projektionen der Normallinien des Gewölbes mit den Projektionen der Tangenten zur Querkurve zusammenfallen, und daher die projicirende Zylinderfläche dieser Kurve zugleich die Normalfläche des Gewölbes berühren muss.

Da sich nun beide Flächen innerhalb der Gewölbmasse nur wenig von einander unterscheiden, so kann man auch, statt der Normalfläche des Gewölbes, die projicirende Zylinderfläche der Querkurve nehmen.

264. Diese letztere Fläche entspricht, neben der grossen Einfachheit ihrer Erzeugung, auf das Vollständigste den Bedingungen der Stabilität, welche in der vorliegenden Aufgabe eingehalten werden sollen; denn es ist klar, dass bei dieser Anordnung die Wirkungen des Druckes, welcher durch das Gewicht der höheren Schichten gegen die Fugenflächen ausgeübt wird, auf die Tangentialebenen der projecirenden Zylinderfläche der Kurve ax (Fig. 9) gerichtet sein müssen, und daher die Resultante derselben in einer Ebene liegt, welche mit den Stirnflächen des Zylindergewölbes parallel ist. Diese Zurüstung vereinigt zugleich die Vortheile der in den §§ 124 und 238 behandelten Systeme, indem die Durchschnitte bei den Leibungskanten alle unter rechten Winkeln stattfinden.

Konstruktion der Quersfugenflächen.

265. Zu den Quersfugenflächen scheinen die Normalflächen, deren Leitlinien parallele Durchschnitte mit den Stirnflächen des Gewölbes sind, am geeignetsten zu sein. Wir ziehen indessen aus folgenden Gründen die vertikalen Fugenflächen den normalen Fugenflächen vor.

Denkt man sich nämlich die normale Quersfugenfläche $yco g$ (Figur 6) nach Figur 14 übertragen, so ist leicht einzusehen, dass wegen der verschiedenen Neigung ihrer beiden Theile A und A' die auf A ruhenden Steine nach der Richtung des Pfeiles AF , die auf A' ruhenden Steine hingegen nach der Richtung des Pfeiles $A'F'$ abzugleiten suchen. Da nun bei allen übrigen Steinen dieselben Wirkungen stattfinden, so müssen die Resultanten derselben zwei Kräfte sein, welche das ganze Gewölbe um die durch den Punkt a (Fig. 13) gezogene Vertikallinie zu drehen suchen.

Diese schädliche Wirkung wird nun aber durch den Vortheil, der sich bei Anwendung der Normalflächen durch die senkrechte Durchschneidung derselben mit der inneren und äusseren Leibung des Gewölbes ergibt, keineswegs aufgehoben.

266. Wir entscheiden uns daher:

1) *In Betreff der Leibungskanten*: a) für die mit den Stirnflächen des Gewölbes parallelen Durchschnitte, und b) für die Querkurven, welche dieselben unter rechten Winkeln durchschneiden.

2) *In Betreff der Fugenflächen*: a) für vertikale Ebenen, welche die parallelen Durchschnitte enthalten, und b) für die projicirenden horizontalen Zylinder der Querkurven auf die Ebenen der mit den Stirnflächen parallelen Durchschnitte.

267. Auf Tafel 52 sind die vorhergehenden Prinzipien zur Konstruktion einer schiefen Brücke in Hausteinen angewandt.

Die Querkurven theilen den mittleren, mit den Stirnflächen parallel geführten Durchschnitt des Gewölbes cao in gleiche Theile.

In Figur 8 ist die Entwicklung der Leibung, und in Figur 9 diejenige der Fugenflächen konstruirt.

Die Figuren 3 und 4 zeigen die Schlusssteine des Gewölbes.

Steinschnitt. Es sei der Stein A (Fig. 5) darzustellen. Man richte einen prismatischen Block zu, dessen Grundfläche gleich der vertikalen Projektion $mnuvrs$ des Gewölbes ist, und schneide zuerst die zylindrischen Fugenflächen nu und rv (Fig. 1).

Man trage nun die Lehre der Stirnfläche $mnxzs$ (Fig. 5) auf die entsprechende Grundfläche des Blockes auf,

und ziehe die Kurven xu und zv , indem man aus Fig. 6 die Ordinaten dieser Kurven auf die Seitenfläche $nnux$ (Fig. 1) überträgt, oder auch, indem man sich der in Figur 9 entwickelten Lehren der Fugenflächen bedient.

Endlich schneide man die zylindrische Leibungsfläche, indem man, wie Figur 2 zeigt, an den Kurven xu , xz , uv und zv ein Lineal hingleiten lässt, das an den auf den Kurven bezeichneten entsprechenden Merkpunkten angelegt wird.

Die in der horizontalen Projektion des Steines A (Fig. 6) gezogenen Linien sind die Erzeugenden der zylindrischen Leibungs- und Fugenflächen, und zwar bilden die mit der Richtung des Gewölbes parallel gezogenen Linien die Erzeugenden der Leibungsflächen, die auf den Stirnflächen senkrecht stehenden Linien hingegen die Erzeugenden der Fugenflächen.

Verfahren beim Setzen der Steine. Die Fugenflächen des Schlusssteines bieten beim Setzen der Steine eigenthümliche Schwierigkeiten dar. Da nämlich eine jede der beiden Zylinderflächen, durch welche diese Fugenflächen gebildet werden, nach verschiedenen Seiten gekrümmt ist, und dieselben im höchsten Punkte der Querkurve sich berühren, so wird dort ein Wendepunkt oder eine Spitze a gebildet. Weil nun diese Wendepunkte auch in den Fugenflächen der benachbarten Steine stattfinden, so würde ein Versatz der Steine ohne gehörige Vorsichtsmaassregeln unmöglich sein. Diese sind aber folgende:

- 1) Man ordne die Zurüstung des Gewölbes so an, dass die dem Schlusssteine zunächst liegenden Gewölbesteine an der Stelle der Wendepunkte a' , a' Transversalfugen erhalten.

2) Man nehme das Versetzen der Steine nach der in der horizontalen Projektion (Figur 6) durch Ziffern angegebenen Ordnung vor.

Wenn sich nämlich alle unbezeichneten Steine in der ihnen entsprechenden Lage befinden, versetze man der Reihe nach, je zwei und zwei, die Steine 1,1; 2,2; 3,3; 4,4 und 5,5.

Da die Steine 5-5 in den Punkten $a''a''$ aus denselben Gründen, wie oben die Steine 2,2 in den Punkten a',a' , durch Querschnitten geschnitten werden sollten, diese Fugen aber den Stirnflächen des Gewölbes zu nahe liegen würden, so kann man dieselben vernachlässigen, indem man die kleinen Theile $a''w$ der Fugenflächen durch vertikale Ebenen oder durch kleine Zylinderflächen ersetzt, deren Leitlinien die Kurven $a''w'$ sind.

268. Durch die in den vorhergehenden Paragraphen angeführten und erläuterten Konstruktionen ergibt sich ein System, bei welchem die Richtungen der Kräfte, mit welchen die Steine von einander abzugleiten streben, in Ebenen liegen, die mit den Stirnflächen des Gewölbes parallel sind. Wir werden indessen sogleich zeigen, dass damit allein noch nicht allen Erfordernissen nachgekommen ist; denn wenn auch angenommen werden darf, dass durch die strenge Erfüllung der auf theoretischem Wege festgesetzten Bedingungen, bei einer möglichst vollkommenen Ausführung der Steinschnitte und einer hinreichenden Stärke der Pfeiler, das Gewölbe den auf dasselbe konstant wirkenden Kräften Widerstand leisten werde, so ist doch klar, dass die Einwirkung einer jeden neuen Kraft, z. B. die Ueberfahrt eines Wagens oder eines Wagenzuges, mit zur Zerstörung des Gewölbes beitragen müsse.

269. Es ist daher nöthig, dass man sich gehörig angebrachter Widerstandsmittel bediene, um das Gewölbe

vor den schädlichen Wirkungen vorübergehender Stösse und Erschütterungen zu schützen.

Auch muss man zu dem Drucke der Gewölbsteine noch denjenigen der auf dem Gewölbe ruhenden Erdmasse rechnen; denn es ist ein grosser Unterschied, ob der Tunnel durch ein hartes und dauerhaftes Gestein geht, oder von einem hohen Auftrage bedeckt ist, weil im letzteren Falle das ganze Gewicht der aufgeschütteten Erde hinzugerechnet werden muss. Das sind aber, wie gesagt, konstante Kräfte.

Veränderlich und viel schädlicher sind dagegen jene Wirkungen, welche durch die über das Gewölbe hinwegfahrenden Wagen und Wagenzüge hervorgebracht werden, wie diess z. B. bei Eisenbahnen stattfindet, und welche jeden Augenblick nach ganz verschiedenen Richtungen stattfinden.

Im Falle nun ein Gewölbe solchen veränderlichen Wirkungen ausgesetzt ist, so müssen alle Theile desselben so mit einander verbunden werden, dass durch keine Aenderung in der Richtung der einwirkenden Kräfte die Steine von ihren Fugenflächen abgleiten, oder um ihre Kanten sich drehen können. Das Gewölbe muss daher, um es in wenigen Worten zusammenzufassen, eine solche Festigkeit besitzen, dass die Theile, aus denen es zusammengesetzt ist, gleichsam mit einander verwachsen sind oder *eine* Masse bilden. Diess kann aber nur durch Mörtel oder durch entsprechende Armaturen erreicht werden; und so gelangen wir nun zu einem neuen Gesichtspunkte, aus welchem sich diese Aufgabe aus der Lehre des Gleichgewichtes betrachten lässt.

270. Würde der Mörtel *sogleich* eine Festigkeit erhalten, welche wenigstens ebenso gross wäre, wie diejenige der Steinmasse, so würde auch die Wahl der Zurüstung vollkommen gleichgültig sein; denn man könnte das Ge-

wölbe als massiv betrachten, und dürfte ihm nur eine Stärke geben, die gross genug wäre, um den Wirkungen des grössten Druckes Widerstand zu leisten.

Obige Voraussetzung kann jedoch keineswegs gemacht werden; denn so wie das Gewölbe von seinem Gerüste befreit wird, schliessen sich die Fugenflächen enger an einander, einige in ihren unteren, andere in ihren oberen Theilen; und das Gewölbe nimmt nun eine Form an, welche von der anfänglichen, durch die Konstruktion bestimmten Form verschieden ist.

271. Um die Wirkungen kennen zu lernen, welche durch das Zusammenpressen des Mörtels bei der Wegnahme des Gerüsts auf das Gewölbe ausgeübt werden, zieht man auf den Stirnflächen desselben eine gerade oder eine krumme Linie, und beobachtet die Veränderungen, welche mit der Form dieser Kurve stattfinden, wenn das Gewölbe seiner eigenen Last überlassen ist. Vergleicht man nämlich die Ordinaten der ursprünglichen mit denjenigen der veränderten Linie, so kann man leicht die Grösse der Verschiebung eines jeden einzelnen Punktes bestimmen.

272. Alle in dieser Beziehung angestellten Versuche haben eine Kurve ergeben, welche der Linie *cao* (Fig. 13) mehr oder weniger ähnlich ist.

Man ersieht zugleich aus dieser Figur, worin als ursprüngliche Gewölblinie ein Halbkreis angenommen wurde, dass die Fugenflächen der mittleren Gewölbsteine sich von unten, diejenigen der in der Nähe der Kämpferebene befindlichen Gewölbsteine hingegen sich von oben öffnen, so dass der Schlussstein, so wie die daran grenzenden Gewölbsteine herabzusinken und die Gewölbsteine bei *m* sich um ihre Kanten zu drehen und in die Höhe zu schieben streben. Hier würde daher das Gewölbe, wenn es die Last nicht mehr zu tragen vermöchte, zuerst brechen.

273. Bei einem vollen Gewölbe befinden sich die Kanten, nach welchen der Bruch stattfindet, in einer Höhe von fast 30 Graden.

274. Nehmen wir nun an, das in Figur 10 dargestellte Gewölbe sei aus Bruchsteinen oder kleinerem Materiale so zusammengesetzt, dass es als eine Masse angesehen werden kann, und daher sowohl die Form der Zurüstung als die Richtung der Fugenflächen ohne allen Einfluss ist, und denken wir uns durch den Punkt a eine Reihe von vertikalen Ebenen gelegt, so ergeben sich ebenso viele elliptische Durchschnitte von gleicher Höhe, aber mit verschiedenen horizontalen Axen. Unter allen diesen Kurven ist es nun (wie Herr *Lefort* in der oben (§ 255) erwähnten Abhandlung durch die algebraische Analyse bewiesen ist) die in der vertikalen Ebene pq befindliche Ellipse, deren horizontale Projektion die stumpfen Ecken des Parallelogrammes verbindet, welche nach der Abnahme des Gerüsts die grösste Veränderung erleidet.

275. Es muss noch bemerkt werden, dass, wenn das Gewölbe eine hinreichende Länge besitzen würde, so dass durch seine ganze Masse ein senkrechter Schnitt geführt werden könnte, die grösste Kontraktion in dieser Kurve stattfinden würde.

276. Nachdem man einmal erkannt hatte, dass die grösste Wirkung in der Ebene pq stattfindet, bestrebte man sich natürlicher Weise, diese Wirkung in eine solche Ebene zurückzuführen, welche mit den Stirnflächen des Gewölbes parallel ist.

Dieses suchte *Clapeyron* dadurch zu erreichen, dass er denjenigen Theil des Gewölbes, welcher über den beiden Leibungskanten liegt, nach denen ein Bruch zuerst stattfindet, aus einer Reihe von Zonen zusammensetzte, welche

den Stirnflächen des Gewölbes parallel und von einander unabhängig sind. Bei dieser Anordnung wird für jede einzelne Zone die grösste Wirkung in einer Diagonalebene *co* stattfinden, welche durch die stumpferen Eckpunkte der horizontalen Projektion der Zone geht; und wenn daher die Anzahl dieser Zonen unendlich gross wäre, so müssten die grössten Wirkungen durchaus in Ebenen liegen, welche mit den Stirnflächen parallel sind.

Nach diesem Prinzipie wurden bei der Versailler Eisenbahn mehrere Brücken ausgeführt.

277. Die horizontale Projektion eines solchen Gewölbes ist in Figur 14 konstruirt. Man sieht hieraus, dass die Längsfugen der inneren Leibung bis zu den Kanten, nach welchen der Bruch zuerst stattfindet, fortlaufend, und die Quersfugen nach dem Gesetze der Steinverbindung unterbrochen sind, während in dem höher liegenden Theile des Gewölbes die Quersfugen fortlaufend und die Längsfugen unterbrochen sind.

278. Man könnte auch, wie Figur 12 zeigt, jenen Theil des Gewölbes, welcher über den dem Bruche zuerst ausgesetzten *Kanten* (*joints de rupture*) liegt, aus einer Reihe von einwärts gehenden Zwiebögen konstruiren, deren Leibungen ebenso viele isolirte Zylinderflächen bilden, die auf den parallelen Stirnflächen senkrecht stehen.

§ 279. Obgleich das so eben angeführte Prinzip von den bereits genannten Ingenieuren in der Praxis mit Erfolg ausgeführt wurde, so lässt sich doch Mehreres dagegen einwenden.

Es scheint nämlich, dass man unterscheiden müsse zwischen derjenigen Ebene, in welcher sich die grösste Wirkung dem Auge darstellt, und zwischen derjenigen, in welcher die grösste Wirkung in der That stattfindet; denn

diese letztere fällt offenbar mit dem senkrechten Durchschnitte des Gewölbes zusammen, welches auch die Breite der Zonen sein möchte, weil die Verminderung derselben durchaus nichts an der Richtung der Wirkung des Gewölbes gegen die Pfeiler ändern kann. Da nun aber der senkrechte Schnitt $p'q'$ (Fig. 10) nicht durch Punkte geht, welche unterstützt sind, so muss daraus für jede Zone eine drehende Wirkung hervorgehen. Dazu kommt, dass die Zonen durch ihre Isolirung nothwendig geschwächt werden. Wenn endlich, bei dem nach der Abnahme des Gerüstes erfolgenden Setzen des Gewölbes, die durch das Zusammenpressen des Mörtels bedingte Kontraktion nicht bei allen Zonen gleichförmig erfolgen sollte, so würde die Leibung des Gewölbes nicht mehr eine ununterbrochene Fläche bilden, und so auf das Auge einen sehr unangenehmen Eindruck machen.

Wir stellen jedoch diese Einwendungen mehr unter der Form von Zweifeln auf, da die vorliegende Aufgabe noch nicht von allen Seiten beleuchtet zu sein scheint.

Tafel 53.

280. In der Praxis werden in den meisten Fällen nur die Stirnflächen des Gewölbes in Hausteinen dargestellt; der mittlere Theil hingegen aus Mauerwerk konstruirt.

Ein solches Gewölbe ist auf Tafel 53 dargestellt.

281. Wenn man sich des früher Gesagten erinnert (§§ 138 und 205), so wird man leicht einsehen, dass es unnütz wäre, bei den Fugenflächen der in der Stirnfläche liegenden Gewölbsteine geregelte oder zylindrische Flächen anzuwenden, da sich diese wegen der geringen Ausdehnung der Fugenflächen durch Ebenen ersetzen lassen, welche auf der Projektionsebene senkrecht stehen, und deren in der Stirnfläche liegende Fugen durch den Mittelpunkt des Stirnbogens gehen.

Man kann demnach die in den Stirnflächen liegenden Theile des Gewölbes als zwei von einander gänzlich unabhängige Gewölbe betrachten, welche die in § 124 behandelte Zurüstung besitzen.

282. Um den in Mauerwerk ausgeführten Theil des Gewölbes zu konstruiren, bedecke man (Fig. 5 Taf. 53) das Gerüst mit einer zylindrischen Lage von Gypsguss, und konstruire auf dieser alle Querkurven. Nach diesen werden nun die Bruchsteine mit einander vermauert, deren Dicke, je nach der Entfernung der Querkurven, natürlicher Weise bald grösser, bald geringer sein muss.

Da der Unterschied dieser Entfernung für die Stirnflächen eines und desselben Steines nur sehr gering ist, so kann man die rechtwinkelige Form des Steines beibehalten, so dass alle Fugenflächen auf der Leibung des Gewölbes senkrecht stehen.

283. Um die Querkurven auf der Oberfläche des Lehrgerüsts aufreissen zu können, muss man sich der Lehren der in Figur 4 konstruirten Entwicklung bedienen. Da, wie schon früher erwähnt, alle diese Kurven identisch mit einander sind, so braucht man nur eine derselben, um daraus alle übrigen herleiten zu können. Aus diesem Grunde wurde auch in Figur 4 nur ein Theil der Querkurven entwickelt.

Will man nun die zur Konstruktion des Gewölbes nöthigen Theile der Kurven erhalten, so ist es nöthig, eine Querkurve von demjenigen Punkte an zu entwickeln, in welchem sie die höchste Erzeugende des Gewölbes durchschneidet, bis zu jenem Punkte, in welchem sie die tiefste Erzeugende trifft.

Diese Entwicklung besteht, wie Figur 4 zeigt, aus vier Theilen, ab , $b'c$, $c'd$ und $d'e$, welche, mit einander verbunden, die ganze gesuchte Kurve bilden.

Um nun diese verschiedenen Theile der Querkurven zu konstruiren, darf man, von der Kämpferebene ausgehend, nur die 1ste, 2te, 5te und 12te Leibungskante entwickeln. Man sieht leicht (Fig. 4), dass diese Linien insofern einander entsprechen, als der höchste Punkt der folgenden Kurve in derselben Erzeugenden liegen muss, wie der höchste Punkt der vorhergehenden Kurve. Dem Punkte b entspricht daher der Punkt b' ; dem Punkte c der Punkt c' ; dem Punkte d der Punkt d' , etc.

Fast scheint es überflüssig, noch die Bemerkung beizufügen, dass diese Entwicklungen für die beiden Seiten des Gewölbes dienen können, indem man dieselben nur herumzudrehen braucht.

Um endlich die Kurven auf dem Lehrgerüste selbst aufreissen zu können, muss man zuvörderst die Erzeugenden der Zylinderfläche ziehen, und sowohl auf diesen als auf den Lehren der Entwicklungen (Fig. 4) die nöthigen Merkpunkte numeriren. Vermittelst dieser Vorsicht kann die Kurve ab (Fig. 4) zur Konstruktion aller derjenigen Theile der Querkurven benützt werden, welche zwischen den Erzeugenden aa' und bb' liegen.

Um von einer Querkurve zu einer anderen überzugehen, muss man die Lehre horizontal und parallel mit sich selbst um eine Linie 1-1 verschieben, welche dem zwischen den aufeinanderfolgenden Querkurven befindlichen Theile der Erzeugenden gleich ist.

Hiernach würde also z. B. der Bogen 2-3 (Fig. 4) zugleich für die zwischen denselben Erzeugenden liegenden Bögen 2'3' und 2''3'' dienen. Ebenso kann die Kurve $b'c$ zu allen Theilen der Querkurven benützt werden, welche zwischen den Erzeugenden bb' und cc' liegen.

Gleiches gilt auch für alle übrigen Kurven.

Tafel 34.

284. In den vorhergehenden Beispielen waren die mit den Stirnflächen des Gewölbes parallel geführten Durchschnitte Kreise. Für den Fall, wo das Zylindergewölbe selbst kreisförmig sein sollte, müssten diese Kurven Ellipsen werden, und es könnten daher die Normallinien mn (Fig. 14 Taf. 54) nicht mehr durch die Mittelpunkte der Durchschnitte gehen, sondern sie müssten die von den Fahrstrahlen gebildeten Winkel (FaF') in zwei gleiche Theile theilen.

285. Wäre das erste Kurvensystem unbestimmt, dennoch aber mit einer und derselben Ebene parallel, so könnte man das System der Querkurven nach folgendem Prinzipie konstruiren.

286. Nimmt man an, die Punkte c und o (Fig. 2) seien von dem Punkte a gleichweit entfernt, so kann die durch den Punkt a gezogene und auf der Sehne oc senkrecht stehende Linie mn ohne Nachtheil als die Normale der Kurve cao betrachtet werden.

287. Es seien nun (Fig. 1) die Kurven 1, 2, 3 und 4 gegeben, welche ohne Ausnahme mit der vertikalen Projektionsebene parallel sein mögen.

Um zu diesen, nach dem so eben aufgestellten Grundsätze, die Querkurven zu konstruiren, errichte man senkrecht auf der Sehne mn die Linie ac ; diese bestimmt auf der Kurve 2 den Punkt c , und daher die zweite Senkrechte ce ; diese bestimmt e und die dritte Senkrechte eu . Die Vereinigung aller dieser Senkrechten bildet den Theilumfang eines Vieleckes, welches als die vertikale Projektion der gesuchten Kurve betrachtet werden kann.

Aus dem Wesen dieser Konstruktion ergibt sich, dass die Punkte c , e und u ein wenig zu tief liegen. Will man

daher mit Genauigkeit verfahren, so darf man die aus obiger Konstruktion hervorgegangene Kurve $aceu$ nur als erste Näherungskurve betrachten. Man beschreibt sofort aus a einen Kreis, bestimmt die Sehne n' , und fällt auf diese aus dem Punkte a eine Senkrechte ac' ; aus c' wird ebenso auf die dritte Kurve eine Senkrechte $c'e'$, und aus e' auf die vierte Kurve eine Senkrechte $e'u'$ gefällt. Aus der Vereinigung dieser Senkrechten ergibt sich eine zweite Näherungskurve $ac'e'u'$, in welcher die Punkte c', e' und u' ein wenig zu hoch liegen.

Betrachtet man nun die Vielecke $aceu$ und $a'c'e'u'$ als die Grenzen, zwischen welchen die gesuchte Kurve nothwendig liegen muss, so ist klar, dass man sich derselben, so viel man nur immer will, nähern kann, indem man nämlich:

- 1) die Anzahl der Kurven vermehrt, welche von den Querkurven unter rechten Winkeln durchschnitten werden sollen, und
- 2) diejenige Kurve wählt, welche durch die Mittelpunkte der zwischen den Näherungskurven befindlichen Kreisbögen cc', ee', uu' etc. geht.

288. Wir haben bisher immer die Bedingung fest gehalten, dass die Leibungskanten des ersten Systemes mit der vertikalen Projektionsebene parallel sein sollen. Diese Bedingung kann jedoch durch die Natur der Aufgabe eine andere werden. Nehmen wir z. B. an, das Gewölbe besitze eine ziemlich bedeutende Länge, so würde, wenn auch hier der mittlere Durchschnitt des Gewölbes durch die Querkurven in gleiche Theile getheilt werden sollte, bei den Steinschichten in der Nähe der Stirnflächen des Gewölbes ein zu auffallender Höhenunterschied stattfinden.

289. Dieser Uebelstand kann dadurch vermieden werden, dass man, wie Figur 6—13 zeigen, das Gewölbe

durch zwei vertikale Ebenen voc und $v'o'c'$ in drei Theile eintheilt.

Der mittlere Theil erhält dann die Zurüstung eines gewöhnlichen Zylindergewölbes. Bei den äusseren Theilen hingegen werden die Querfugen durch Ebenen bestimmt, welche durch die vertikalen Linien c und c' gehen, die sich, wie man sieht, aus der Durchschneidung der Stirnflächen und der vertikalen Hülfebene $co, c'o'$ ergeben.

In diesem Falle ist die Konstruktion der Querkurven etwas schwieriger auszuführen, und die Arbeit selbst wird grösser, weil dieselben nicht mehr einander gleich sind, so dass für jede derselben alle Operationen, welche bei einer von ihnen nöthig waren, wiederholt werden müssen.

290. Ehe ich weiter gehe, möchte ich dem Leser in Erinnerung bringen, dass, wenn eine Ellipse $c'a'o'$ (Fig. 4) eine solche Neigung zur vertikalen Ebene besitzt, dass die vertikale Projektion derselben ein Kreis cao ist, alsdann die Projektion irgend einer zur Ellipse gezogenen Tangente zugleich eine Tangente des Kreises sein muss. Denkt man sich daher durch den Punkt a eine auf der Kurve senkrecht stehende, also eine Normalebene gelegt, so muss die vertikale Leitlinie vq derselben nothwendig auf der Kreistangente a , die horizontale Leitlinie pq hingegen auf der horizontalen Projektion $c'o'$ der Ellipse senkrecht stehen.

Aus diesen Bemerkungen ergibt sich die einfache Konstruktion der Normalebene pqv .

Man zieht nämlich den Halbmesser an , und durch a' parallel mit der Grundlinie die Gerade $a'n'$; durch n' wird alsdann senkrecht auf $o'c'$ die Linie pq , und durch q senkrecht auf die Tangente des Kreises die Linie qv gezogen.

291. Aus dieser Konstruktion ergibt sich, dass der Punkt n' , welcher auf der horizontalen Leitlinie der Ebene

$p q v$ liegt, immer auf der Linie nn' liegen muss, welches auch die Neigung der Ellipse oder die Lage des Punktes (a, a') sein möchte.

292. Es seien nun die horizontalen Projektionen $c'-1$, $c''-2$, $c'''-3$ mehrerer Ellipsen gegeben, welche sich in der Oberfläche eines Zylinders befinden, dessen Axe auf der vertikalen Projektionsebene senkrecht steht, und dessen senkrechter Durchschnitt ein Halbkreis $ca^{iv}o$ ist.

Man soll die Querkurve konstruiren, welche durch den Punkt a geht.

Zuvörderst lege man durch den Punkt (a, a) eine Normalebene zum Kreise $oa^{iv}c$. Die vertikale Leitlinie dieser Ebene muss nun der Halbmesser an sein, während die horizontale Leitlinie nn durch den Mittelpunkt des Kreises geht und auf der Grundlinie senkrecht steht. Diese Ebene durchschneidet die Ellipse $c'-1$ in einem Punkte, dessen Projektionen die beiden Punkte a', a' sind.

Legt man sofort durch den Punkt (a', a') zu der Ellipse $c'-1$ eine zweite Normalebene, so muss, nach § 290 und 291, die horizontale Leitlinie $p'q'$ derselben durch den Punkt n' gehen, ihre vertikale Leitlinie hingegen mit dem Halbmesser an parallel sein. Diese letztere ist jedoch zur Konstruktion der Querkurve nicht nöthig, und wurde deshalb nicht angezeigt. Zieht man nun durch den Punkt a' mit der horizontalen Leitlinie $p'q'$ eine Parallele $a'u'$, so muss diese in der Ebene $p'q'$ liegen; und es ergibt sich hieraus ein Durchschnittspunkt (u', u') dieser und der vertikalen Ebene $c''-2$. Ein anderer Durchschnittspunkt der beiden Ebenen liegt in $(s's')$. Zieht man daher die Linie $s'u'$ (Fig. 16), so ergibt sich die Durchschnittslinie beider Ebenen und zugleich der Punkt a'' , in welchem die Ellipse $c''-2$ von der Normalebene $p'q'$ der Ellipse $c'-1$ durchschnitten wird.

Auf gleiche Weise ergeben sich auch die folgenden Punkte a''' und a^{iv} . Um z. B. den Punkt a''' zu erhalten, ziehe man der Reihe nach folgende Linien:

- 1) parallel mit der vertikalen Projektionsebene die Gerade $a'n''$, welche den Punkt n'' bestimmt;
- 2) durch n'' senkrecht auf die Tangente $a't''$ die Linie $p''q''$, welche die horizontale Leitlinie der durch den Punkt a'' gelegten Normalebene zur Ellipse $c''-2$ bildet;
- 3) die Horizontale $a'u''$ (Fig. 16 u. 17), welche mit $p''q''$ parallel ist und daher in der Ebene $a''p''q$ liegt;
- 4) die beiden Vertikalen $u''u''$ und $s''s''$; endlich
- 5) die Linie $s''u''$, welche die Durchschnittslinie der beiden Ebenen $c'''-3$ und $p''q''$ bildet. Diese letztere Operation bestimmt den Punkt a''' , in welchem die Ellipse $c'''-3$ von der Normalebene $a''p''q''$ durchschnitten wird.

Vereinigt man die Punkte a, a', a'', a''' und a^{iv} durch eine stätige krumme Linie, so ergibt sich die horizontale Projektion der durch den Punkt a gehenden Querkurve.

293. Anstatt die horizontalen Projektionen der Querkurven zuerst zu konstruiren, um dann aus diesen die Entwicklungen derselben herleiten zu können, kann man noch einfacher die Konstruktion ihrer Entwicklungen unmittelbar nach folgendem Prinzipie ausführen:

Alle Linien, welche sich in einer Zylinderfläche unter rechten Winkeln durchschneiden, müssen sich auch in der Entwicklung der Zylinderfläche unter solchen Winkeln durchschneiden.

Man konstruire daher (Fig. 5) die Entwicklung des schiefen Theiles der Zylinderfläche, und bestimme darin

mit besonderer Sorgfalt die Entwicklungen der Ellipsen $c'-1$, $c''-2$, $c'''-3$.

Will man nun die durch den Punkt a gehende Querkurve erhalten, so hat man auf folgende Weise zu verfahren:

In a errichte man senkrecht auf co die Linie aa' , und bestimme die Lage des Punktes a' in Fig. 16.

Alsdann ziehe man durch den Punkt a' (Fig. 16) die Tangente $a't'$, und bestimme die Entwicklung derselben in Figur 5. Diess geschieht einfach dadurch, dass man das Dreieck $a't'm'$ (Fig. 17), dessen vertikale Projektion die Linie $a't'$ ist, in die Entwicklungsebene (Fig. 5) niederlegt. Es ist daher $a'm'$ (Fig. 5) $= a't'$ (Fig. 16) und $t'm'$ (Fig. 5) $= t'm'$ (Fig. 17); die Entwicklung der Tangente selbst ist die Linie $a't'$ (Fig. 5).

Ist diess geschehen, so errichte man senkrecht auf der in die Entwicklungsebene niedergelegten Tangente $a't'$ die Linie $a'a''$, bestimme sofort in den Figuren 16 und 17 die Lage des Punktes a'' , und ziehe durch diesen die Tangente $a''t''$ (Fig. 16).

Diese wird von Neuem in die Entwicklungsebene (Fig. 5) übergetragen, indem man die Linie $a''t''$ (Fig. 16) gleich $a''m''$ (Fig. 5) nimmt, durch t'' die Vertikale $t''m''$ (Fig. 16 u. 17) zieht, und sofort die Linie $t''m''$ (Fig. 17) nach $t''m''$ (Fig. 5) trägt.

Nachdem so die Tangente $a''t''$ bestimmt ist, wird auf dieser die Senkrechte $a''a'''$ konstruirt, etc.

Die Vereinigung der Senkrechten aa' , $a'a''$, $a''a'''$ etc. bildet die zu bestimmende Entwicklung der Querkurve.

Es versteht sich wohl von selbst, dass die Querkurve um so genauer werden muss, je grösser die Anzahl der

gegebenen Kurven ist, welche von jener unter rechten Winkeln durchschnitten werden sollen.

Die in den Figuren 5 und 17 angenommenen Zwischenräume zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kurven wurden daher nur desshalb so gross genommen, damit Verwirrung vermieden und die Erklärung der ausgeführten Konstruktionen erleichtert werde.

Da die Lage der Punkte t' , t'' und t''' (Fig. 16) durchaus willkürlich ist, so kann man sie auf der Evolute des Kreises $ca^{iv}o$ annehmen; dadurch fallen dieselben in der Entwicklungsebene (Fig. 5) auf eine gerade Linie tt''' , welche auf co senkrecht steht.

Noch bemerken wir, dass die Kreisbögen aa'' , aa''' und aa^{iv} (Fig. 16) gleich den in der Entwicklungsebene (Fig. 5) befindlichen Linien aa'' , aa''' und aa^{iv} sein müssen.

Hiedurch sind einige Mittel zur Prüfung auf die Richtigkeit der Konstruktion gegeben, welche man nicht übersehen darf.

294. Wenn das Gewölbe in Bruchsteinen ausgeführt wird, so sind die Projektionen der Querkurven in den Ebenen der Stirnflächen überflüssig, indem, wie wir in § 282 gesehen haben, die Entwicklungen dieser Kurven (Fig. 9 u. Fig. 13) zur Ausführung aller nöthigen Konstruktionen hinreichend sind.

Die Stirnflächen, welche in Hausteinen ausgeführt werden müssen, sind bei vorliegender Aufgabe in die horizontale Projektionsebene (Fig. 12 u. Fig. 8) niedergelegt.

Man könnte die Zurüstung derselben auch auf die in § 281 angegebene Weise ausführen, ohne auf die Länge des Gewölbes Rücksicht zu nehmen.

§ 295. In Figur 15 ist die Vereinigungsweise eines Ringgewölbes mit zwei schiefen Zylindergewölben dargestellt.

296. Die dritte Figur stellt die in England gebräuchliche Zurüstung dar.

Diese wird dadurch erhalten, dass man zuerst die Entwicklung $cc'aa'$ der Leibung konstruirt, in welcher die Kurven coa und $c'o'a'$ die Entwicklungen der Stirnbögen bilden.

Alsdann zieht man die Sehnen ca und $c'a'$, und betrachtet die auf denselben senkrecht errichteten Linien als die Längsfugen des Gewölbes, welche hier unseren Querkurven entsprechen. Werden diese mit der Zylinderfläche wieder aufgewickelt, so bilden dieselben Kurven, welche auf den Stirnbögen und den mit diesen Bögen parallelen Fugen sehr nahe senkrecht stehen.

Diese Zurüstungsweise scheint besonders vortheilhaft bei der Anwendung von Backsteinen, weil wegen der gleichförmigen Dicke derselben der Versatz der Steine nach dieser Methode sehr genau ausgeführt werden kann.

ENDE.



Die dritte Figur stellt die in England gebräuchliche Ausführung dar.

Diese wird dadurch erhalten, dass man zuerst die Entwicklung $c' a'$ der Leihung konstruirt, in welcher die Kurven $c' a'$ und $c' b'$ die Entwicklungen der Stirnhögen bilden.

Alsdann zieht man die Sehnen $c a$ und $c b$, und beschreibt die auf denselben senkrecht errichteten Linien als die Tangentialen des Gewölbes, welche hier unseren Gurtkurven entsprechen. Werden diese mit der Zylinderfläche wieder aufgewickelt, so bilden dieselben Kurven, welche auf den Stirnhögen und den mit diesen Bögen parallelen Fugen sehr nahe senkrecht stehen.

Diese Anfertigungsweise scheint besonders vortheilhaft bei der Anwendung von Backsteinen, weil wegen der gleichförmigen Dicke derselben der Versatz der Steine nach dieser Methode sehr genau ausgeführt werden kann.

Die Methode besteht darin, dass man die Entwicklung der Stirnhögen $c' a'$ und $c' b'$ konstruirt, und dieselben auf der Zylinderfläche aufwickelt. Die Tangentialen der so erhaltenen Kurven bilden die Fugen der Steine. Diese Methode ist besonders bei der Anwendung von Backsteinen vortheilhaft, weil wegen der gleichförmigen Dicke derselben der Versatz der Steine nach dieser Methode sehr genau ausgeführt werden kann.

Die Stütze ist in der Figur 15 dargestellt. Sie besteht aus einem Zylinder, der auf einem Fundament ruht. Die Stütze ist so konstruirt, dass sie die Lasten der Brücke aufnehmen kann.

Man könnte die Stütze auch aus mehreren Teilen zusammensetzen. Dies würde jedoch die Konstruktion compliciren und die Kosten erhöhen.

In der Figur 16 ist die Stütze in der Weise dargestellt, wie sie bei der Ausführung zu sein hat. Sie ist aus einem einzigen Stück Stein gearbeitet.

18/11/85



Zettlex

Adhémar, Joseph,

Die Lehre vom Steinschnitte zum Gebrauche für Civilingenieure und die
Studirenden an Bauschulen, höheren Gewerbsschulen und polytechnischen
Lehranstalten
Bd.: [1]

Solothurn 1842

Math.p. 2 no

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081368-3